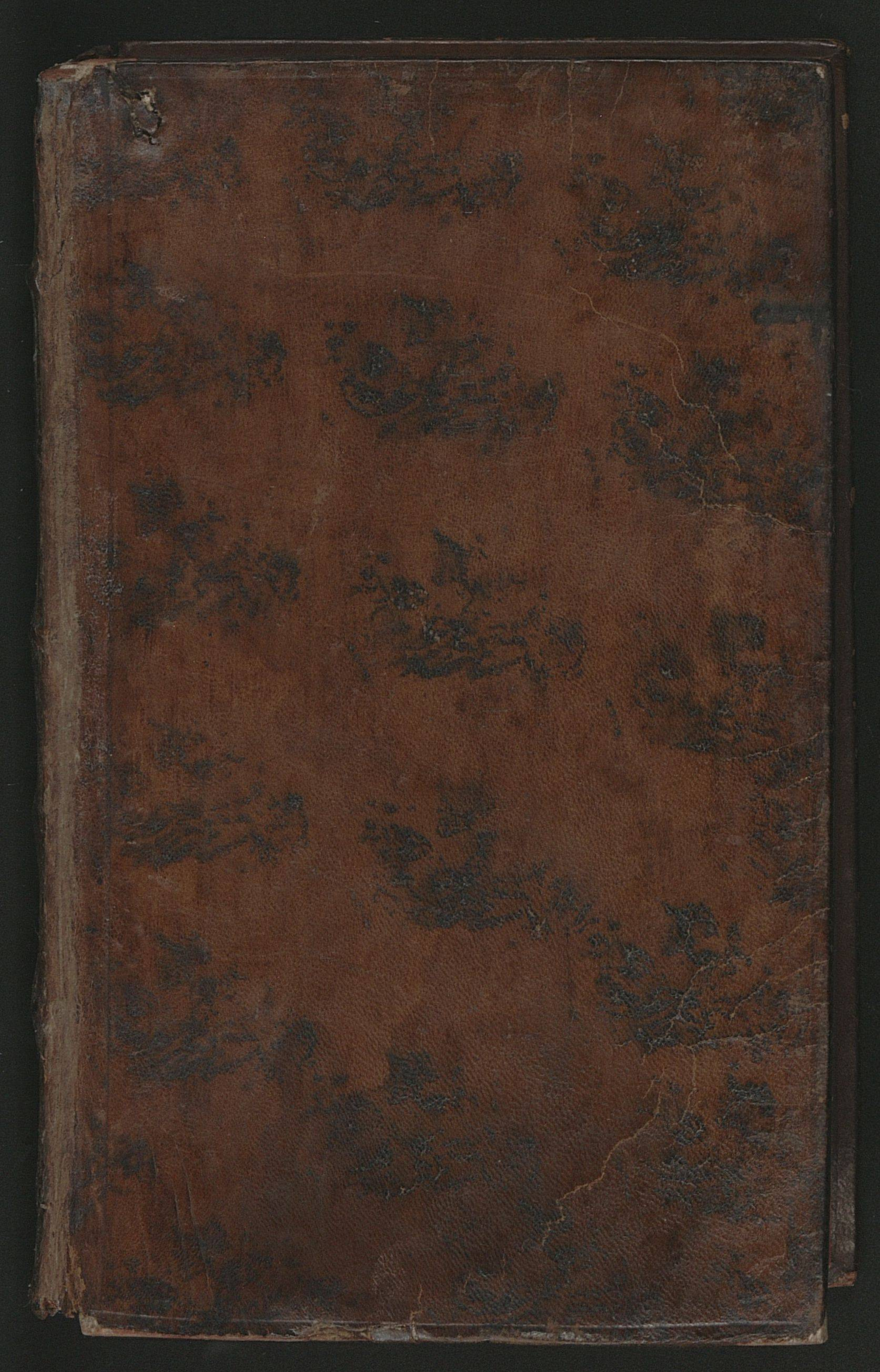



LIVRES ANCIENS
ET MODERNES
LIBRAIRIE
SAINTE-MARIE
MOISSAC (T.-&-G.)



rivard

13 mai

10 8bre 1816 jacques ... 30f + 12 + 3 + 6 + 6 + 6 + 6
+ 6 + 6 +

tihon 23 fevrier 3 –
5 mai 3
avril – – 3
~~mai~~ – – 3
juin – – 3

a jacques commence
le 15 8bre 1817
paye le 15 9bre
le 15 Xbre –

jérome — — 12 l + 12

3 ouvrages rares [illegible] —

Mouillures, [illegible] —
Reliure mauvais état
seconde édition
PP. [illegible] 450. —

planches gravées dépliantes

ollivier et pierre 5 + 12 + 18

8

LA GNOMONIQUE,

OU L'ART

DE FAIRE DES CADRANS.

Par M. RIVARD, *Professeur de Philosophie en l'Université de Paris.*

Seconde Edition revue par l'Auteur.

Le prix est de trois livres en feuilles.



A PARIS,

Chez { PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire, rue Saint Jacques, à la Vérité.
JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, Libraires, rue Saint Jean-de-Beauvais, vis-à-vis le Collége.

M. DCC XLVI. [1746]

Avec Approbation & Privilege du Roi.

ON trouvera Chez les mêmes Libraires les autres Ouvrages du même Auteur, sçavoir,

Elémens de Mathématiques, quatriéme Edition in-4°. 1744.

Abrégé des Elémens de Mathématiques, seconde Edition in-8°. 1744.

Abrégé de la Sphere & du Calendrier, à l'usage de ceux qui ne sçavent pas de Géométrie, in-12 1743.

Les trois Ouvrages suivans se vendent seulement chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT,

Traité de la Sphere, seconde Edition in-8°. 1743.

Traité du Calendrier, seconde Edition in-8°. 1744.

Tables des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs Logarithmes, & de ceux des nombres naturels, avec la Construction de ces Tables, & les Problêmes de la Trigonométrie rectiligne & sphérique, in-8°. 1743.



PRÉFACE.

DE toutes les ſciences auxquelles on s'applique, les plus eſtimables ſont celles qui tendent à procurer quelque utilité aux hommes. L'Aſtronomie qui entraîne notre admiration en nous faiſant connoître la ſituation, l'ordre & les mouvemens des différentes parties de l'univers, mériteroit moins notre attention & le ſoin que l'on prend de la cultiver, ſi elle ne ſervoit à perfectionner la géographie & la navigation, & ſi elle ne fixoit la durée de la révolution annuelle du ſoleil pour nous empêcher de tomber dans la confuſion & dans l'erreur lorſque nous faiſons le dénombrement des années. Quel cas feroit-on de la méchanique, & quel avantage auroit-elle ſur pluſieurs autres ſciences, ſi en déterminant dans les machines le rapport & la ſituation des poids néceſſaires pour l'équilibre, elle ne nous fourniſſoit pluſieurs moyens ſoit pour épargner la peine des hommes dans la plûpart de leurs travaux, ſoit même pour venir à bout de quelques entrepriſes dont l'éxécution ſeroit abſolument impoſſible ſans ſon ſecours. La Gnomonique, ou l'art de faire des cadrans, mérite notre eſtime par cette conſidération : elle nous fait connoître l'égalité ou l'inégalité, & même le rapport des parties du jour, & nous ſert par là de regle pour faire chaque choſe dans le tems convenable. Il eſt vrai qu'on emploie plus communément à cet uſage des machines que l'induſtrie des hommes à ſçu inventer & perfectionner à un point qu'on n'auroit oſé

espérer, je veux dire, les horloges, les pendules & les montres : mais ces instrumens quelque dignes qu'ils soient d'admiration ne suffisent pas, on a besoin de cadrans ou de méridiennes pour les regler & pour les remettre à l'heure quand ils s'en sont écartés, ou du moins pour s'assurer quils ne se sont pas dérangés.

Ces considérations m'ont engagé à mettre quelque chose par écrit sur cette matiere que j'ai trouvée plus étendue qu'elle ne me paroissoit en commençant à y travailler. Je ne voulois d'abord partager cet ouvrage qu'en trois Livres qui répondissent aux trois especes de plans, les horisontaux, les verticaux & les inclinés ; mais j'ai été obligé d'en ajouter un quatriéme pour examiner plusieurs matieres qui demandent à être traitées séparément, telles que sont la maniere de placer l'axe, la détermination des premieres & des dernieres heures, la description d'une méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen, &c.

La premiere & la principale difficulté qui se présente dans la construction des cadrans soit verticaux soit inclinés, c'est de trouver leur déclinaison, je veux dire, leur situation par rapport au premier vertical ou par rapport au méridien : c'est ce qu'on a le plus de peine à découvrir quand on veut tracer ces sortes de cadrans, & qu'il faut néanmoins déterminer avec le plus de précision qu'il est possible : c'est pourquoi je me suis particulierement appliqué à ce point dans le second Livre : car outre que j'ai donné quatre méthodes dans le 3me Problême, on en trouvera encore une dans le 5me Problême & une autre dans le 6me. On pourra choisir entre ces différentes méthodes celle qui conviendra le mieux ou qui paroîtra plus facile. Les quatre du 3me Problême sont fort simples & fort aisées sur-tout les deux premieres. La 5me exposée dans le Problême V, est une des plus avantageuses & des plus commodes pour ceux qui entendent bien le calcul, parce qu'on en peut faire l'application

dans un jour autant de fois qu'on le juge à propos. Quand on a une fois déterminé la déclinaison du plan, on peut facilement tirer les lignes horaires en marquant des points sur l'équinoctiale par la méthode de l'article 225, qui est la plus commode & la plus abregée, qu'il soit possible : sans elle on seroit obligé de faire autant d'analogies qu'il y auroit de lignes horaires a tracer. La méthode de tracer des lignes horaires, renferme celle de faire une méridienne, puisque c'est une de ces lignes ; cependant comme on est aujourd'hui fort dans l'usage des méridiennes, j'en ai parlé fort au long dans le quatriéme livre où j'ai rassemblé tout ce que j'avois à dire sur cette matiere. J'y explique la théorie & la pratique de la méridienne du tems moyen qui est une invention de nos jours.

Quoique j'aie donné plusieurs méthodes Géométriques pour la construction des cadrans, je me suis beaucoup plus arrêté à celles qui s'exécutent par le calcul, persuadé qu'elles sont plus commodes & plus sûres dans la pratique : d'ailleurs elles deviennent extrémement aisées lorsqu'on se sert de logarithmes, puisque tous les calculs se réduisent alors à ajouter deux nombres ensemble, ou à retrancher l'un de l'autre. Ce que j'ai dit dans la préparation qui précede le second livre, suffit pour se former une notion des logarithmes, & pour apprendre à en faire usage. J'y ai aussi expliqué les méthodes abrégées dont on se sert pour le calcul des triangles rectangles qui se rencontrent souvent dans la Gnomonique.

Tel est le plan que je me suis proposé dans l'éxécution de cet ouvrage. J'ai pris la résolution de le faire imprimer, quoiqu'il en ait paru depuis peu un autre sur la même matiere *, qui répond à l'habileté de l'au-

* *Voici le titre abrégé de l'ouvrage entier:* Nouveaux traités de Trigonométrie rectiligne & sphérique, accompagnés des tables de sinus, tangentes, secantes, & des logarithmes, avec un traité de Gnomonique. Chez Hyppolite-Louis GUERIN, & Jacques GUERIN, Libraires rue saint Jacques. A Paris.

teur : c'eſt M. Deparcieux, Maître de Mathématiques. J'ai crû qu'il pouvoit être de quelque utilité de préſenter les mêmes vérités en différentes manieres, & que d'ailleurs ceux qui veulent étudier cette ſcience ne ſeroient pas fachés d'en trouver un traité ſéparé de tout autre.

Il eſt à propos d'avertir ici que cet ouvrage ſuppoſe que l'on ſçait les Elémens de Géométrie & la Trigonométrique rectiligne ; pour ce qui eſt de la Trigonométrie ſphérique, la connoiſſance n'en eſt pas abſolument néceſſaire, quoique j'aie employé en quelques endroits des analogies qui en ſont tirées. Il ſuppoſe auſſi qu'on a bien étudié la ſphere ; j'en ai donné un traité qui eſt cité pluſieurs fois dans celui-ci, parce qu'il en eſt comme le fondement : les citations ſont relatives à la ſeconde Edition.

Je finis en donnant en peu de mots une idée de la ſcience dont il s'agit. (Je ſuppoſe qu'on a quelque notion de certains termes qui y ſont fort en uſage :) c'eſt l'art de repréſenter ſur une ſurface pluſieurs points & différens cercles qu'on imagine dans le ciel, ſur-tout les cercles horaires ; c'eſt l'art, dis-je, de les repréſenter par rapport à un point d'un ſtile de fer que l'on attache à cette ſurface : ce point qu'on appelle ſommet du ſtile, eſt regardé comme le centre de la terre, ou plutôt comme le centre de tous les grands cercles qu'on repréſente. Pour concevoir en général la ſituation que doivent avoir les lignes qui déſignent ces cercles, il faut imaginer une verge de fer attachée au plan d'un mur ſelon la direction de l'axe de la terre, ce ſera l'axe du cadran. Imaginons encore un globe ou une ſphere ſur laquelle on ait marqué les différens cercles, & que l'axe attaché au mur perce la ſphere & paſſe par le centre, enſorte que cet axe ſoit auſſi celui de la ſphere, & qu'il y ait un de ſes cercles horaires qui réponde au méridien du lieu où eſt

ſitué le mur, le point de l'axe qui eſt au centre de la ſphere ſera le ſommet du ſtile. Si on conçoit que les grands cercles de cette ſphere ſont prolongés au-dehors, & coupent le plan du mur, les interſections des cercles avec ce plan, ſeront les lignes qui les repréſentent: par exemple, les interſections des cercles horaires ſeront les lignes horaires, l'équateur de la ſphere formera l'équinoctiale, & ſon horiſon formera l'horiſontale. Pareillement ſi on conçoit que de chaque point de la demi-circonférence ſupérieure des petits cercles, par exemple, des tropiques, il y ait des lignes droites tirées au centre qui ſoient prolongées juſqu'au mur, elles marqueront ſur la ſurface des lignes courbes qui repréſenteront ces petits cercles.

On a tâché dans cette ſeconde Edition de rendre la pratique des Cadrans plus facile, ſur-tout par rapport à la détermination de la déclinaiſon des cadrans verticaux: c'eſt pourquoi dans le 3me Problême de la ſeconde ſection du ſecond livre, on a raſſemblé les méthodes les plus aiſées dont quelques-unes ne ſuppoſent point de calcul, & les autres en contiennent fort peu: on a auſſi expliqué page 53 art. 35. une maniere de faire un compas à verge qui eſt aiſée à mettre en pratique, enſorte que chacun pourra en faire uſage en cas de beſoin.



ADDITION.

Nous avons cité plusieurs fois dans cet ouvrage un Problême du 3me Livre du traité de la sphere pour tracer une méridienne sur un plan horisontal ; afin que l'on ne soit pas obligé de recourir à ce traité, nous avons cru qu'il étoit à propos d'ajouter ici ce Problême qui d'ailleurs appartient à la Gnomonique.

Art. I. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'intersection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite, qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonférence ou une demi-circonférence que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on concevoit ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui seroit dans le plan horisontal s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élevera pas sensiblement, au-dessus de la seconde, parce que le globe de la terre étant fort gros, sa rondeur ou sa convexité n'est sensible que dans une partie très-étendue de sa surface. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

PROBLÊME.

2. *Tracer une ligne méridienne sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu prés qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal en appliquant une bonne regle à ce plan sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espece : mais il faut appliquer cette regle selon deux directions qui se croisent, après quoi on opérera de la maniere suivante.

1°. On choisira un point, comme C, sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab*: aprés quoi on plantera au centre C un stile perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrémité supérieure soit une pointe un peu émoussée, afin que son ombre soit sensible. (Cette extrémité supérieure s'appelle le *sommet* du stile, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet, se nomme le *pied* du stile.) 2°. On prendra garde avant midi quand l'extrémité de l'ombre tombera sur un point, comme A d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. (Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre pour que cette ombre s'y termine deux ou trois heures avant midi.) On observera l'après-midi quand l'ombre se terminera à la même circonférence, & on marquera aussi le point que nous appellons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne : si vers l'extrémité de la méridienne qui regarde le sud on tend une ficelle verticalement, ce qui peut se faire aisément en y attachant un poids, il sera midi lorsque l'ombre sera parallele à la méridienne ; & si la ficelle est dans le plan du méridien, son ombre tombera dessus la méridienne au moment de midi : si on laissoit le stile comme on l'a planté pour faire la méridienne, l'ombre du sommet tomberoit sur cette ligne à midi. Fig. 5, pag. 18.

DÉMONSTRATION.

Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du stile étoit égale, il s'ensuit que le Soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur sur l'horison ; ainsi les deux verticaux désignés par AC & BC, auxquels le Soleil répondoit, sont à égale distance du méridien : par conséquent en coupant

l'arc AB en deux parties égales le point du milieu D sera un des points de la méridienne : mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle, & le pied du stile, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zenith par lequel le méridien passe nécessairement : ainsi en tirant une ligne du point D au point C, ce sera la méridienne cherchée.

REMARQUES.

3. 1°. Pour élever un stile perpendiculaire, on peut se servir d'un plomb, c'est-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, suspendu par une ficelle : car si en tenant le plomb auprès du stile, la ficelle qui soutient le poids est parallele au stile, c'est une marque qu'il est perpendiculaire à l'horison. La raison en est que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horison.

4. 2°. Il est à propos de tracer plusieurs circonférences, & de marquer sur chacune deux points auxquels s'est terminée l'ombre du stile ; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre les deux points, afin de s'assurer de l'exactitude de l'opération : car si la ligne qui passe par le centre & le milieu d'un des arcs, passe aussi par le milieu des autres arcs, c'est une marque que l'on a bien opéré : mais si cette ligne ne passe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'est glissé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction causée par l'atmosphere, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux instans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du stile perpendiculaire que l'on appelle stile droit, il est plus commode de se servir d'un stile oblique, & même courbe : & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, est le point du plan sur lequel tomberoit une perpendiculaire

tirée de l'extrémité ou du ſommet du ſtile. C'eſt ce point qu'on appelle le pied du ſtile. Or on peut trouver le pied du ſtile oblique ou même courbe avec un plomb qui ſoit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde préciſément à la direction de la ficelle ou du fil : car ſi on tient le plomb de maniere que cette ficelle paſſe par le ſommet du ſtile, & qu'on laiſſe deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan horiſontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb eſt le pied du ſtile. Cette méthode eſt particuliere au plan horiſontal ; on en peut voir d'autres pour toutes ſortes de plans dans le premier Problême du ſecond livre de Gnomonique pag. 88.

7. 5°. Comme il eſt aſſez difficile d'appercevoir diſtinctement l'ombre du ſommet du ſtile, ſur-tout lorſque ce ſtile eſt un peu long, par exemple de deux ou trois pieds, alors on attache au bout du ſtile, une plaque percée d'un trou rond dont le diametre ait trois ou quatre lignes, laquelle il eſt bon de mettre dans une ſituation à peu près parallele à l'horiſon : dans ce cas le pied du ſtile ſe détermine par rapport au centre de ce trou, c'eſt-à-dire, que ce pied du ſtile eſt le point du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, & la lumiere qui y paſſe ſert au même uſage que l'ombre de l'extrémité du ſtile.

8. 6°. Si on mene par le centre C la ligne OV perpendiculaire à la méridienne, elle déſignera le premier vertical, lequel eſt perpendiculaire au méridien ; & une de ſes extrémités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problême ſuppoſe que la déclinaiſon du Soleil ne change pas, au moins ſenſiblement, dans l'intervalle qui eſt entre les inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre ; ce qui n'eſt cependant vrai qu'aux ſolſtices, & aux environs juſqu'à 15 ou

20 jours avant ou après; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce tems: mais vers l'équinoxe la déclinaison change sensiblement dans l'espace de 6 ou 7 heures, & il arrive de-là que si le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne, il est plus élevé dans la sphere boréale avant midi, qu'après, quand il est de part & d'autre à la même distance du méridien; & par conséquent l'ombre du stile est plus courte le matin que le soir dans les momens également éloignés de midi: ainsi en prenant des ombres égales du stile, la ligne qu'on tireroit du mileu de l'arc AB au centre, ne seroit pas la vraie méridienne; elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi, parce que le second point B ne seroit pas assez éloigné d'A: c'est ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la justesse qu'on peut désirer lorsqu'on s'en sert vers les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table suivante, qui est faite sur celle de la page 85 de la *Connoissance des Tems* 1744. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris: mais elle peut servir sans erreur sensible pour les lieux qui ont deux ou trois degrés de latitude de plus ou de moins.



TABLE *de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement.*

Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.	Heures entre les Observations.		10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
			S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
	Déclinaison Septentrionale.	21	20	18	16	14	14	12	12
		20	22	20	18	16	16	14	14
		19	26	22	20	18	18	16	16
		18	28	26	22	22	20	18	18
		16	32	30	26	26	24	22	20
		14	36	32	30	28	26	24	24
		12	38	36	32	30	28	28	26
		10	40	38	34	32	30	30	28
		9	42	38	36	34	32	30	30
		7	42	40	38	36	34	32	30
		5	44	42	38	36	36	34	32
		3	46	42	40	38	36	36	34
		1	46	44	42	40	38	36	36
	Déclinaison Méridionale.	1		44	42	40	38	38	36
		3		44	42	40	40	38	38
		5		44	42	40	40	38	38
		7			42	40	40	38	38
		9			42	40	40	38	38
		10			40	40	38	38	38
		12				38	38	38	36
		14				38	36	36	36
		16					34	34	34
		18					30	30	30
		19					28	28	28
		20					26	26	26
		21						22	22

11. Il faut avoir une Pendule ou une Montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table

de la maniere dont on va l'expliquer dans l'exemple ſuivant. On ſuppoſe qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode preſcrite ci-deſſus en un jour où la déclinaiſon du Soleil eſt d'environ 5 degrés vers le ſeptentrion, & que les deux inſtans auxquels on a marqué les points A & B ſont ſéparés par un intervalle de 7 heures: comme la déclinaiſon du ſoleil eſt ſuppoſée d'environ 5 deg. vers le ſeptentrion, je cherche dans la Table quel eſt le nombre qui répond au cinquiéme degré de déclinaiſon ſeptentrionale dans la colomne qui eſt ſous 7^h, & je trouve 36^s, qui eſt un peu plus d'une demi-minute: ainſi j'attens environ 36^s depuis l'inſtant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36^s je marque le point F à l'endroit où l'ombre du ſtile coupe alors la circonférence; & ſi le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviſer l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de diviſion au centre: mais ſi le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en ſoit auſſi éloigné que F, puis on diviſera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de diviſion au centre.

Quand on a une Montre ou une Pendule qui marque exactement l'heure qu'il eſt au ſoleil, il eſt bien facile de tracer une méridienne avec une ficelle tendue verticalement: il faudra marquer deux points ſur l'ombre de la ficelle à l'inſtant de midi, & tirer une ligne qui paſſe par ces deux points leſquels pour plus grande exactitude doivent être marqués vers les extrémités de l'ombre, afin qu'ils ſoient plus éloignés l'un de l'autre: cette ligne ſera à la place de l'ombre de midi, & par conſéquent ce ſera la méridienne. Cette méthode convient à toutes ſortes de plans, horiſontaux & autres.

On peut consulter ce que nous disons dans le quatriéme Livre, article 56 & suivans touchant la description de la méridienne.

AVERTISSEMENS.

1°. LEs chifres qu'on trouvera dans ce traité entre deux parenthèses, sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numero* de l'article en cette façon (65), c'est-à-dire, article 65 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette maniere (Liv. I. art. 18). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisiéme édition & à l'abrégé de ces Elemens qui se vendent chez les mêmes Libraires que cet ouvrage.

2°. Nous avons supposé à l'article 225 du second Livre & ailleurs, que le rayon contient 100000 parties : c'est ainsi qu'il est divisé dans nos Tables des sinus, des tangentes, des sécantes, & des logarithmes que nous avons fait imprimer in-8°. avec toutes les précautions nécessaires pour éviter les fautes, parceque la perfection de ces sortes d'ouvrages dépend sur-tout de l'exactitude & de la correction.

APPROBATION.

J'Ai lu par ordre de Monſeigneur le Chancelier la ſeconde Edition du *Traité de Gnomonique* de M. Rivard, & j'ai cru qu'elle ne pouvoit manquer d'être utile au Public. A Paris ce 14 Novembre 1745.

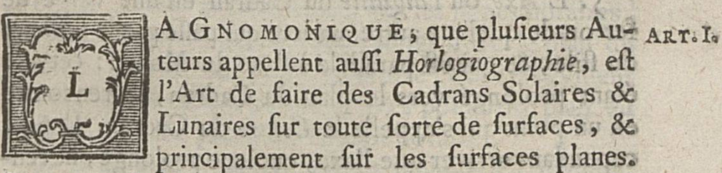
Signé CLAIRAUT.

TRAITE'



TRAITÉ DE GNOMONIQUE, OU DE L'ART DE FAIRE DES CADRANS.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.



LA GNOMONIQUE, que plusieurs Auteurs appellent aussi *Horlogiographie*, est l'Art de faire des Cadrans Solaires & Lunaires sur toute sorte de surfaces, & principalement sur les surfaces planes. ART. I.
La connoissance de cette Science dépend de la connoissance de la Sphere : car les différentes lignes que l'on trace dans les Cadrans représentent les différens cercles de la Sphere : par exemple, les lignes horaires, c'est-à-dire, celles qui marquent les heures, représentent les cercles horaires, puisque ces lignes sont les intersections des cercles horaires avec la superficie du Cadran. Outre les Cadrans Solaires, la Gnomonique donne aussi des Regles pour tracer des Cadrans Lunai-

res, comme il paroît par la définition de cet Art : mais ceux-ci ne ſont preſque d'aucun uſage.

Il y a pluſieurs eſpeces de Cadrans Solaires ; nous ne rapporterons que les principales, après avoir donné quelques définitions.

2. Le ſtile eſt une verge de fer inſérée dans le plan du Cadran, dont le ſommet ou l'extrémité ſupérieure montre les heures par ſon ombre. Le ſtile peut être perpendiculaire ou oblique ſur le plan ; mais il vaut mieux qu'il ſoit oblique, lorſqu'on ne veut s'en ſervir que pour tracer un Cadran, & non pour montrer les heures. Le ſtile perpendiculaire s'appelle auſſi ſtile droit.

3. Il y a deux choſes à remarquer dans le ſtile, ſa *hauteur* & ſon *pied*. La hauteur du ſtile eſt une ligne que l'on conçoit tirée de l'extrémité du ſtile perpendiculairement ſur le plan : lorſque le ſtile eſt droit, ſa hauteur eſt la même choſe que ſa longueur.

4 Le pied du ſtile eſt le point du plan ſur lequel tombe cette perpendiculaire. Si donc le ſtile eſt perpendiculaire au plan, ſon pied n'eſt pas différent du point de ce même plan que le ſtile rencontre.

5. L'*Axe* ou l'*aiguille* du Cadran eſt une verge de fer ou de quelque autre matiere qui paſſe par le ſommet du ſtile, & qui eſt parallele à l'axe du Monde : cet axe étant prolongé vers le plan du Cadran, le rencontre en un point qui s'appelle le *Centre* du Cadran. Il peut cependant arriver que l'axe, quoique prolongé, ne rencontre pas le plan, c'eſt quand il eſt parallele au plan ; & alors le Cadran n'a point de centre. Il paroît que l'axe eſt une eſpece de ſtile ; cependant toutes les fois que nous parlerons du ſtile, nous entendrons une verge de fer différente de l'axe ; à moins qu'il ne s'agiſſe du Cadran équinoctial : car alors le ſtile perpendiculaire au plan du Cadran eſt l'axe même, comme nous le dirons dans la ſuite.

6. Si on n'emploie le ſtile que pour tracer certaines

lignes du Cadran ; & pour déterminer quelques points, & qu'après cela on l'ôte, afin de mettre un axe ; on l'appelle *faux ſtile*, pour le diſtinguer du *ſtile vrai*, dont on ſe ſert quelquefois au lieu d'axe pour montrer les heures : mais alors il n'y a que l'ombre du ſommet du ſtile qui indique les heures (art. 11) : au lieu que l'axe les montre par toute la longueur de ſon ombre.

7. Le centre du Cadran eſt, comme nous l'avons déja dit, le point du plan par lequel paſſe l'axe. Les lignes horaires étant prolongées, paſſent néceſſairement par le centre du Cadran, ſi le Cadran en a un. Pour faire entendre ceci, nous ferons la remarque ſuivante.

8. L'axe du Cadran peut être conſidéré comme l'axe du Monde, ou l'axe de la Terre ; & l'extrémité ou le ſommet du ſtile, comme le centre de la Terre : ainſi il faut concevoir les cercles horaires comme étant autour de cette extrémité, qui en eſt le centre. Or l'axe eſt un diametre commun de ces cercles ; par conſéquent tous les plans de ces cercles paſſent par chaque point de cet axe. Ils doivent donc paſſer par le centre du Cadran ; puiſque c'eſt un point commun à l'axe & au plan du Cadran. Or ſi les plans des cercles horaires paſſent par ce centre, il faut néceſſairement que les lignes horaires, qui ſont les interſections de ces cercles avec le plan du Cadran, parviennent au même centre : car il eſt évident que ces lignes paſſent par les mêmes points du plan du Cadran, que les plans des cercles horaires.

9. Il ne peut y avoir d'erreur ſenſible à conſidérer l'extrémité du ſtile comme le centre de la Terre, & l'axe du Cadran comme l'axe du Monde : car la diſtance de cette extrémité au centre de la Terre devient inſenſible en comparaiſon de la diſtance immenſe qui ſépare le Soleil de la Terre.

10. Il ſuit de-là que l'ombre de l'axe ou de l'extrémité du ſtile marque les heures en tombant ſur les lignes horaires ; car l'ombre eſt toujours oppoſée au corps lumineux qui éclaire. Or quand le Soleil répond à un

cercle horaire, la ligne horaire qui repréſente ce cercle eſt oppoſée au Soleil par rapport à l'axe ou au ſommet du ſtile, puiſque cet axe ou ce ſommet eſt alors entre le Soleil & cette ligne horaire, qui eſt l'interſection du plan par le cercle horaire. Donc l'ombre de l'axe ou du ſommet du ſtile tombe ſur les lignes horaires formées par les cercles horaires auxquels le Soleil répond. Donc cette ombre montre les heures.

11. Dans toute l'étendue du ſtile il n'y a que le ſommet qui ſoit dans le plan des cercles horaires: c'eſt par conſéquent le ſeul point du ſtile qui ſoit entre le Soleil & les lignes horaires; ainſi il n'y a que l'ombre du ſommet du ſtile qui montre les heures: au contraire celle de toute la longueur de l'axe tombe ſur les lignes horaires. C'eſt pourquoi l'axe eſt préférable au ſtile pour indiquer les heures: il les marque d'une maniere plus ſenſible.

12. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous ſuppoſerons la propoſition ſuivante, que l'on peut prendre pour un principe: Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſections que forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont réciproquement perpendiculaires l'une ſur l'autre. Par exemple, ſi le méridien & l'équateur qui ſe coupent à angles droits rencontrent un plan horiſontal, les interſections que le méridien & l'équateur forment ſur le plan horiſontal, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre, parce que le méridien eſt perpendiculaire à ce troiſiéme plan. Nous prouverons ce principe en traitant des Cadrans verticaux.

13. La ligne *Méridienne* eſt l'interſection du plan du Cadran avec le méridien du lieu, que l'on conçoit paſſer par le ſommet du ſtile. Cette ligne eſt la même que celle de 12 heures; car il eſt midi lorſque le Soleil répond au méridien. La méridienne paſſe par le centre

du Cadran, puiſque toutes les lignes horaires y paſſent, comme nous l'avons prouvé (art. 8).

14. La *Souſtilaire* eſt l'interſection dn plan du Cadran par un méridien qui lui eſt perpendiculaire. Il faut concevoir que le plan de ce méridien paſſe par le ſommet du ſtile. Cette ligne n'eſt pas différente de la méridienne dans les Cadrans horiſontaux ; je veux dire ceux qui ſont tracés ſur un plan parallele à l'horiſon, parce que le méridien perpendiculaire à un plan horiſontal, eſt le même que le méridien du lieu. Il paroît par la définition de la ſouſtilaire, qu'elle doit paſſer par le pied du ſtile, parce qu'étant formée par le plan d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran ; ce cercle, c'eſt-à-dire, ſon plan, ne peut paſſer par le ſommet du ſtile ſans paſſer auſſi par le pied & même par toute la hauteur du ſtile, laquelle eſt perpendiculaire au plan du Cadran.

15. L'*Equinoctiale* eſt l'interſection du plan du Cadran avec l'équateur, ou, ce qui revient au même, avec un plan parallele à ce cercle, & que l'on conçoit paſſer par le ſommet du ſtile. Dans les Cadrans horiſontaux cette ligne eſt perpendiculaire à la méridienne (art. 12), parce que le méridien & l'équateur ſe coupent à angles droits, & que d'ailleurs le méridien eſt perpendiculaire à l'horiſon,

16. Le rayon de l'équateur ou le *rayon équinoctial*, eſt une ligne droite menée de l'extrémité du ſtile au point où la ligne équinoctiale rencontre la ſouſtilaire. Cette ligne eſt dite rayon équinoctial, parce que l'extrémité du ſtile, de laquelle elle eſt tirée, eſt conſidérée comme le centre de l'équateur, & que l'autre point auquel aboutit cette ligne, eſt regardé comme le point de contact de la circonférence de l'équateur avec le plan du Cadran.

17. Voyons maintenant les différentes eſpeces de Cadrans Solaires tracés ſur des ſurfaces planes, car nous ne traiterons que de ceux-là dans cet Ouvrage ;

les autres ne ſont preſque d'aucun uſage. Les Cadrans tracés ſur des plans peuvent ſe réduire à trois eſpeces : ſçavoir, le Cadran *Horiſontal*, le Cadran *Vertical*, le Cadran *Incliné*.

18. Le Cadran horiſontal eſt celui que l'on décrit ſur un plan horiſontal. Ce Cadran eſt d'un uſage plus étendu que tous les autres, parce qu'il marque toutes les heures du jour & dans toutes les ſaiſons de l'année. Dans cette eſpece de Cadran la ſouſtilaire ne differe pas de la méridienne du lieu, comme nous l'avons dit (art. 14).

19. Le Cadran vertical eſt celui qui eſt tracé ſur un plan vertical ou perpendiculaire à l'horiſon. Entre les Cadrans verticaux, il y en a quatre, qu'on appelle *Réguliers*, parce qu'ils ſont tournés directement vers un des quatre points cardinaux, le *Midi*, le *Septentrion*, l'*Eſt* ou l'orient, & l'*Oueſt* ou l'occident : ces quatre eſpeces de Cadrans ſont le *Méridional*, le *Septentrional*, l'*Oriental* & l'*Occidental*. Les deux premiers ſont ceux qu'on trace ſur un plan parallele au premier cercle vertical, c'eſt-à-dire, celui qui coupe le méridien à angles droits, le méridional ſur la ſurface qui regarde le midi, & le ſeptentrional ſur celle qui eſt tournée vers le ſeptentrion. Les deux autres ſe font ſur un plan parallele au meridien, l'oriental ſur la face tournée vers l'orient, & l'occidental ſur celle qui regarde l'occident.

20. Les autres Cadrans verticaux ſont nommés *déclinants* : en général un Cadran déclinant eſt celui dont le plan fait des angles obliques avec le premier vertical ; ſoit qu'on ſuppoſe ce plan perpendiculaire à l'horiſon, ſoit qu'on le ſuppoſe incliné.

21. Le Cadran incliné eſt celui qui fait des angles obliques avec l'horiſon, l'un aigu, l'autre obtus. Le Cadran incliné eſt ou *Supérieur* ou *Inférieur* ; le ſupérieur eſt celui qui eſt tourné vers le Ciel, & l'inférieur eſt tourné vers la Terre. Parmi les Cadrans inclinés, il

y en a deux principaux, l'*Equinoctial* & le *Polaire*.

22. Le Cadran équinoctial eſt celui dont le plan eſt parallele à l'équateur, & qui par conſéquent fait avec l'horiſon un angle aigu égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon: or cette élévation eſt le complément de celle du pole. Le Cadran équinoctial ſupérieur eſt tourné du côté du ſeptentrion, & l'inférieur vers le midi, pourvû que le lieu dans lequel ſe trouve le Cadran, ſoit dans cette partie de la Terre que nous habitons, c'eſt-à-dire, la ſeptentrionale.

23. Le Cadran polaire eſt celui qui ſe fait ſur un plan parallele à l'axe de la Terre, & qui coupe perpendiculairement le méridien du lieu. Le plan de ce Cadran fait avec l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole en ce lieu. On appelle auſſi Cadrans polaires généralement tous ceux dont les plans ſont paralleles à l'axe, quoiqu'ils ne ſoient pas perpendiculaires au méridien.

24. Le plan du Cadran équinoctial étant parallele à l'équateur, l'axe du Monde eſt perpendiculaire à ce plan: mais parce que le plan du Cadran polaire eſt parallele à ce même axe, ce plan & cet axe ne peuvent ſe couper; c'eſt pourquoi il n'y a point de centre dans le Cadran polaire, non plus que dans les Cadrans orientaux & occidentaux, qui peuvent auſſi paſſer pour polaires, parce qu'ils ſont paralleles à l'axe.

Nous diviſerons cet Ovrage en quatre Livres, dont le premier traitera des Cadrans Horiſontaux, le ſecond des Verticaux, le troiſiéme des Inclinés, & le quatriéme de pluſieurs matieres qui n'auroient pû être placées commodément dans les Livres précédens.





LIVRE PREMIER.

DES CADRANS HORISONTAUX.

POUR faire mieux entendre la théorie & la pratique des Cadrans Horiſontaux, nous commencerons, par un Problême qui contient la deſcription du Cadran Equinoctial.

PROBLÊME PREMIER.

Décrire un Cadran Equinoctial ſupérieur ou inférieur.

ART. I. Fig. 1. Du centre C décrivez la circonférence AEBF, diviſez-la en quatre parties égales par les diametres perpendiculaires AB & EF : coupez enſuite la demi-circonférence EBF en douze parties égales, en commençant par le point E ou F ; ce qui ſe pratique de la maniere ſuivante.

Ouvrez d'abord le compas de telle ſorte, que la diſtance de ſes deux pointes ſoit égale au rayon du cercle ; & appliquez les deux pointes ou les deux extrémités ſur la demi-circonférence EBF, de façon que l'une ſoit poſée ſur le point E, & la ſeconde ſur un autre point déſigné par G, l'arc EG intercepté entre les deux points E & G ſera la ſixiéme partie de la circonférence, ou la troiſiéme de la demi-circonférence, parce que la corde de la ſixiéme partie de la circonférence eſt égale au rayon. Enſuite laiſſant une des pointes ſur G, il faut porter la ſeconde ſur un autre point H de la demi-circonférence, elle ſera partagée en trois arcs égaux EG, GH, & HF, dont chacun ſera la troiſiéme partie de la demi-circonférence. Après cela on diviſera chacun de ces arcs en deux parties égales à l'arc BG, ou BH, la demi-circonférence ſera coupée

en ſix parties égales. Enfin ſi on diviſe encore par la moitié chacune de ces parties, on aura la demi-circonférence coupée en douze parties égales. Fig. 1.

On peut auſſi diviſer la demi-circonférence en douze parties égales de la maniere ſuivante, peu différente de celle qui précede : après avoir tiré les diametres perpendiculaires AB & EF, & avoir pris l'arc EG, qui eſt la ſixiéme partie de la circonférence, & qui par conſéquent eſt de 60 degrés, on a un arc de 30 degrés, ſçavoir l'arc BG, puiſque l'arc EB en contient 90 ; ainſi en diviſant cet arc BG en deux parties égales, chaque partie GL & BL ſera de 15 degrès, & par conſéquent la douziéme partie de la demi-circonférence, ou la 24me partie de la circonférence entiere ; ainſi en prenant avec le compas depuis le point E juſqu'à F douze arcs égaux à BL ou GL, la demi-circonférence ſera diviſée en douze parties égales.

Cette opération faite, il n'y a qu'à tirer des lignes horaires du centre C à chaque point de diviſion, & les prolonger au-delà du centre juſqu'à l'autre demi-circonférence qui ſe trouvera pareillement diviſée en douze parties égales. On enfoncera enſuite dans le centre un ſtile perpendiculaire au plan du Cadran.

2. Si le plan du Cadran eſt diſpoſé de façon, qu'en mettant le point A en haut, la ligne ACB ſoit dans le plan du méridien, & le Cadran parallele au plan de l'équateur, & tourné vers le ſeptentrion, l'ombre du ſtile, lequel ſera alors parallele à l'axe de la Terre, marquera les heures devant & après midi pendant le Printems & l'Eſté, & on aura un Cadran Equinoctial ſupérieur. Si on diviſe pareillement par des lignes horaires une autre ſurface parallele du même corps, qui ſera tournée vers le midi, l'ombre du ſtile indiquera les heures pendant l'Automne & l'Hyver ſur cette ſurface ; & ce ſera un Cadran Equinoctial inférieur.

3. Le plan ſera parallele à l'équateur, & préſentera ſa face directement à un pole du Monde, ſi le ſtile per-

pendiculaire au plan du Cadran fait avec une méridienne tracée ſur l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole, je ſuppoſe que le ſtile pris dans toute ſa longueur réponde préciſément au-deſſus de la méridienne. Nous avons expliqué dans le troiſiéme Livre de la Sphere article 2, la maniere de tracer une méridienne ſur un plan horiſontal.

Nous ne nous arrêterons pas ici à parler des précautions qu'il faut prendre pour diſpoſer un plan parallelement à l'équateur, ou pour s'aſſurer qu'il eſt ainſi diſpoſé, parce que nous ne traitons préſentement du Cadran équinoctial, que pour entendre ce que nous avons à dire touchant le Cadran horiſontal.

Démonstration du Problême.

4. Puiſque la circonférence eſt diviſée en 24 parties égales par les lignes horaires, chaque arc contient 15 degrés. De même l'équateur étant coupé par les 12 cercles horaires en 24 arcs égaux, chacun comprend auſſi 15 degrés. Par conſéquent le plan du Cadran étant parallele à l'équateur, & ſon centre pouvant être pris pour celui de l'équateur même, à cauſe du grand éloignement du ſoleil à la terre; & d'ailleurs la ligne ACB étant dans le plan du méridien, les lignes horaires qu'on a tracées ſont les interſections des cercles horaires. Outre cela le ſtile qui eſt perpendiculaire à ce plan, eſt un diametre commun à tous les cercles horaires, car il eſt parallele à l'axe de la Terre, & même on peut le conſidérer comme s'il ne faiſoit qu'une ſeule ligne avec cet axe. Ce ſtile ſe trouve donc dans le plan de tous les cercles horaires. Ainſi lorſque le ſoleil eſt ſur l'horiſon & dans quelque cercle horaire, il faut que l'ombre de l'axe ou du ſtile ſe jette du côté oppoſé à ce cercle horaire, & par conſéquent ſur la ligne horaire, qui eſt l'interſection de ce cercle avec le plan du Cadran: donc l'ombre du ſtile indiquera les heures.

5. Il eſt évident que quand le Cadran préſentera

ſon plan au pole qui eſt élevé ſur notre horiſon, il ne marquera les heures que pendant le Printems & l'Eſté, parce que le ſoleil ne parcourt la partie ſeptentrionale que pendant ces deux ſaiſons. Car de même que le ſoleil n'éclaire la face de l'équateur tournée vers le pole boréal que lorſqu'il eſt dans la partie ſeptentrionale de la Sphere ou du Monde: de même il ne doit répandre ſa lumiere directe ſur la face ſemblable du Cadran équinoctial, que lorſqu'il ſe trouve dans la même partie. Par la raiſon oppoſée, lorſque le Cadran équinoctial regarde le pole auſtral, il ne marque les heures que pendant l'Automne & l'Hyver. Ainſi pour qu'un Cadran équinoctial indique les heures toute l'année, il faut joindre l'inférieur au ſupérieur.

6. Il faut remarquer 1°. que les heures d'avant midi doivent être écrites dans la partie occidentale de toute ſorte de Cadrans, c'eſt-à-dire, dans la partie qui eſt oppoſée au ſoleil levant, & par conſéquent les heures d'après midi doivent ſe marquer dans la partie orientale: c'eſt pourquoi ſi quelqu'un ſe place vis-à-vis d'un Cadran équinoctial ſupérieur, & tourne le viſage au midi, il aura les heures d'avant midi à ſa droite, & les heures d'après midi à ſa gauche. Mais ce même Spectateur appercevra tout le contraire, s'il ſe met en face du Cadran équinoctial inférieur; car alors regardant le ſeptentrion, il verra les heures d'avant midi à ſa gauche, & celles d'après midi à ſa droite, quoique les premieres ſoient toujours à l'occident & les autres à l'orient.

7. Il faut obſerver 2°. qu'il eſt inutile de marquer les heures qui précedent la ſixiéme du matin, & qui ſuivent la ſixiéme du ſoir dans le Cadran équinoctial inférieur, ou celui qui regarde le midi: car dans la partie du Monde que nous habitons, je veux dire la ſeptentrionale, le ſoleil ne ſe montre preſque qu'entre la ſixiéme heure du matin, & la ſixiéme du ſoir, lorſqu'il eſt dans la partie méridionale du Monde. Quant à l'équinoctial ſupérieur, il ſuffit de les marquer depuis

quatre heures du matin jusqu'à huit heures du soir : à la latitude de Paris, qui est d'environ 49 degrés.

PROBLÊME SECOND.

8. *La hauteur du Pole étant connue, tracer un Cadran horisontal.*

Je suppose que le plan sur lequel on veut tracer un Cadran est mobile, c'est-à-dire, qu'il n'est point attaché fixement dans un endroit, en sorte qu'on le puisse
Fig. 2. placer de quelle maniere on voudra. Cela posé, on tirera la ligne droite CM à volonté, que l'on prendra pour la méridienne, sur laquelle on choisira un point, comme C, pour centre du Cadran : ensuite on tirera de ce centre la ligne CS, qui fasse avec CM l'angle SCM égal à l'élévation du pole, & du point S on menera SM, qui fasse l'angle droit CSM avec la ligne CS. On tirera aussi de ce point S la ligne SP perpendiculaire sur CM, & on élevera du point M sur la même ligne CM, l'autre perpendiculaire EN qui sera l'équinoctiale, après quoi on prendra AM égale à SM qui est le rayon équinoctial ; & du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discrétion, on décrira la circonférence FMGH, qu'on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point M, dont chacune contiendra par conséquent 15 degrés : ensuite on tirera du centre A par les points de division de la circonférence des rayons prolongés jusqu'à la ligne EN, & qui la coupent aux points VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V : enfin il faut tirer du centre C à ces points les lignes CVII, CVIII, CIX, CX, &c. Ce seront les lignes horaires. Si donc on enfonce au point C un stile oblique qui fasse avec la méridienne un angle égal à l'élévation du pole, ou si on éleve au point P un stile perpendiculaire dont la partie posée hors du plan soit égale à SP, ou si on attache une lame triangulaire dont les côtés soient égaux à ceux du triangle CSP, laquelle soit perpendiculaire au plan du Cadran, & dont le côté CS aboutisse au centre C, & fasse avec ce plan l'angle

de la hauteur ou de l'élévation du pole, on aura un Cadran horisontal, pourvû que le plan mobile soit placé dans une situation horisontale, & que la ligne CM soit tournée de maniere, qu'elle devienne une méridienne horisontale, dont l'extrémité C regarde le midi, & l'autre extrémité M, le septentrion. Fig. 2.

9. Voici deux méthodes dont on peut se servir pour donner cette situation à la ligne CM: la premiere, c'est en traçant sur la surface à laquelle on veut appliquer le plan du Cadran une méridienne prolongée au-delà du plan, afin qu'on dispose le plan de maniere que cette ligne CM réponde à la méridienne tracée. Or on pourra tracer une méridienne de la maniere que nous avons enseigné dans le Traité de la Sphere, Livre troisiéme, art. 2. Nous en parlerons encore dans le quatriéme Livre de cet Ouvrage. Si le plan sur lequel on veut faire un Cadran étoit immobile, il faudroit se servir de cette premiere méthode pour tirer la méridienne sur le plan du Cadran.

10. La seconde consiste à tourner le plan du Cadran, que je suppose mobile, jusqu'à ce que l'ombre de l'aiguille tombe sur l'heure qu'il est alors; il est bon de choisir celle de midi. Je suppose qu'on connoît l'heure, soit par un autre Cadran, ou une méridienne horisontale qu'on auroit tracée exprès dans le voisinage, soit par une Pendule, soit par une Montre que l'on a mise sur le Soleil quelques minutes auparavant & même une heure ou deux.

11. Pour disposer un plan horisontalement, il faut se servir d'un niveau d'air ou de quelque autre espece, & l'appliquer sur le plan du Cadran selon deux directions qui fassent un angle, & dont l'une soit, par exemple, à peu-près du nord au sud, l'autre de l'orient à l'occident: & si on trouve que le plan n'incline ni d'un côté ni d'un autre, c'est une marque qu'il est horisontal.

Avant de tracer le Cadran sur la pierre, sur l'ardoise, ou sur une plaque soit de cuivre, soit de quelque

Fig. 2. autre métail, on en fera un ſemblable ſur du papier ou ſur du carton, afin de le tracer enſuite plus exactement ſur la matiere dure qu'on veut employer. On ſentira dans la pratique la néceſſité de cette précaution.

DEMONSTRATION DU PROBLÊME.

Dans le triangle rectangle CSM, l'angle M eſt le complément de l'angle C. Or par la conſtruction cet angle C eſt égal à la hauteur du pole. Par conſéquent l'angle M ou CMS eſt égal à l'élévation de l'équateur. Cela poſé, imaginons que le triangle CSM qui eſt décrit ſur le plan horiſontal ſoit élevé perpendiculairement ſur ce plan, & pareillement que le cercle FMGH eſt tellement élevé, que ſon rayon AM tombe ſur le côté SM du triangle CSM poſé perpendiculairement, en ſorte que le point A ſe réuniſſe avec le point S: le cercle mis dans cette ſituation repréſentera un Cadran équinoctial, dont l'axe ſera le côté CS prolongé vers le point X, & les rayons du cercle ſeront les lignes horaires. Si donc ces rayons ſont prolongés juſqu'à la ligne équinoctiale EN, l'ombre de l'axe tombera à chaque heure ſur les points d'interſection de cette ligne & des rayons. D'ailleurs le centre C du Cadran horiſontal eſt un autre point de cette ombre, parce que l'axe paſſe par ce point. Ainſi puiſque l'ombre eſt étendue en ligne droite dont on a deux points, ſi du centre C on tire des lignes droites aux points d'interſections VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V, ce feront des lignes horaires.

12. Si par le centre C on tire la ligne VICVI perpendiculaire à la ligne méridienne CM, on aura la ligne horaire qui montrera 6 heures du matin & 6 heures du ſoir: car le cercle de ſix heures & le méridien ſe coupent à angles droits: d'ailleurs le méridien étant perpendiculaire à l'horiſon, il faut que les interſections de ces cercles avec l'horiſon ſe coupent auſſi à angles droits (art. 12 prélimin.)

13. Le ſoleil paſſant deux fois par jour par chacun des cercles horaires, ſi les lignes horaires qui ſont les interſections de ces cercles avec le plan du Cadran ſont prolongées au-delà du centre, chacune de ces lignes montrera deux heures, l'une avant midi, l'autre après: par éxemple, la ligne CV, qui marque cinq heures du ſoir, étant prolongée au-de-là du centre, marquera auſſi cinq heures du matin. Fig. 2.

14. Si on veut marquer les demi-heures, il faudra diviſer chaque 24me partie de la circonférence en deux portions égales, & tirer du centre A du cercle par les points de diviſions des rayons, qui étant prolongés juſqu'à l'équinoctiale, déſigneront ſur cette ligne les points des demi-heures: enſuite on tirera du centre du Cadran à ces points les lignes des demi-heures. De même ſi on vouloit marquer les quarts-d'heures, il faudroit encore couper par le milieu chaque 48me partie de la circonférence. On verra bien en traçant un Cadran qu'il eſt inutile de diviſer la circonférence entiere en parties egales, mais qu'il faut ſeulement en diviſer la moitié, qui ſera déterminée en tirant par le centre A une perpendiculaire FG à la méridienne.

15. On peut prendre le point A, qui eſt le centre de la circonférence qu'il faut décrire, ou au-deſſous de la ligne équinoctiale, ou au-deſſus de cette ligne, c'eſt-à-dire, entre le centre du Cadran & cette même ligne, pourvû que ce point ſoit toujours pris dans la méridienne, & que d'ailleurs la diſtance AM ſoit égale au rayon équinoctial SM.

16. Si la ligne équinoctiale EN n'étoit pas aſſez longue, afin d'y marquer les points de la ſeptiéme heure du matin & de la cinquiéme du ſoir, ou même de la huitiéme du matin & de la quatriéme du ſoir, on pourroit employer la méthode ſuivante pour décrire les lignes de ces heures, pourvû qu'il y eût ſept lignes horaires conſécutives déja tirées, par éxemple, celles de IX heures, de X, de XI, de XII, de I, de II, de

III. Il faut couper la derniere ligne, qui eſt celle de trois heures, par une parallele OR à la ligne de neuf heures, & qui rencontre les lignes CI & CII. (Les lignes horaires CIX & CIII ſont ſéparées l'une de l'autre par ſix intervalles horaires, & cela eſt néceſſaire pour la pratique de cette méthode.) Enſuite on prendra avec le compas la diſtance du point d'interſection L au point T, qui eſt le point de rencontre de la parallele OR avec la ligne horaire CII: & on marquera ſur OR une diſtance égale LQ de l'autre côté du point L: de même on prendra LO égale à la diſtance du point L au point R, qui eſt l'interſection de la parallele & de la ligne horaire CI; ſi du centre C on tire deux lignes qui paſſent par les points Q & O, ce ſeront les lignes horaires de quatre & de cinq heures. Pareillement pour décrire les lignes de ſept & de huit heures du matin, il faut couper la ligne CIX par une parallele à la ligne de 3 heures, ſur laquelle on marquera deux points qui ſoient autant éloignés du point d'interſection de la parallele avec la ligne CIX, que les points de rencontre de cette parallele avec les lignes horaires CX & CXI. Nous donnerons la raiſon de cette pratique vers la fin du ſecond Livre.

Il faut prendre garde qu'il eſt bon dans la pratique de ne pas mettre les heures plus éloignées de midi que VI heures, quand le plan du Cadran eſt petit; afin que le centre étant plus diſtant de l'extrêmité des lignes horaires, ces lignes s'écartent davantage les unes des autres: ce qui rend le Cadran plus parfait.

17. L'angle SCP que fait l'axe avec la méridienne, eſt d'autant moindre que la hauteur du pole eſt petite, puiſque par la conſtruction cet angle eſt égal à la hauteur du pole: & lorſque cet angle eſt fort petit, alors le centre du Cadran eſt très-éloigné de la hauteur SP & de l'équinoctiale EN, pour peu que la hauteur SP ſoit grande. C'eſt pourquoi dans ce cas les lignes horaires approchent du paralleliſme, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont preſque paralleles:

paralleles : c'eſt ce qui arrive dans la zone torride proche de l'équateur, où il y a une très-petite latitude, laquelle eſt toujours égale à la hauteur du pole.

18. Si on fait un Cadran horiſontal dans la ſphere droite, c'eſt-à-dire, ſous l'équateur même, les lignes horaires doivent être paralleles entre elles, parce que l'axe du Monde étant parallele à l'horiſon de cette ſphere, il ne peut couper le plan horiſontal du Cadran, & par conſéquent le Cadran n'a point de centre ni de ligne de ſix heures, qui ſeroit inutile dans cette ſphere, puiſque le ſoleil s'y leve toujours à ſix heures du matin, & ſe couche à ſix heures du ſoir. En traçant ce Cadran il faut prendre la diſtance AM entre le centre du cercle à décrire & l'équinoctiale, il faut prendre, dis-je, cette diſtance égale à la hauteur du ſtile, & de plus l'équinoctiale doit paſſer par le pied du ſtile. Il faut auſſi que les lignes horaires ſoient perpendiculaires à l'équinoctiale comme la méridienne ou la ſouſtilaire même ; autrement les lignes horaires ne ſeroient pas paralleles à la méridienne, qui eſt la ligne horaire de 12 heures.

19. Si au lieu du ſtile on prend une lame pour indiquer les heures dans la Sphere droite, il faut l'enfoncer dans la méridienne perpendiculairement au plan du Cadran ; en ſorte que le bord ſupérieur qui repréſente l'axe du Monde, ſoit parallele au Cadran ; & alors ce bord montrera les heures par ſon ombre, pourvû que la hauteur de la lame qui eſt hors du plan, ſoit égale au rayon AM. Ce Cadran eſt appellé *Polaire*, parce que ſon plan tend vers les deux poles du Monde, c'eſt-à-dire, que s'il étoit prolongé, il paſſeroit par ces deux points.

20. Si on faiſoit un Cadran horiſontal dans la ſphere parallele, je veux dire ſous les poles, il ſeroit équinoctial, tel qu'eſt celui dont nous avons donné la conſtruction dans le premier Problême, parce que l'horiſon dans ce lieu eſt parallele à l'équateur.

21. Après tout ce que nous avons dit, nous remar-

querons encore qu'il eſt utile dans la pratique des Cadrans horiſontaux de tirer deux lignes méridiennes paralleles entre elles, dont la diſtance ſoit égale à l'épaiſſeur de la lame de fer ou de cuivre dont on veut ſe ſervir pour marquer les heures, & pour lors un des côtés de l'arête ou du bord ſupérieur de la lame montre les heures du matin, & l'autre côté marque celles du ſoir. Dans ce cas il y aura deux centres du Cadran, & les lignes horaires du matin doivent être tracées par rapport à une des méridiennes; c'eſt la plus occidentale, & celle d'après midi par rapport à l'autre. Il faut néanmoins excepter les lignes horaires du matin qui précédent celle de ſix heures, leſquelles doivent paſſer par le même centre que celles de l'après-midi, parce que la ligne de cinq heures du matin, par exemple, eſt la même ligne prolongée que celle de 5 heures du ſoir. Par la même raiſon les lignes horaires qui déſignent les heures qui ſont après la ſixiéme du ſoir, doivent paſſer par le même centre que celles d'avant midi. Cette pratique de tirer deux lignes méridiennes eſt d'autant plus néceſſaire, que la lame eſt plus épaiſſe.

On peut voir la repréſentation d'un Cadran fait de cette maniere dans la figure 3, dans laquelle les lignes horaires du matin ſont tracées par rapport à la méridienne *cm* & au centre *c*; & celles du ſoir le ſont par rapport à la méridienne CM & au centre C. Quand nous diſons les lignes horaires du matin & du ſoir, nous entendons celles qui ſont entre la ligne de ſix heures & la méridienne: car pour les lignes qui montrent les heures qui précedent la ſixiéme du matin, elles doivent paſſer par le centre C; & celles qui indiquent les heures du ſoir après la ſixiéme, paſſent par le centre *c*, & ſont tirées par rapport à la méridienne *cm*.

22. Si on veut ſe ſervir d'une lame triangulaire pour marquer les heures, il faut avant de l'enfoncer dans le plan du Cadran, tirer une ligne comme CP, fig. 4, ſur cette lame vers le bas, qui faſſe avec le bord SC un

angle SCP égal à la hauteur du pole, cette ligne sert à juger si on a enfoncé la lame dans le plan de la maniere convenable : car elle doit être parallele au plan. Et de plus le sommet de l'angle SCP doit être au centre du Cadran. Cette lame doit encore être perpendiculaire au plan. Or on peut aisément connoître avec un compas si la lame est dans cette situation : il n'y a qu'à voir si le point S est également éloigné des points 10 & 2 de l'équinoctiale, ou des points 9 & 3. Voici quelques Corollaires qui suivent du second Problême.

COROLLAIRE PREMIER.

Qui contient une seconde méthode de tracer des Cadrans Horisontaux.

23. Si on prend le rayon AM pour sinus total, les lignes MI, MII, MIII, MIIII, &c. ou leurs égales MXI, MX, MIX, &c. seront les tangentes des angles horaires du Cadran équinoctial. Or ces angles sont connus : car l'angle MAI est de 15 degrés, l'angle MAII en contient 30, l'angle MAIII, 45, &c. Par conséquent si on connoît la ligne AM, on trouvera la longueur des tangentes MI, MII, MIII, &c, Par exemple, si AM contient mille parties, dont chacune soit égale à la 12me partie d'un pouce, MI en contiendra 268, MII, 577, MIII, 1000, MIIII, 1732, MV, 3732. Ces nombres sont ceux qui se trouvent dans les tables des tangentes en ôtant les deux derniers chiffres, de même qu'on a le rayon 1000, si on retranche les deux derniers chiffres du rayon 100000, tel qu'il est dans les Tables que nous avons fait imprimer. Fig. 2.

24. On peut par le moyen de ce Corollaire construire des Cadrans horisontaux avec une facilité extrême : il faut avoir pour cela une échelle divisée en parties égales, & prendre un rayon équinoctial qui contienne 1000 de ces parties, pour lors les tangentes des angles MAI, MAII, MAIII, MAIIII, &c. contiendront les nombres des parties de l'échelle que l'on vient de marquer.

Fig. 2. 25. Mais quand bien même le rayon équinoctial seroit plus grand ou plus petit que mille parties de l'échelle, on pourroit toujours faire le Cadran avec facilité, pourvû que la différence entre le rayon & la longueur de mille parties fût une aliquote de ces mille parties, comme si le rayon contenoit 1500 ou 1250 parties égales, c'est-à-dire, 1000 & la moitié ou le quart de 1000 : car il suffiroit alors d'ajouter aux nombres 268, 577, 1000, 1732, & 3732, les moitiés ou les quarts de ces nombres, & on auroit les sommes 402, $865\frac{1}{2}$, 1500, 2598, 5598; ou 335, $721\frac{1}{4}$, 1250, 2165, 4665, qui sont les tangentes des angles marqués ci-dessus, en supposant le rayon de 1500 ou de 1250 parties égales. Si au contraire le rayon étoit moindre que mille parties, comme s'il en contenoit seulement 500 ou 750, alors il faudroit retrancher des nombres 268, 577, &c. les moitiés ou les quarts de ces nombres, & les restes seroient les tangentes des angles en posant le rayon de 500 ou de 750 parties. On verra dans le second Corollaire comment on trouve le centre du Cadran, lorsque le nombre des parties du rayon équinoctial est déterminé.

26. Si le Cadran n'avoit pas assez d'étendue, & que la ligne équinoctiale ne fût pas assez longue pour prendre toutes ces tangentes, on pourroit y suppléer en tirant une parallele à l'équinoctiale, qui coupât la méridienne CM en deux parties égales. Il est évident que la distance de cette parallele au centre du Cadran ne seroit que la moitié de la distance de l'équinoctiale au même centre; par conséquent les bases des angles horaires prises sur cette parallele, ne seroient que la moitié des bases des mêmes angles prises sur l'équinoctiale : par exemple, si la base MV de l'angle horaire MCV, laquelle est la tangente de l'angle MAV, est de 3732 parties, la base *mv* n'en contiendra que 1866. Si la distance C*m* avoit été seulement le quart de la distance CM, les bases prises sur la parallele n'auroient été que les quarts

des bases prises sur l'équinoctiale; & de même si Cm avoit été dix fois plus petite que la méridienne CM, les bases des angles horaires sur la parallele n'auroient été que les dixiémes des bases sur l'équinoctiale. Cela posé, il faut par le moyen de l'échelle des parties égales prendre des bases sur la parallele qui soient proportionnées à la distance de cette parallele au centre, les lignes tirées du centre aux extrêmités de ces bases seront les lignes horaires cherchées. Fig. 2.

COROLLAIRE SECOND.

27. On peut trouver CM, qui est la distance du centre à l'équinoctiale, par la ligne AM ou SM, que l'on connoît, ou que l'on prend d'une longueur arbitraire: car dans le triangle rectangle CSM, outre l'angle droit S, l'angle C, qui est égal à l'élévation du pole est supposé connu, aussi-bien que l'angle M qui est son complément. De plus on connoît aussi le côté SM par l'hypothèse: par conséquent on pourra trouver la distance CM, qui est le côté opposé à l'angle droit CSM: il n'y aura qu'à faire cette analogie, dont les trois premiers termes sont connus: *Le sinus de l'élévation du pole* SCM *est au côté* SM *comme le sinus total ou le sinus de l'angle droit* CSM *est au côté* CM.

28. REMARQUE. Ce Corollaire sert également à trouver par le calcul le point M par où doit passer l'équinoctiale lorsque le centre C est donné, ou le centre C quand c'est le point M de l'équinoctiale qui est donné ou pris a volonté. La Géométrie fait aussi trouver l'un & l'autre. Nous avons déja vû (8) comment on détermine le point M par le centre C; voici la maniere de trouver le centre par le point M: on tirera de ce point M la ligne SM qui fasse avec CM l'angle SMC égal à l'élévation de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole: ensuite on décrira la ligne CS qui forme l'angle droit CSM avec la premiere ligne SM, le point C qu'elle rencontrera sur la méridienne CM sera le centre cherché.

Fig. 2.

COROLLAIRE III.

29. Si on connoît la hauteur SP, ou qu'on la prenne à volonté, on pourra trouver les lignes CP & PM qui montreront la diſtance du centre à la ligne équinoctiale. Dans l'un & l'autre triangle rectangle CPS & SPM on connoît trois choſes, ſçavoir, la hauteur SP, qui eſt le côté commun à l'un & à l'autre triangle, l'angle droit dans l'un & l'autre, & dans le premier l'angle SCP, qui eſt égal à la hauteur du pole; & dans le ſecond, l'angle SMP, qui en eſt le complément. Par conſéquent on trouvera les côtés CP & PM, qui ſont les tangentes des angles CSP & MSP en prenant la hauteur SP pour rayon d'une circonférence dont le centre ſoit S. On pourra auſſi trouver SM qui eſt le côté oppoſé à l'angle droit SPM. Or ſi on connoît les trois lignes CP, PM & SM ou AM avec la hauteur du pole SCM, on pourra trouver les points horaires ſur la ligne équinoctiale EN; ou par la méthode géométrique expliquée dans le Problême, ou par la méthode du calcul que l'on a expoſé dans le premier Corollaire.

30. Voici les analogies par leſquelles on trouvera les trois lignes CP, PM & SM ou AM, en prenant pour rayon dans les deux premieres la hauteur SP, que l'on ſuppoſe connue, & en ſuivant la regle générale pour la troiſiéme.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle CSP, *comme la hauteur* SP *eſt à* CP.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle MSP, *comme la hauteur* SP *eſt à* PM.

Le ſinus de l'angle SMP *eſt à la hauteur* SP *comme le ſinus total eſt à* SM *ou* AM.

31. On peut auſſi trouver par la Géométrie les trois lignes CP, PM & SM, quand la hauteur SP eſt donnée ou priſe à volonté: il n'y a qu'à tirer la ligne CS qui faſſe avec SP un angle CSP égal au complément de la hauteur du pole, & l'autre ligne SM qui faſſe avec la même SP l'angle MSP égal à la hauteur du pole.

TROISIE'ME METHODE *de tracer un Cadran horisontal.*

32 Il faut tracer une ligne CM que l'on regardera comme la méridienne, & tirer par le point C que l'on prendra pour centre du Cadran, une autre ligne BCb perpendiculaire à CM: ce sera la ligne de six heures. On fera ensuite avec le compas les trois parties CB, Cb & CK égales chacune à 1000 parties de l'échelle, qui est tracée sur l'équerre de plusieurs estuis de Mathématique. Après cela on tirera les lignes BD, bd paralleles à CM: enfin on menera par le point K la ligne DKd perpendiculaire à la méridienne CM. Fig. 2.

33 Après avoir tiré toutes ces lignes ou même avant qu'on les ait tirées, on cherchera dans des tables des sinus les tangentes des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que les lignes horaires forment avec la méridienne. Or pour cela il faut connoître la valeur de ces angles, on la trouvera par le Problême III, ou, ce qui est beaucoup plus aisé, on les prendra dans la cinquiéme table que nous avons placée à la fin de ce Traité. Par exemple, on verra que l'angle horaire qui répond à neuf heures est de 36 deg. 58 min pour la latitude de Paris, dont la tangente est marquée dans les tables des sinus par le nombre 753. On cherchera de même les autres angles horaires & leurs tangentes. On observera cependant que quand les angles horaires auront plus de 45 degrés, on prendra les cotangentes, c'est-à-dire, les tangentes de leur complément. Ainsi l'angle horaire qui répond à 7 heures du matin, étant de 70 degrés 25 minutes à la latitude de Paris, on prendra la tangente du complément, qui est le nombre 356 en retranchant autant de chiffres à la fin qu'il en faut ôter du rayon ou sinus total pour qu'il ne reste que le nombre 1000.

34. Quand on aura les tangentes des angles horaires, on prendra avec un compas ordinaire sur l'échelle des parties égales les nombres qui expriment ces tan-

Fig. 2. gentes : ainsi pour neuf heures on prendra sur l'échelle 753 parties, c'est-à-dire, qu'on ouvrira le compas, ensorte que l'intervalle des pointes contienne 753 parties de l'échelle : on gardera cette ouverture & on mettra une de ces pointes sur le point K de la méridienne , & on décrira ensuite de côté & d'autre sur la ligne Dd des petits arcs qui coupent cette ligne, les points d'intersection seront ceux de neuf heures du matin & de trois heures du soir. On fera la même chose pour tous les angles qui ne seront pas au-dessus de 45 degrés.

35. Quant à ceux qui surpasseront 45 deg. on prendra pareillement les nombres qui expriment les tangentes des complémens, on les prendra, dis-je, sur l'échelle avec le compas, on mettra une pointe sur le point B, & on décrira de l'autre un petit arc qui coupe BD : puis en conservant toujours la même ouverture on mettra aussi une pointe sur le point b, & on décrira un arc qui coupe la ligne bd ; les points d'intersections seront les points horaires des lignes BD & bd. On tirera ensuite du centre à tous ces points des lignes droites ; ce seront les lignes horaires.

On voit bien que les angles que font les lignes horaires avec la ligne BCb sont les complémens des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que font ces mêmes lignes avec la méridienne CM : c'est pourquoi on prend les cotangentes des angles horaires qui surpassent 45 degrés, afin de les marquer sur les lignes BD & bd.

Afin d'éviter les méprises en cherchant les tangentes des angles horaires il sera bon d'écrire dans une colomne la valeur des angles horaires moindres que 45 degrés, & de mettre a la gauche les heures qui leur répondent. Ensuite on placera les tangentes des angles à la droite. On écrira pareillement la valeur des angles horaires qni surpassent 45 degrés dans une colomne. avec les heures à la gauche & les cotangentes à la droite. Voici un exemple de la maniere de disposer les

colomnes des heures, des angles horaires & des tangentes : on ſuppoſe la latitude de 48 deg. 50 min.

heures du ſoir.

heu.	min.	deg.	mi.	tang.
0	15ᵐ	2ᵈ.	50′.	49
0	30	5	40.	99
0	45	8	31.	150
1	0	11	24.	202
1	15	14	20.	256
1	30	17	19	312
1	45	20	22	371
2	0	23	30	435
2	30	30	1	578
3	0	36	58	753
3	30	44	27	981

heu.	mi.	deg.	mi.	cotan.
4ʰ	0m	52	31	767
4	30	61	11	550
5	0	70	25	356
5	30	80	5	175

Nous avons toujours ſuppoſé qu'il y avoit une échelle de mille parties égales gravée ſur l'équerre, comme elle s'y trouve effectivement dans pluſieurs eſtuis de mathématique : mais ſi cette échelle ne s'y trouvoit pas, on pourroit ſe ſervir de celle de 200 parties qui eſt toujours ſur le compas de proportion. Nous expliquerons dans le quatriéme Livre à la fin de la méthode de tracer la méridienne du tems moyen, comment on peut faire uſage de cette échelle de 200 parties, en faiſant attention que 200 eſt la cinquiéme partie de 1000.

QUATRIE'ME METHODE de tracer un Cadran horiſontal.

Il y a une autre méthode très-facile & très-ſûre dans la pratique, pour trouver les points horaires ſur l'équinoctiale : l'application en eſt d'autant plus commode, qu'elle ne ſuppoſe ni table des tangentes, ni échelle diviſée en parties égales. Voici cette méthode.

36. 1°. Il faut prendre avec un compas ordinaire la ligne M9 égale au rayon AM, & prendre auſſi la ligne M3 de la même longueur, les points 9 & 3 ſeront les points de neuf & de trois heures. 2°. On ouvrira le compas de maniere que la diſtance des deux extrémités Fig. 5.

Fig. 5. ou pointes soit égale au diametre FG, ou à la ligne 9-3, qui est une partie de l'équinoctiale: on mettra ensuite une pointe sur le centre A, & on portera l'autre sur la ligne équinoctiale de côté & d'autre du point M: cette seconde pointe désignera les points 8 & 4, de huit heures du matin & de quatre heures du soir. 3°. On gardera la même ouverture du compas, puis on appliquera une de ses extrémités sur le point 8, & on portera l'autre sur la partie de l'équinoctiale opposée à la méridienne: cette autre extrémité désignera le point de sept heures du matin. Mais si on tourne la seconde extrémité vers l'autre partie de l'équinoctiale, cette extrémité marquera le point d'une heure après midi au delà de la méridienne, pourvû que la premiere demeure toujours posée sur le point 8. Pareillement gardant la même ouverture du compas, & une des extrémités étant appliquée au point 4, l'autre extrémité déterminera les points 5 & 11. Enfin on divisera les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales, les deux points de division les plus proches du point M seront ceux de 10 heures & de 2 heures.

37. On peut faire ici une remarque, semblable à celle que nous avons faite après le premier Corollaire du second Problême (art. 26). Si la ligne équinoctiale n'étoit pas assez longue, il faudroit lui mener une parallele plus proche du centre du Cadran, & regarder cette parallele comme une autre équinoctiale, dont le rayon seroit moindre que celui de la premiere équinoctiale à proportion de la distance du centre du Cadran; ensorte que si la distance C*m* du centre à la seconde équinoctiale étoit, par exemple, la moitié de CM, qui est la distance du même centre à la premiere, son rayon *am* ou *sm* ne seroit aussi que la moitié du premier rayon AM ou SM. Si C*m* étoit le quart de CM, le rayon *am* seroit aussi le quart de AM, à cause des triangles semblables CMS & C*ms*. Cela posé, au lieu du premier rayon équinoctial AM, il faudroit prendre

le second *am*, & marquer les points horaires sur la seconde équinoctiale, afin de tirer du centre des lignes qui passent par ces points : ce seroient les lignes horaires. Fig. 5.

38. On peut encore se servir de l'article 16 pour mener les autres lignes horaires, quand on a tiré les suivantes C4, C3, C1, C11, C9, C8. Il faut couper la ligne C3 par une parallele à C9, & au moyen de cette parallele on tirera C2, qui doit être autant éloignée de C3 que C4, & pareillement on tirera C5, autant éloignée de C3 que C1, en prenant ces éloignemens sur la parallele,

Cette quatriéme méthode suppose trois propositions de Géométrie que nous allons prouver.

39. 1°. La tangente d'un arc ou d'un angle de 45 degrés est égale au rayon. Soit l'angle ACE de 45 deg. je dis que sa tangente AE est égale au rayon CA : car le triangle CAE étant rectangle en A, la somme des angles C & E est égale à un angle droit. Or l'angle C ou ACE est de 45^d par l'hypothèse; donc l'autre angle E vaut aussi 45^d : ainsi puisque ces deux angles sont égaux, les côtés qui leur sont opposés sont aussi égaux, c'est-à-dire, que la tangente AE est égale au rayon CA. Fig. .

40. 2°. La sécante d'un arc ou d'un angle de 60 degrés est égale au diametre. Soit l'angle ACF de 60 degrés, il faut prouver que la sécante CF est égale au diametre du cercle. L'angle ACF ou ACD étant par l'hypothèse de 60 degrés, la corde AD est égale au rayon CD ou CA, & le triangle DAC est équilateral; par conséquent l'angle CAD est aussi de 60 degrès. Ainsi l'angle DAF, qui est l'autre partie de l'angle droit CAF, est de 30 deg. Or l'angle CFA est aussi de 30 degrés, puisque l'on suppose que l'angle ACF du triangle rectangle CAF est de 60 degrés. Par conséquent les angles A & F du triangle ADF étant chacun de 30 degrés, il faut que les côtés opposés DF & AD ou CD soient égaux. Ainsi les deux parties CD & DF de la sécante CF sont chacune égales au rayon; donc la sécante entiere est égale au diametre.

Fig. 6. 41. 3°. La tangente de 60 degrés eſt triple de celle de 30 degrés. Soit la tangente AF de 60 degrés & l'autre tangente AB de 30; il faut prouver que la premiere eſt triple de la ſeconde. L'angle ACF étant par l'hypothèſe de 60 degrés, & l'autre ACB de 30, il s'enſuit que le premier eſt partagé également par CB: donc les deux parties de la baſe ſont proportionnelles aux côtés de ce premier angle: (Géom. Liv. I, Art. 161) c'eſt-à-dire, que BF eſt à BA, comme CF eſt à CA. Or CF eſt double de CD ou de CA, comme on vient de le prouver. Donc BF eſt auſſi double de AB. Par conſéquent AF eſt triple de AB.

Ces trois propoſitions étant prouvées, il n'y a plus qu'à en faire l'application pour rendre raiſon de la quatriéme méthode.

Fig. 5. 42. 1°. La ligne M9 ou M3 eſt égale au rayon, parce que c'eſt la tangente de l'angle MA9 ou MA3, qui eſt de 45 degrés. 2°. Lorſqu'on ouvre le compas de maniere que la diſtance de ſes extrémités eſt égale au diametre FG, ſi on en met une ſur le point A, l'autre déſignera les points 8 & 4: car la ſécante d'un angle de 60 degrés, tel qu'eſt l'angle MA8 ou MA4, eſt égale au diametre: cette ſécante eſt le rayon prolongé A8 ou A4. 3°. Dans le triangle rectangle AM8, l'angle MA8 eſt de 60 degrés: par conſéquent l'autre angle aigu A8M contient 30 degrés; ainſi dans l'autre triangle A87, l'angle 8, qui eſt le ſupplément de l'angle A8M, contient 150 degrés, & d'ailleurs l'angle A ou 7A8 étant de 15 degrés, le troiſiéme angle 7 eſt auſſi de 15 degrés; par conſéquent le côté 8-7 eſt égal au diametre ou au côté A8. De plus dans le triangle 8A1 l'angle en A eſt égal à l'angle en 1, parce qu'ils contiennent chacun 75 degrés; par conſéquent le côté 8-1 eſt égal au côté A8 ou au diametre: il faut dire la même choſe des lignes 4-5, & 4-11, qui ſont auſſi égales chacune au diametre. 4°. Enfin la tangente de 60 degrés étant trois fois plus grande que la tangente de 30 deg,

M8 sera triple de M10, & M4 sera aussi triple de M2 : c'est pourquoi on trouvera les points de dix & de deux heures, si on partage les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales.

43. Cette quatriéme méthode peut aussi être employée pour marquer les demies & même les quarts sur la ligne équinoctiale ; c'est ce que nous allons expliquer. Pour marquer les demies après midi, en commençant par celles qui sont plus près de la méridienne, il faut mettre une des pointes du compas sur l'équinoctiale aux points des heures impaires, c'est-à-dire, de 7, de 9, de 11, de 1, de 3, de 5, & ouvrir le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A : après quoi la premiere pointe du compas étant toujours appliquée sur l'endroit de l'équinoctiale où on l'a mise, l'autre pointe portée aussi sur l'équinoctiale marquera une demie : ainsi 1°. je mets une pointe du compas sur l'équinoctiale au point de sept heures du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A, alors tenant toujours la premiere pointe sur le point de sept heures, je transporte la seconde sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de midi & demi. 2°. Mettant de même une pointe sur neuf heures, & ouvrant le compas jusqu'à ce que la distance des deux pointes soit égale à 9A, je transporte la seconde pointe sur l'équinoctiale en laissant la premiere au point de neuf heures, & pour lors la seconde pointe atteint au point de $1^h\frac{1}{2}$. Je continue de même pour marquer les autres demies : c'est pourquoi afin de marquer $5^h\frac{1}{2}$ du soir, je mets une pointe du compas sur cinq heures du soir, & l'autre sur le centre A : ensuite laissant la premiere pointe à sa place, je porte l'autre sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de $5^h\frac{1}{2}$. Fig. 7.

44. Après que les demies ont été marquées sur une partie de l'équinoctiale d'un côté de la méridienne, on pourroit se servir de la même méthode pour marquer

Fig. 7. aussi les demies sur l'autre partie : mais il est plus aisé de les déterminer en prenant sur l'équinoctiale, depuis la méridienne, des distances égales à celles qui sont du côté où les demies ont été marquées.

45. Quand les demies sont désignées, on peut déterminer ainsi les points des quarts après midi, en commençant par ceux qui sont les plus près de midi. Il faut mettre une pointe du compas sur tous les points des demies, tant celles qui précedent midi, que celles qui le suivent. Après cela on ouvre le compas autant qu'il est nécessaire pour que la seconde pointe tombe sur le centre A : puis laissant toujours la premiere pointe dans l'endroit où elle est, on transporte la seconde sur l'équinoctiale, le point où elle tombe est un quart. Ainsi pour marquer midi & un quart, je mets une pointe de compas sur $6^h \frac{1}{2}$ du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe au centre A; après cela tenant la premiere pointe à sa place, je transporte la seconde sur l'équinoctiale vers la méridienne, le point auquel elle aboutit est celui de midi un quart. On pourroit par la même méthode se servir des quarts pour marquer les demi-quarts.

46. Au reste, comme il arrive souvent qu'on ne peut assez prolonger l'équinoctiale pour qu'elle contienne le point de $6^h \frac{1}{2}$ du matin, on pourra aisément trouver le point de midi un quart, en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la méridienne & la ligne de midi & demi : car le point de division sera celui de midi un quart : de même en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la ligne de midi & demi & celle d'une heure, le point de division sera celui de midi trois quarts. Il n'y a point dans cette pratique d'erreur sensible, sur-tout pour le point de midi un quart. Ces deux points feront trouver ceux de onze heures trois quarts & de onze heures un quart, puisque ces deux derniers points sont autant éloignés de la méridienne, que ceux de midi un quart &de midi

trois quarts. On peut de la même maniere marquer les demi-quarts auprès de la méridienne en partageant les intervalles des quarts en deux parties égales.

47. Pour démontrer la pratique des art. 43 & 45, nous ſuppoſerons que chacun des angles ſur la baſe d'un triangle iſocele eſt égal à un angle droit moins la moitié de l'angle compris entre les côtés égaux : par exemple, ſi l'angle compris entre les côtés égaux d'un triangle iſocele eſt de 52 degrés, chacun des angles ſur la baſe eſt égal à un angle droit moins la moitié de 52 degrés, car dans ce cas chaque angle ſur la baſe eſt de 64 degrés. Or $64 = 90 - 26$. Cela vient de ce que les deux angles ſur la baſe, qui ſont égaux entre eux, étant joints au troiſiéme, valent enſemble deux angles droits : car de-là il s'enſuit que chaque angle ſur la baſe plus la moitié de l'angle au ſommet valent un angle droit.

48. Cela poſé, nous prendrons pour exemple le point de midi & demi (nous l'appellerons L) que l'on trouve en mettant une pointe du compas ſur le point de ſept heures du matin. Il faut prouver que l'angle MAL eſt de $7^d \frac{1}{2}$, puiſque le ſoleil parcourant 15 deg. par heure, il doit faire $7^d \frac{1}{2}$ dans une demie-heure. Le triangle AM7 eſt rectangle en M ; de plus MA7 eſt de 75 degrés, puiſqu'il y a 5 heures d'intervalle depuis 7 heures du matin juſqu'à midi ; ainſi l'angle A7M étant le complément de l'angle MA7, il vaut 15 degrés. Cela étant, en tirant la ligne AL on aura le triangle A7L, qui eſt iſocele par la conſtruction, & dont chacun des angles ſur la baſe AL eſt un angle droit moins la moitié de l'angle oppoſé à la baſe, lequel eſt de 15 deg. Ainſi l'angle LA7 eſt de 90 degrés moins $7^d \frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, qu'il vaut $82^d \frac{1}{2}$. Or l'angle MA7 eſt de 75 degrés ; par conſéquent l'angle MAL, qui eſt l'autre partie de LA7, vaut $7^d \frac{1}{2}$. On prouvera par un raiſonnement ſemblable que l'angle MAR eſt de $22^d \frac{1}{2}$. (Nous nommons R le point que l'on a trouvé pour une heure & demie.) Il

Fig. 7.

Fig. 7. en est ainsi des autres points que l'on trouve pour marquer les demies.

On fera voir aussi de la même maniere que les points des quarts sont bien marqués en suivant la méthode prescrite. Nous allons le prouver pour le point K, qui est celui de midi un quart, que l'on détermine en mettant une des pointes du compas sur le point de $6^h \frac{1}{2}$ du matin, que nous appellons O. Il faut montrer que l'angle MAK est de $3^d\ 45'$.

49. Dans le triangle rect. OMA, l'angle MAO vaut $82^d\ 30'$; ainsi l'angle O est de $7^d\ 30'$. Or le triang. AOK est isocele par la construction; par conséquent chacun des deux angles sur la base AK est égal à un angle droit moins $3^d\ 45'$ qui est la moitié de l'angle O; donc l'angle OAK est de $86^d\ 15'$. Or l'angle MAO vaut $82^d\ 30'$: donc l'angle MAK, qui est l'autre partie de OAK, est de $3^d\ 45'$.

On prouvera par un raisonnement semblable que pour trouver midi trois quarts il faut mettre une pointe du compas sur $7^h \frac{1}{2}$ du matin; pour $1^h \frac{1}{4}$, sur $8^h \frac{1}{2}$; pour $1^h \frac{3}{4}$, sur $9^h \frac{1}{2}$; pour $2^h \frac{1}{4}$, sur $10^h \frac{1}{2}$; pour $2^h \frac{3}{4}$, sur $11^h \frac{1}{2}$; pour $3^h \frac{1}{4}$, sur midi & demi; pour $3^h \frac{3}{4}$, sur $1^h \frac{1}{2}$; ainsi de suite.

PROBLÊME III.

50. *La hauteur du Pole sur l'horison étant connue;* Fig. 2. *trouver les angles horaires* MCI, MCII, MCIII, MCIIII, &c. *du Cadran horisontal, ou ceux qui leur sont égaux* MCXI, MCX, MCIX, MCVIII, &c.

Il faut faire l'analogie suivante, dont les trois premiers termes sont connus par les tables des sinus & des tangentes.

Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, ainsi la tangente de l'angle horaire MAI *ou* MAII, *ou* MAIII, *dans le Cadran Equinoctial, est à la tangente de l'angle horaire* MCI, *ou* MCII, *ou* MCIII, *dans le Cadran Horisontal.*

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Qu'on prenne le coté CM dans le triangle rectangle CMI du Cadran horisontal pour le sinus total dont le centre soit C, le côté MI sera la tangente de l'angle horaire MCI : ainsi on aura cette proportion, CM. MI :: S.T. T.MCI, c'est-à-dire, CM est à MI, comme le sinus total est à la tangente de l'angle horaire MCI. De même si dans le triangle rectangle AMI du Cadran équinoctial on prend le côté AM pour le sinus total ou le rayon, le côté MI sera la tangente de l'angle MAI ; on aura donc cette autre proportion, AM. MI :: S.T. T.MAI. Or comme dans toute proportion le produit des extrêmes est égal à celui des moyens, la premiere proportion donnera cette égalité, CM×T.MCI = MI×S.T, & la seconde proportion donnera AM×T.MAI = MI×S.T. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CM×T.MCI & AM×T.MAI sont égaux : d'où on tire la nouvelle proportion CM. AM :: T.MAI. T.MCI. Mais la ligne AM est égale à la ligne SM par l'hypothèse ; on aura donc la proportion suivante, CM.SM :: T.MAI.T.MCI. Or cette ligne SM est le sinus de l'angle MCS, ou de la hauteur du pole, en prenant CM pour rayon ou sinus total. Par conséquent la derniere proportion se réduit à celle-ci ; *Le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, comme la tangente de l'angle horaire du Cadran équinoctial est à la tangente de l'angle horaire correspondant dans le Cadran horisontal.* Ce qu'il falloit démontrer. Fig. 2.

51. Les angles MAI, MAII, MAIII du Cadran équinoctial sont égaux à la distance du soleil au méridien à une heure, à deux heures, à trois heures : ainsi on pourroit mettre ces distances à la place de ces angles. D'ailleurs la latitude est toujours égale à l'élévation du pole ; ainsi la proportion précédente se réduit à

celle-ci, *Le ſinus total eſt au ſinus de la latitude, comme la tangente de la diſtance du Soleil au méridien pour une heure propoſée, eſt à la tangente de l'angle horaire horiſontal qui répond à cette heure.*

COROLLAIRE.

52. Dans tous les Cadrans horiſontaux qui ſont ſur un même cercle parallele à l'équateur, les angles horaires de l'un ſont égaux aux angles correſpondans de l'autre: mais il n'en eſt pas de même, ſi on compare les Cadrans horiſontaux d'un parallele avec ceux d'un autre parallele: car les angles des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur ſont moindres que les angles de ceux d'un parallele plus éloigné. Cela paroît par la proportion établie ci-deſſus, puiſque quand il s'agit des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur, le ſecond terme de cette proportion, qui eſt le ſinus de la latitude, étant plus petit, il faut que le 4me terme ſoit auſſi plus petit. Or ce 4me terme eſt la tangente de l'angle horaire horiſontal.

53. Cela n'empêche pas que dans un lieu d'une certaine latitude on ne puiſſe ſe ſervir d'un Cadran horiſontal fait pour un autre degré de latitude: par exemple, ſi un Cadran horiſontal eſt tracé pour le 50me degré de latitude, on peut s'en ſervir dans un lieu qui eſt au 40me degré, pourvû que dans ce lieu on l'incline de façon qu'il ſoit parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, & que d'ailleurs il ſoit bien orienté, c'eſt-à-dire, placé comme il faut par rapport au nord & au ſud, à l'orient & à l'occident: car dans ce cas le Cadran pourra être conſidéré comme s'il étoit dans le plan de l'horiſon du 50me degré: mais il eſt évident que ce Cadran ne ſera pas horiſontal ſur le 40me degré, puiſqu'il doit y être incliné, afin qu'il puiſſe montrer les heures.

54 Il n'eſt pas fort difficile de diſpoſer dans un lieu un plan parallele à l'horiſon d'un autre lieu qui eſt ſous le même méridien, mais dont la latitude eſt différente: car il ſuffit pour cela que ce plan faſſe avec l'horiſon du lieu où il eſt, un angle égal à la différence des latitudes des lieux: par exemple, pour rendre un plan qui eſt au 40me degré de latitude parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, il faut diſpoſer ce plan de maniere qu'il faſſe un angle de dix degrés avec l'horiſon du lieu où il eſt, de ſorte que le ſommet de cet angle ſoit vers le nord, & la baſe tournée vers le ſud: mais ſi on vouloit diſpoſer ſur le 50me degré un plan parallele à l'horiſon du 40me, il faudroit que le ſommet de l'angle fût tourné au ſud & la baſe au nord.

55. Afin qu'on entende mieux la méthode de ce Problême, nous allons donner un exemple d'un Cadran horiſontal qu'il s'agit de tracer à la latitude de Paris, qui eſt de 48d 51'. Le ſinus total eſt 100000, le ſinus de la hauteur du pole eſt 75299, la tangente de l'angle horaire MAI dans le Cadran équinoctial, c'eſt-à-dire, la tangente de 15 degrés eſt 26795; par conſéquent dans la préſente hypothèſe, les trois premiers termes de la proportion ſont, 100000, 75299, 26795. Ainſi pour avoir le quatriéme, il faut multiplier le ſecond & le troiſiéme l'un par l'autre, & diviſer le produit 2,017,636,705 par 100000, le quotient 20176 ſera la tangente de l'angle horaire MCI dans le Cadran horiſontal. Or ce nombre eſt la tangente d'un angle de 11 degrés & environ 24 minutes; par conſéquent l'angle horaire MCI du Cadran horiſontal dans un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole eſt de 48d 51' contient 11d 24'. On trouvera de la même maniere les autres angles horaires du Cadran horiſontal. Fig. 2.

56. Il ſeroit beaucoup plus facile de ſe ſervir des logarithmes: nous allons en faire uſage pour le même

Fig. 2. exemple. Les logarithmes des trois premiers termes, tels qu'on les trouve dans les Tables ordinaires à côté des angles, en retranchant les deux derniers chiffres : sont : 1000000, 987679, 942805. Il faut donc, comme nous le dirons ensuite, ajouter ensemble les deux derniers logarithmes, & retrancher le premier de la somme 1,930,484, le reste sera 930484. On cherchera ce nombre dans la Table parmi les logarithmes des tangentes, & on trouvera que c'est le logarithme de la tangente de 11^d 24'.

Nous exposerons dans la préparation aux Livres suivans, la nature & l'usage des logarithmes.

Nous donnerons à la suite de ce Traité une Table composée sur ce Problême, laquelle contient les angles horaires du Cadran horisontal depuis le commencement du 44me degré de latitude, jusqu'à la fin du 53me degré.

CINQUIE'ME METHODE de décrire un Cadran Horisontal

57. On peut aisément par le moyen de ce Problême & de la premiere Table que nous donnerons à la fin de ce Traité, tirer les lignes horaires dans le Cadran horisontal par le moyen d'un quart de cercle divisé exactement, ou plutôt d'une échelle divisée en parties égales: en effet pour tracer une ligne horaire comme CI, on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon CM contienne, par exemple, 1000 parties égales de l'échelle; ensuite du point M, comme centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle MCI que nous supposons de 11^d 24', laquelle contient 199 parties, le rayon en ayant 1000, il faut décrire un arc qui coupe la circonférence en un point: après quoi on tirera du centre C du Cadran une ligne au point d'intersection de l'arc avec la circonférence; ce sera la li-

gne horaire CI. On fera la même choſe pour les autres Fig. 2.
lignes horaires, en prenant toujours le point M pour le centre de tous les arcs qui coupent la circonférence.

58. On cherchera dans une table des ſinus combien la corde de chaque angle horaire doit contenir de ces parties égales. Or la corde d'un angle eſt toujours double du ſinus d'un autre angle qui eſt la moitié du premier : par exemple, la corde d'un angle de $11^d\ 24'$ eſt double du ſinus d'un angle de $5^d\ 42'$; par conſéquent le ſinus de cet angle étant de 99 parties $\frac{1}{3}$ en ſuppoſant le rayon de 1000, la corde de l'angle de $11^d\ 24'$ eſt de 198, ou plutôt de 199.

59. Si le rayon CM contient plus ou moins de parties que 1000, alors les cordes des angles horaires deviendront plus grandes ou plus petites à proportion : par exemple, ſi le rayon CM contenoit 2000 parties, la corde de $11^d\ 24'$ en auroit 398, qui eſt un nombre double de 199. Si le rayon étoit de 1500 parties, la corde de $11^d\ 24'$ ſeroit de 298, lequel nombre contient 199, & de plus la moitié de 199, ſçavoir 99.

60. Nous avons donc donné cinq méthodes pour faire des Cadrans horiſontaux : la premiere, qui eſt expliquée dans le ſecond Problême, eſt géométrique : la ſeconde, qui eſt expoſée dans le premier Corollaire du ſecond Problême, la troiſiéme & la cinquiéme s'exécutent par un calcul que l'on trouve tout fait dans les Tables, & ſuppoſent auſſi qu'on a une échelle de parties égales. Enfin la quatriéme eſt géométrique, ainſi que la premiere. Outre ces cinq méthodes, nous en avons ajouté une (art. 16), par laquelle ſept lignes horaires conſécutives étant déja tracées, on donne la maniere de tirer les autres.

61. Nous finirons ce Livre par une remarque ſur une petite erreur des Cadrans au moins à certaines heures; ce ſont celles d'avant & d'après midi : un Cadran, quoique bien fait & bien orienté avance un peu le matin & retarde un peu le ſoir. Cela vient de ce que la réfrac-

tion des rayons de lumiere causée par l'air, fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'est, d'une quantité qui diminue à proportion que le Soleil s'éloigne davantage de l'horison, comme on le peut voir par la Table que nous avons placée après le quatriéme Problême de la seconde section du Livre suivant. Ainsi l'erreur est d'autant moindre, que les heures marquées par le Cadran sont moins éloignées de midi. Cette erreur est même insensible vers les dix ou onze heures avant midi, & vers une heure ou deux après midi en Esté, à cause de la grande élévation du Soleil à ces heures là.

Il paroît d'abord que cette réfraction devroit aussi causer de l'erreur à midi au moins en Hiver, puisque le Soleil est alors peu élevé sur l'horison. Mais il faut prendre garde que quand un astre est au méridien, l'excès d'élévation causé par la réfraction de l'air, ne le fait pas paroître hors du méridien, mais seulement à un point un peu plus élevé de ce cercle qu'il n'est effectivement : ainsi l'ombre de l'axe du Cadran ne peut tomber que sur la méridienne qui est l'intersection du plan du Cadran avec celui du méridien, soit que le Soleil soit plus élevé à cette heure, ou qu'il le soit moins. Cette remarque a lieu pour les Cadrans verticaux & pour les inclinés.

PRÉPARATION

AUX LIVRES SUIVANS.

DANS la construction des Cadrans Verticaux on emploie souvent le calcul de la Trigonométrie rectiligne pour la résolution des triangles : on trouvera la méthode générale de ce calcul expliquée dans nos Elémens de Géométrie pour toutes sortes de triangles rectilignes : mais comme presque tous les triangles dont

on cherche la résolution dans la Gnomonique sont rectangles, & qu'il y a pour ces sortes de triangles des méthodes particulieres presque toujours beaucoup plus courtes & plus faciles que les générales, nous allons donner ces méthodes propres aux triangles rectangles ; nous expliquerons ensuite l'usage des logarithmes, parce que nous nous en servirons souvent dant la suite ; après quoi nous donnerons la description du compas à verge, & celle du faux stile dont il est à propos de se servir pour prendre des points d'ombre, ou plutôt des points de lumiere. Ce sont quatre choses qui sont nécessaires pour entendre ce que nous avons à dire touchant les Cadrans, soit Verticaux, soit Inclinés.

De la résolution des Triangles rectangles.

La résolution des triangles rectangles renferme plusieurs cas qui ont rapport aux trois hypothèses que l'on peut faire : sçavoir 1°. que l'on connoisse deux angles & un côté, 2°. deux côtés & un angle, 3°. enfin les trois côtés. Supposons 1°. que dans le triangle BAC rectangle en A on connoisse deux angles & un côté, alors si le côté connu est l'hypotenuse BC on trouvera le côté AB ou AC en faisant la proportion suivante, *Le sinus total est à l'hypotenuse* BC, *comme le sinus de l'angle* B *est au côté* AC. Cette proportion est fondée sur ce que l'on regarde l'hypotenuse BC comme sinus total ou comme rayon, dont le centre est B, auquel cas le côté AC devient sinus de l'angle B. Pareillement pour trouver l'autre côté AB il faut faire une proportion semblable, en disant, *Le sinus total est à l'hypotenuse*, *comme le sinus de l'angle* C *est au côté* AB ; & pour lors on considere l'hypotenuse BC comme rayon, & le point C comme centre ; auquel cas AB devient sinus de l'angle C. ART. I. Fig. 1.

2. Quand on a une Table des sécantes, on peut employer l'analogie suivante, dans laquelle on regarde le côté cherché comme sinus total, & alors l'hypote-

nuſe devient la ſécante de l'angle aigu compris entre
Fig. 1. l'hypotenuſe & le côté cherché. *La ſécante de l'angle* B *eſt à l'hypotenuſe, comme le ſinus total eſt au côté* AB.

3. Si le côté connu eſt un de ceux qui forment l'angle droit, comme AB, alors il faut regarder AB comme ſinus total, & le point B comme centre; auquel cas AC devient tangente de l'angle oppoſé B, & BC eſt ſécante du même angle: ainſi pour trouver AC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB, *comme la tangente de l'angle* B *eſt au côté* AC; & pour avoit l'hypotenuſe BC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB, *comme la ſécante de l'angle* B *eſt à* BC, Cette derniere analogie ſuppoſe pour la pratique, qu'on a une table des ſécantes: mais ſi on n'en a point, il faudra ſe ſervir de la proportion de l'article ſuivant, afin de trouver l'hypotenuſe.

4. Le côté AB ou AC étant connu on pourroit auſſi regarder l'hypotenuſe BC comme ſinus total, & alors chacun des côtés de l'angle droit ſeroit ſinus de l'angle oppoſé; ainſi on trouveroit l'hypotenuſe, en diſant, *Le ſinus de l'angle* C *eſt au côté* AB, *comme le ſinus total eſt à* BC.

5. 2°. Quand on connoît deux côtés d'un triangle rectangle avec l'angle droit, on peut trouver les deux autres angles avec le troiſiéme côté. Ce cas en renferme deux autres, parce que les côtés connus peuvent être ou ceux qui contiennent l'angle droit, ou un de ces côtés avec l'hypotenuſe.

6. Si les deux côtés connus terminent l'angle droit, comme AB & AC, il faut faire la proportion ſuivante afin de trouver un des angles aigus: *Comme le côté* AB *eſt au ſinus total, ainſi le côté* AC *eſt à la tangente de l'angle oppoſé* B. Cette proportion eſt fondée ſur ce que l'on regarde le côté AB comme rayon, dont le centre eſt le point B, auquel cas le côté AC eſt la tangente de l'angle B. Réciproquement, ſi on conſidere AC comme ſinus total, le côté AB devient tangente de

l'angle C; ce qui donne lieu à cette autre proportion, semblable à la précédente, *Comme le côté* AC *est au sinus total, ainsi le côté* AB *à la tangente de l'angle* C. Fig. 1.

7. Mais si les deux côtés connus du triangle rectangle sont un des côtés de l'angle droit & l'hypotenuse, comme AB & BC qui contiennent l'angle B, on fera la proportion suivante, pour trouver la valeur d'un des angles aigus; *L'hypotenuse* BC *est au sinus total, comme le côté* AB *au sinus de l'angle opposé* C, ou bien, *Le côté* AB *est au sinus total, comme* BC *est à la sécante de l'angle* B. Dans la premiere de ces deux proportions on considere l'hypotenuse BC comme rayon, & le côté AB comme le sinus de l'angle opposé: dans la seconde, c'est le côté AB que l'on prend pour sinus total ou rayon, & le point B pour centre; & alors l'hypotenuse devient la sécante de l'angle B. On est obligé de se servir de la premiere de ces proportions quand on n'a point de tables des sécantes.

Lorsqu'on connoît un des angles aigus avec deux côtés, on trouve comme dans le premier cas, le troisiéme côté, qui peut être ou l'hypotenuse, ou un des deux qui comprennent l'angle droit.

8. On peut aussi trouver le troisiéme côté d'un triangle rectangle dont on connoît les deux autres côtés, sans chercher auparavant un des angles aigus: car si on connoît les deux côtés qui contiennent l'angle droit, on ajoutera leurs quarrés ensemble, & on tirera la racine quarrée de la somme; cette racine sera l'hypotenuse: mais si on connoît l'hypotenuse avec un des côtés de l'angle droit, il faut retrancher le quarré de ce côté du quarré de l'hypotenuse, le reste sera le quarré du côté cherché: ainsi il faudra tirer la racine quarrée de ce reste, & on aura le côté qu'on cherche. Cette méthode est une suite évidente de l'article 183 du II Livre de nos Elémens de Géométrie, lequel article contient la 47me Proposition du premier Livre d'Euclide.

9. 3°. Lorsqu'on connoît les trois côtés d'un trian-

Fig. 1. gle rectangle, on peut aiſément trouver les deux angles aigus. Ce troiſiéme cas ſe rapporte au ſecond, parce que dans un triangle rectangle on connoît toujours un angle, ſçavoir l'angle droit : ainſi on dira, *L'hypotenuſe eſt au ſinus total, comme le côté oppoſé à un des angles aigus eſt au ſinus de cet angle.* On pourra dire auſſi, *Un des côtés de l'angle droit, comme* AB, *eſt au ſinus total, comme l'autre côté* AC *eſt à la tangente de l'angle oppoſé* B. Et encore : *Le côté* AB *eſt au ſinus total, comme l'hypotenuſe* BC *eſt à la ſécante de l'angle* B.

10. Ire REMARQUE. Il paroît par ces trois cas, que quand l'hypotenuſe eſt priſe pour le rayon, alors les deux autres côtés ſont chacun ſinus des angles qui leur ſont oppoſés : mais ſi on prend un des côtés de l'angle droit pour ſinus total, l'autre côté de cet angle devient la tangente de l'angle oppoſé, & l'hypotenuſe devient la ſécante du même angle : c'eſt ſur cette remarque que ſont fondées toutes les analogies du triangle rectangle, comme on pourra aiſément l'appercevoir, en faiſant attention que les nombres qu'on trouve dans les tables des ſinus, des tangentes & des ſécantes, ſont ceux que les côtés du triangle rectangle contiendroient, en ſuppoſant celui qu'on regarde comme ſinus total diviſé en 100000, ou en 10000000 parties. C'eſt ce que l'on verra clairement en prenant pour exemple l'analogie du premier cas (art. 3), de laquelle on ſe ſert pour trouver le côté AC, lorſqu'on connoît le côté AB, & l'angle B auquel eſt oppoſé le côté AC : en voici l'alterne, *Le ſinus total* 100000 *eſt à la tangente* 107237 *de l'angle* B *de* 47 *deg. comme le côté* AB, que je ſuppoſe de 500 toiſes, *eſt au côté* AC, que l'on trouvera de 536 toiſes : c'eſt comme ſi l'on diſoit : En concevant que le côté AB eſt partagé en 100000 parties, on trouve par les Tables que le côté AC en contient 107237 ; ainſi en diviſant le côté AB ſeulement en 500 parties, combien en contiendra l'autre côté AC ?

11. II^{de}. REMARQUE. Quand on regarde l'hypotenuſe comme ſinus total, il eſt facile de voir que l'analogie que l'on fait alors pour le triangle rectangle eſt la même que celle qui eſt preſcrite dans le premier Problême général de la Trigonométrie.

DE L'USAGE DES LOGARITHMES.

12. Tout le monde ſçait combien l'Addition eſt plus facile que la Multiplication, & la Souſtraction que la Diviſion; ainſi pour faire ſentir tout d'un coup l'utilité des logarithmes, il ſuffit de dire que par leur moyen on réduit la Multiplication en Addition, & la Diviſion en Souſtraction : en un mot les logarithmes ſont ſi utiles pour abréger les calculs, que l'on fait ſouvent dans moins d'une heure par leur ſecours, ce que l'on feroit à peine dans un jour en ne les employant pas.

13. Les logarithmes ſont des nombres en proportion Arithmétique correſpondants à d'autres nombres qui ſont en proportion Géométrique : par exemple, ſi on prend les quatre nombres, 3, 6, 4, 8, qui ſont en proportion Géométrique, on trouvera que les logarithmes qui leur répondent dans la Table, ſçavoir, 4771213, 7781513, 6020600, 9030900 ſont en proportion Arithmétique, puiſque la différence du premier au ſecond eſt la même que celle du troiſiéme au quatriéme.

Le premier des chifres qui compoſent les logarithmes de tous les nombres depuis l'unité juſqu'à 10,000, 000, 000 excluſivement, eſt appellé *caracteriſtique*. Dans le logarithme de ce nombre & de ceux qui ſont plus grands, la caracteriſtique contient pluſieurs chifres. En général il y a autant d'unités dans la caracteriſtique, qu'il y a de chifres dans le nombre avant celui qui eſt au rang des unités, c'eſt-à-dire, avant le dernier: ainſi la caracteriſtique de tous les nombres naturels depuis 1000 juſqu'à 10000 excluſivement, eſt 3, & celle de de 10000 & de tous les nombres juſqu'à 100000 non compris, eſt 4.

14. Pour trouver le produit de deux nombres par le moyen des logarithmes, il faut chercher dans la Table leurs logarithmes & les ajouter enſemble; leur ſomme ſera le logarithme du produit qui ſe trouvera dans la Table vis-à-vis de cette ſomme: par exemple, ſi je veux avoir le produit de 57 par 34, je cherche dans la Table les logarithmes qui répondent vis-à-vis de ces deux nombres: je trouve 17558748 & 15314789, que j'ajoute enſemble, la ſomme eſt 32873537. Je cherche donc ce logarithme, & je trouve que le nombre qui lui répond eſt 1938; ainſi ce nombre eſt le produit de 57 par 34.

15. Pour trouver le quotient d'un nombre diviſé par un autre, en employant les logarithmes, il faut retrancher le logarithme du diviſeur de celui du dividende, le reſte ſera le logarithme du quotient. Pour avoir le quotient du nombre 9642 diviſé par 64, je prends 39841671 & 18061800, qui ſont les logarithmes de 9642 & de 64, & je retranche le ſecond du premier, le reſte 21779871 eſt le logarithme du quotient. Or en cherchant ce reſte dans la Table, je trouve que le logarithme le plus approchant eſt 21760913, auquel répond 150, qui par conſéquent eſt le quotient cherché. Mais il y a un reſte, parce que 21779871 eſt plus grand que 21760913.

16. Pour faire une Regle de trois avec les logarithmes, il faut ajouter enſemble les logarithmes des deux moyens connus & retrancher de la ſomme le logarithme du premier terme, le reſte ſera le logarithme du quatriéme terme cherché. Ainſi pour trouver le quatriéme terme de cette proportion, 425 . 1275 : : 634 . x, j'ajoute enſemble les deux nombres 31055102 & 28020893, qui ſont les logarithmes des moyens; la ſomme eſt 59075995: enſuite je retranche de cette ſomme le nombre 26283889, qui eſt le logarithme du premier terme; le reſte eſt 32792106, c'eſt le logarithme de 1902. Ainſi ce nombre 1902 eſt le qua-

triéme terme chérché. On se sert aussi des logarithmes, soit pour avoir les racines d'un nombre, soit pour en trouver les puissances.

17. Afin de trouver la racine quarrée d'un nombre, il faut prendre la moitié de son logarithme, ce sera celui de la racine cherchée; ainsi pour trouver la racine de 7225, je cherche son logarithme dans la Table, & je trouve 38588379, dont la moitié 19294189 est le logarithme de la racine: je cherche donc cette moitié dans la Table, & je trouve que c'est le logarithme de 85: ainsi 85 est la racine quarrée de 7225. Si on vouloit avoir la racine cubique d'un nombre, il faudroit prendre le tiers de son logarithme, ce tiers seroit le logarithme de la racine cubique du nombre proposé. Il en est de même à proportion des autres racines.

18. Pour élever un nombre à son quarré, il faut prendre le double de son logarithme, ce sera le logarithme du quarré cherché: je veux par éxemple, élever 96 à son quarré: Je trouve dans la Table que le logarithme de 96 est 19822712, dont le double 39645424 est le logarithme de 9216. Ainsi ce nombre est le quarré de 96. S'il s'agit de trouver le cube d'un nombre,on prend le triple de son logarithme. C'est la même chose à proportion pour les autres puissances.

Les logarithmes des sinus, des tangentes & des sécantes, sont appellés sinus, tangentes & sécantes *artificielles*, pour les distinguer des sinus, des tangentes & des secantes véritables que l'on appelle sinus, tangentes & sécantes *naturelles*, ou simplement sinus, tangentes & sécantes.

19. REMARQUE. Dans l'usage ordinaire on retranche les deux derniers chifres de chaque logarithme pour abreger le calcul, & le reste suffit, à moins qu'on n'ait besoin d'une éxactitude entiere, comme il arrive souvent dans les calculs Astronomiques. Lorsqu'on retranche ainsi les deux derniers chifres, s'ils valent plus de 50, on ajoute une unité au dernier chifre du reste

pour plus grande éxactitude: mais s'ils valent moins de 50, on n'ajoute rien au reste: enfin s'ils valent 50, on peut indifféremment ajouter ou non une unité. S'il s'agit, par exemple, du logarithme de 7225, qui est 38588379, on prend 385884, à cause que les deux derniers chifres 79 valent plus de 50. La raison de cette pratique est que le chifre qui suit le 3 étant plus grand que 5 il vaut plus de la moitié d'une unité du 3; puisque la valeur des chifres d'un nombre augmente en proportion décuple, en allant de droite à gauche. Ainsi en mettant 4, le nombre approche plus du véritable logarithme que si on laissoit 3.

Du Compas a verge.

20. Le Compas à verge est une regle de métail ou de bois, qui a deux pointes d'acier que l'on peut faire glisser pour les éloigner ou pour les approcher. Ces pointes sont attachées au bord de deux boëtes percées à jour, dans lesquelles on fait entrer la regle. Il y a une vis à chaque boëte pour la fixer sur quel endroit on
Fig. 2. veut de la regle. Dans la fig. 2. AB est la regle qui doit avoir environ trois ou quatre pieds: si elle est de bois, il faut que ce soit du cormier, ou quelque autre bois dur & compacte, qui ne soit pas récemment coupé, de peur qu'elle ne se plie. C & D sont les deux boëtes mobiles de cuivre auxquelles sont attachées des pointes d'acier qui doivent être perpendiculaires à la regle. Pour voir plus distinctement les différentes parties de ces boëtes, on en a représenté une en grand dans la
Fig. 3. fig. 3. la pointe de cette boëte est G, la vis est F: l'une & l'autre est d'acier. L'extrémité de la vis ne s'applique pas immédiatement sur la regle, de peur qu'elle n'y fasse des empreintes, mais elle pose sur une lame d'acier HL, qui en se pliant vers le milieu serre la regle, & empêche la boëte de glisser.

21. Quand on veut décrire une circonférence avec ce compas, on écarte les deux boëtes jusqu'à ce que la

distance des pointes soit égale au rayon du cercle à décrire: ensuite on applique une pointe du compas sur le point qui doit servir de centre, & on fait tourner le compas autour de cette pointe, en sorte que l'autre grave une trace sur le plan, cette trace sera la circonférence cherchée. On se sert beaucoup du compas à verge pour marquer sur un plan les longueurs qu'on veut, en écartant ou en approchant les deux pointes: mais afin de rendre l'usage de ce compas plus étendu & plus commode, il faut y faire une échelle, ou même deux, dont l'une contienne des parties égales, & l'autre marque les longueurs des cordes des différens arcs: pour cet effet le côté de la regle sur lequel on veut tracer l'échelle, doit avoir environ un pouce & demi de largeur. Fig. 3.

22. L'échelle des parties égales doit contenir 2 ou 3 mille de ces parties marquées de centaine en centaine par des nombres & par des perpendiculaires à des lignes paralleles tirées selon la longueur de la regle. Pour ce qui est des parties intermédiaires depuis le commencement d'une centaine jusqu'à la fin, on les marque par dix paralleles tirées, comme nous venons de dire, selon la longueur de la regle, & par dix transversales tracées entre le commencement & la fin de chaque centaine, ensorte que toutes les paralleles sont également éloignées l'une de l'autre, & de même les transversales sont aussi à égale distance l'une de l'autre. (Nous ne comptons que dix paralleles, parce que nous n'y comprenons pas celle qui passe par les commencemens des perpendiculaires & des transversales). Pour faire concevoir clairement la construction de cette échelle, nous avons fait graver la fig. 4. qui représente une partie d'un côté de la regle sur lequel cette échelle se trouve. AB ou *ab* contient cent parties, BC en contient aussi cent, &c. Les perpendiculaires B*b*, C*c*, désignent la fin de chaque centaine, & pour marquer les parties intermédiaires, on se sert des paralleles telles que 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 7-7, 8-8, 9-9, 10-10, & des transversales, comme AI, I-II, II-III, III-IV, Fig. 4.

Fig. 4. IV-V, V-VI, VI-VII, VII-VIII, VIII-IX, IX*b*; qui ſont dans l'eſpace de chaque centaine. Ce ſont les interſections des paralleles & des tranſverſales qui déſignent le nombre des parties depuis le commencement de la regle juſqu'à ces interſections : c'eſt-à-dire, que les interſections de la premiere tranſverſale d'une centaine avec les dix paralleles déſignent les dix premieres parties : pareillement les interſections de la ſeconde tranſverſale avec les dix paralleles déſignent les dix parties ſuivantes : ainſi des huit autres tranſverſales. D'où il paroît que la fin ou la dixiéme interſection de la derniere tranſverſale ſe doit réunir avec la perpendiculaire qui termine la centaine. Pour plus grande facilité on marque auſſi les cinquantaines par des perpendiculaires, comme V-V.

23. On voit donc par ce qu'on vient de dire, que pour avoir la longueur qu'occupe un certain nombre de parties, par éxemple 147, il faut prendre l'eſpace de la premiere centaine, enſuite celui qui eſt entre le commencement de la premiere & la fin de la quatriéme tranſverſale de la ſeconde centaine, parce qu'il y a quatre dixaines marquées par le 4 : enfin on ajoutera encore l'eſpace qui eſt entre la quatriéme tranſverſale & la ſeptiéme interſection de la cinquiéme tranſverſale, à cauſe des ſept unités : la ſomme de tous ces eſpaces ſera la longueur 7 DE des 147 parties.

24. Pour ce qui eſt de l'échelle des cordes, il eſt à propos de la faire ſur le côté oppoſé, s'il eſt plus large que les deux autres qui reſtent : en voici la conſtruction, qui reſſemble beaucoup à celle de l'échelle des parties égales, qui doit être comme la baſe & le fondement de celle-ci. On ſuppoſe donc le rayon du cercle dont on veut marquer les cordes, égal à 1000 parties de la premiere échelle, je veux dire, de celle des parties égales, ou du moins à un nombre qui ſoit formé des aliquotes de 1000, comme 500, ou 800, ou 1200, ou 1500, ou 2000, &c. Pour plus grande facilité

facilité nous ſuppoſerons ici ce rayon de 1000 parties. Or le rayon eſt égal à la corde de 60 degrés. Ainſi la corde de 60 degrés doit contenir 1000 parties de la premiere échelle. On tire donc une ligne perpendiculaire aux paralleles que je ſuppoſe tracées ſelon la longueur de la regle, comme dans la premiere échelle, laquelle perpendiculaire réponde à celle qui déſigne 1000 parties égales dans la premiere échelle. Pour avoir le nombre des parties que doivent contenir les autres cordes, il faut chercher dans une table ordinaire les ſinus des arcs qui ne ſont que la moitié de ceux dont on veut avoir les cordes, & retrancher de chaque nombre qui exprime ces ſinus, autant de chifres qu'il y en a de plus au ſinus total de la table qu'au nombre 1000, qui eſt le ſinus total de l'échelle. Par exemple, pour avoir la corde de 30 degrés, je cherche le ſinus de 15, qui eſt 25881 : mais comme ce nombre ſuppoſe le rayon ou le ſinus total de 10 0000, & qu'il ne doit être que de 1000 ſur l'échelle, il faut retrancher les deux derniers chifres de 25881, parce qu'il y a deux zeros de moins dans 1000 que dans 100000. Par conſéquent le ſinus de 15 degrés en ſuppoſant le rayon de 1000, contient 258 parties, ou plutôt 259, à cauſe du premier chifre retranché 8, qui vaut plus de la moitié d'une unité du 8 précédent. Or on ſçait que la corde d'un arc eſt double du ſinus de la moitié de cet arc : ainſi pour avoir la corde de 30 degrés, il faut multiplier le ſinus de 15 deg. qui eſt 259 par 2, & le produit 518 ſera la corde de 30 dégrés, qui a 1000 pour rayon. On trouve de la même maniere les cordes des autres arcs.

25. Quand on a trouvé les cordes de tous les degrés depuis 1 juſqu'à 90, on les marque ſur le côté de la regle par des perpendiculaires aux paralleles, comme nous avons dit par rapport à la corde de 60 degrés : & on écrit ſur ces perpendiculaires de cinq en cinq, ou de dix en dix les nombres qui déſignent les degrés de

ces cordes : par exemple, on écrit 35 ſur la perpendiculaire qui déſigne la fin de la corde de 35 degrés.

26. De plus on tire une tranſverſale du commencement de chaque perpendiculaire à la fin de la ſuivante : ces tranſverſales coupent les dix paralleles, & les dix points d'interſections marquent les minutes d'un degré de ſix en ſix, parce que le degré contenant 60 minutes, la dixiéme partie en contient ſix. Il eſt vrai que les interſections de ces tranſverſales ſuppoſent que les différentes cordes qui ſe rapportent au même degré, par exemple, celles de $35^d\ 6'$, de $35^d\ 12'$, de $35^d\ 18'$, de $35^d\ 24'$ & de 36^d, ont des différences égales, ou bien, croiſſent en proportion arithmétique, ce qui néanmoins n'eſt pas dans l'exacte vérité : mais cela ne peut cauſer d'erreur ſenſible, puiſqu'à peine peut-on s'appercevoir de l'inégalité entre les deux eſpaces que renferment deux degrés qui ſe ſuivent, par exemple, entre l'eſpace qui eſt depuis le 35me degré au 36me, & celui qui eſt depuis ce 36me juſqu'au 37me.

27. Comme l'erreur inſéparable de la pratique eſt moindre à proportion en employant de grandes meſures qu'en ſe ſervant de petites, il eſt à propos de conſtruire l'échelle des cordes, en ſuppoſant le rayon de 2000 parties au lieu de 1000, & pour lors on trouvera les nombres de parties que les différentes cordes contiennent en doublant ou en multipliant par 2 les nombres qui expriment des cordes ſemblables, leſquelles ſuppoſent le rayon de 1000. Ainſi la corde de 30 degrés étant de 518 parties quand le rayon en contient 1000, elle ſera de 1036 parties, en ſuppoſant le rayon de 2000.

28. Il paroît par-là qu'une ſeule échelle des cordes ſuffit, & peut ſuppléer à pluſieurs autres en augmentant ou en diminuant le nombre des parties de l'échelle faite ſur le côté d'une regle : par exemple, connoiſſant par une échelle dont le rayon eſt de 2000 parties, que la corde de 30 degrés en contient 1036, j'en conclus

que si le rayon étoit de 3000 parties, la corde semblable en contiendroit 1554, parce que comme 3000 contient 2000 plus la moitié de 2000, de même 1554 contient 1036 plus la moitié de 1036.

29. On peut aisément par le moyen de cette échelle des cordes faire sur un plan avec le compas à verge un angle de tant de degrés qu'on voudra : pour cela il faut d'abord tracer sur ce plan une ligne droite, comme AB, dont je suppose que l'on prenne le point A pour être le sommet de l'angle : ensuite on décrira de ce point comme centre, & d'un intervalle égal au rayon de l'echelle, ou à la corde de 60 degrés, un arc de cercle indéfini qui coupe la ligne AB au point B. Afin de décrire cet arc il faut fixer une boëte, que j'appelle la premiere, au commencement de la regle, comme est celle qui est marquée C dans la figure 2, ensuite on éloignera la seconde, en sorte que le bord auquel est attachée la pointe, réponde à la corde de 60 degrés. (La premiere boëte doit toujours être ainsi fixée quand on se sert de ce compas, soit pour faire des angles, soit pour prendre des longueurs). Quand ce premier arc sera décrit, on écartera la seconde boëte du compas à verge de la premiere, en sorte que la distance des deux pointes soit égale à la corde de l'angle à décrire, que je suppose, par exemple, de 50 degrés; & on mettra une des pointes du compas sur le point B, pour décrire de ce point, comme centre, avec l'intervalle égal à la corde de 50 degrés, un second arc qui coupe le premier au point C. Je dis que si on tire une ligne du sommet A au point C, on aura l'angle BAC de 50 degrés. Cela est évident, puisque si on tire une droite BC, ce sera une corde de 50 degrés; & par conséquent l'arc BC que cette corde soutient, est de 50 deg. d'où il suit que l'angle BAC dont cet arc est la mesure, est aussi de 50 degrés. Fig. 56

30. Quoiqu'il n'y eût point d'échelle pour les cordes sur le compas à verge, on pourroit néanmoins

Fig. 5. faire un angle de quelle grandeur on voudroit, pourvû qu'il y eût une échelle de parties égales : mais alors il faudroit avoir une table des ſinus. Pour cet effet on décrira, comme nous avons dit, du point A comme centre, & d'un intervalle égal au rayon, que je ſuppoſe de 2000 parties, un arc qui coupe la ligne AB au point B. Après cela on cherchera par le moyen de la table des ſinus qu'elle doit être la corde de 50 deg. en ſuppoſant le rayon de 2000 parties. On trouvera cette corde par la méthode expliquée dans la conſtruction de l'échelle des cordes (24 & 27) : dans notre exemple elle eſt de 1690 parties. On fera le reſte comme nous venons de le dire.

31. Il eſt aiſé par cette méthode d'élever une perpendiculaire ſur une ligne d'un point donné dans cette ligne : car pour cela il n'y a qu'à faire un angle droit, qui ait ſon ſommet à ce point. Or pour faire un angle droit il ſuffit de prendre une corde de 1414 parties, ſi le rayon eſt de 1000 ; ou de 2828, ſi le rayon eſt de 2000, parce que 1414 eſt le double du ſinus de 45 degrés quand le rayon eſt de 1000.

32. On ſe ſert pareillement du compas à verge pour connoître la grandeur d'un angle tracé ſur un plan, tel que l'angle BAC. Pour cela, après avoir pris une diſtance des deux pointes du compas égale au rayon de l'échelle des cordes, lequel eſt de même longueur que la corde de 60 degrés, il faut décrire du ſommet A comme centre, & de cette diſtance, un arc qui coupe les deux côtés de l'angle, & prendre enſuite la longueur de la corde de l'arc compris entre les deux côtés : cette corde fera connoître la grandeur de l'angle.

33. S'il n'y avoit point d'échelle des cordes ſur le compas, mais ſeulement celle des parties égales ; après avoir décrit un arc, comme on vient de le dire, il faudroit chercher par une Regle de trois à quel angle appartiendroit la corde dont on auroit trouvé la longueur : les trois premiers termes de cette regle ſont

le rayon de l'arc qu'on a décrit entre les deux côtés de l'angle, que je ſuppoſe de 2000 parties ; la corde trouvée, que je ſuppoſe de 1690, & le rayon de 1000 parties. Dans cette hypothèſe on trouvera le nombre 845 pour quatriéme terme, lequel eſt la corde d'un angle égal à celui qu'on cherche ; c'eſt, dis-je, la corde de cet angle, en ſuppoſant le rayon de 1000 parties. Or pour trouver par le moyen des tables quel eſt l'angle de cette corde, il faut en prendre la moitié, ſçavoir, $422\frac{1}{2}$ ou 422, ce ſera le ſinus de la moitié de l'angle, dont on veut connoître la grandeur. On cherchera donc dans les tables des ſinus quel eſt l'angle dont 422 eſt le ſinus, en obſervant que comme 1000 contient deux zeros de moins que 100000, qui eſt le ſinus total des tables, de même auſſi il faut retrancher les deux derniers chifres du ſinus, tel qu'il eſt dans les tables ; & pour lors on trouvera que 422 eſt le ſinus de 25 degrés ; par conſéquent 845 eſt la corde de 50 deg. le rayon étant de 1000 parties. Ainſi la corde 1690 eſt auſſi celle de 50 degrés, en ſuppoſant le rayon de 2000. Fig. 5.

34. Quand on ſuppoſe le rayon de 2000 parties, comme nous l'avons fait, il eſt plus court de prendre tout d'un coup le quart de la corde qu'on a meſurée, c'eſt le ſinus de la moitié de l'angle cherché ; dont le rayon eſt 1000. Ainſi dans notre exemple il ſuffit de prendre le quart de la corde 1690, on trouvera 422, qui, comme nous l'avons vû, eſt le ſinus de la moitié de l'angle cherché. Si le rayon de l'arc qu'on a décrit étoit ſeulement de 1000, il ne faudroit prendre que la moitié de la corde compriſe entre les deux côtés, ce ſeroit le ſinus de la moitié de l'angle contenu entre ces côtés.

35. Tout le monde n'ayant pas la facilité d'avoir un compas à verge tel qu'on vient de le repréſenter, on en peut faire un ſoi-même de la maniere ſuivante : on prendra une regle de bois, qui ait environ trois pieds

& demi & qui ſoit par tout de même groſſeur. On tracera une ligne droite le long de cette regle, que l'on diviſera en parties égales avec un compas ordinaire. Pour cet effet on ouvrira le compas de façon que la diſtance des pointes ſoit à peu près égale à un pouce 8 lignes, & on portera les pointes du compas ſuceſſivement d'un bout à l'autre de la ligne, en gardant toujours la même ouverture du compas. On obſervera les points de la ligne marqués par les pointes, & on tirera par ces points des perpendiculaires à la ligne qui ſera alors diviſée en parties égales qu'il faudra conſiderer comme des centaines. On diviſera chaque centaine en deux parties égales qui ſeront des cinquantaines, & on tirera par les points de diviſion des perpendiculaires moindres que les premieres. On diviſera de même par des points chaque cinquantaine en cinq parties égales qui ſeront des dixaines, & on tirera encore par ces points des perpendiculaires moindres que celles qui marquent les cinquantaines : enfin on diviſera chaque dixaine en deux parties égales, & par les points de diviſion on tirera des perpendiculaires qui ſoient plus petites que celles des dixaines : on mettra les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 &c. ſur les perpendiculaires qui ſont à la fin des centaines, dont la premiere eſt celle qui eſt la plus proche de la pointe immobile dont nous allons parler: la ligne ainſi diviſée eſt ce qu'on appelle l'échelle. Quand l'échelle eſt faite ou même avant, il faut attacher à la regle une pointe de fer ou plutôt d'acier, qui ait environ un pouce & demi, ſans compter la partie enfoncée dans le bois. Le ſommet de cette pointe doit répondre préciſément au commencement de l'échelle. Enfin on fera faire une boëte de cuivre ou de fer, au bord de laquelle ſoit attachée une autre pointe d'acier égale à la premiere : cette boëte doit être dans ſon interieur égale à la groſſeur de la regle afin qu'elle puiſſe gliſſer d'un bout à l'autre de cette regle. On aura alors un compas à verge, dont on pourra ſe ſervir pour

tracer un Cadran. L'inſtrument dont les Cordonniers ſe ſervent pour prendre meſure de ſouliers, eſt un compas à verge ou il y a deux boëtes, dont l'une eſt immobile & l'autre mobile. Elles portent au lieu de pointes d'acier des languettes de bois perpendiculaires à la regle, de même que les pointes de notre compas. Il ſeroit bon auſſi d'avoir un compas ordinaire dont chaque branche eût environ un pied & demi de longueur. Les Tailleurs de pierre en ont de cette grandeur, qui ſont de fer.

DESCRIPTION ET USAGE du faux Stile.

36. Le faux ſtile eſt ainſi appellé, parce qu'on ne l'emploie que pour tracer le Cadran, & non pas pour marquer les heures après qu'il eſt tracé. Il ne ſert même, comme nous le verrons dans la ſuite, que pour prendre la déclinaiſon du plan, laquelle étant une fois connue, on n'a plus beſoin du faux ſtile.

37. Ce ſtile peut être compoſé de deux ou de trois piéces : nous ſuppoſons d'abord qu'il n'en contient que deux, ſçavoir, une verge de fer recourbée & une plaque ronde de fer ou de cuivre, qui s'attache à l'extrémité de la verge de fer par une vis. On peut diſtinguer deux parties dans cette verge de fer recourbée, ſçavoir, le tronc ABCDE & la branche ES. On enfonce Fig. 6.
la partie droite ABC du tronc dans le mur dont le profil ou la coupe ſelon l'épaiſſeur, eſt repréſenté par MR ; en ſorte que cette partie ABC ſoit à peu près perpendiculaire au plan du mur. La partie recourbée FG doit être une vis que l'on fait entrer dans un écrou qui tient à la plaque, & l'extrémité GS doit finir en pointe. Le faux ſtile doit avoir environ deux pieds de longueur, ou même davantage.

Pour ce qui eſt de la plaque qu'on attache par une vis à l'extrémité du ſtile ; il eſt bon qu'elle ait $3\frac{1}{2}$ pouces ou quatre pouces de diametre. Il doit y avoir

dans le milieu un trou rond d'environ deux lignes & demie de diametre pour laisser passer les rayons du soleil qui vont tomber sur le plan. On fait entrer la vis dans l'écrou de la plaque jusqu'à ce que la pointe du stile soit au centre du trou rond qui est au milieu.

38. Nous avons dit que le stile peut être composé de trois piéces ; alors le tronc & la branche sont deux piéces qui peuvent être séparées l'une de l'autre, comme on voit par la fig. 7, dans laquelle la branche EFS ne tient au tronc que par les deux anneaux X & Y, & par la vis V, qui serre la branche contre les anneaux dans lesquels on a inséré la branche. Ce stile ne differe en rien du premier par rapport à la plaque ronde, qui est la troisiéme piéce. Il a été inventé afin de pouvoir diminuer ou augmenter la longueur du stile en insérant plus ou moins avant la branche dans les anneaux du tronc ; & en cela ce second stile est préférable au premier. C'est Mr Deparcieux, Maître de Mathématiques très-versé dans la théorie & la pratique des Cadrans, qui a imaginé de séparer la branche d'avec le tronc, afin d'allonger ou de racourcir le faux stile selon les besoins : il a aussi beaucoup perfectionné le compas à verge, en y ajoutant l'échelle des parties égales, & celle des cordes, & en disposant les deux pointes, comme nous l'avons dit. L'échelle des parties égales est nécessaire pour mesurer les longueurs des lignes : celle des cordes sert à connoître les angles déja décrits, & à en faire de quelle grandeur on veut sur un plan. En un mot ces deux échelles ajoutées au compas à verge rendent cet instrument aussi commode qu'on le puisse desirer.

Fig. 7.

39. Comme le sommet du stile qui est au centre du trou de la plaque est une pointe assez fine, on n'apperçoit pas l'ombre de ce sommet, mais seulement la lumiere du soleil qui passe par le trou, & on marque un point au milieu de cette lumiere, soit ronde, soit ovale, lequel est communément appellé le point d'ombre, parce que ce seroit sur ce point que tomberoit l'ombre du

ſommet du ſtile, ſi cette ombre n'étoit pas diſſipée par la lumiere environnante. Nous enſeignerons dans la ſuite comment on trouve le pied du ſtile, c'eſt-à-dire, le point du plan que rencontreroit une ligne tirée du ſommet perpendiculairement ſur le plan.

40. On pourroit ſupprimer dans le faux ſtile la pointe & la vis qui tient la plaque, & attacher cette plaque à la branche du ſtile par une autre vis, à peu près comme cette branche eſt attachée au tronc : cela donneroit lieu de trouver facilement le pied du ſtile avec une plaque appliquée au mur de la maniere dont nous l'expliquerons dans le premier Problême préliminaire ſur les Cadrans déclinans. On prendroit pour lors la hauteur du ſtile avec la verge de fer dont on ſe ſerviroit pour marquer le pied du ſtile, ou même avec une baguette de bois dont on meſureroit la longueur avec l'échelle des parties égales du compas à verge.

Si on n'a pas la commodité de ſe ſervir d'un faux ſtile tel à peu près que celui dont nous venons de donner la deſcription, il faut prendre une verge de fer d'environ deux pieds ou deux pieds & demi, dont l'extrémité qui ſera hors du mur finiſſe en une pointe émouſſée. On le fera ſceller un peu obliquement dans le mur, afin que le pied du ſtile ſoit à quelque diſtance de l'endroit ou ce ſtile pénetrera dans le mur.





LIVRE SECOND.

DES CADRANS VERTICAUX.

CE livre qui eſt plus long que les autres ſera partagé en trois ſections : la premiere contiendra pluſieurs notions ſur les Cadrans verticaux ou inclinés en général, la maniere de tracer des Cadrans réguliers Méridionaux, Septentrionaux, Orientaux & Occidentaux ; enfin la notion & les propriétés du centre diviſeur. La ſeconde renfermera pluſieurs Problêmes préliminaires qui ſervent à la deſcription des Cadrans verticaux. Dans la troiſiéme nous expoſerons différentes méthodes pour tracer des Cadrans ſolaires.

PREMIERE SECTION.

ART. I. On appelle Cadrans *Verticaux*, comme nous l'avons déja dit, ceux dont les plans ſont perpendiculaires à l'horiſon : tels ſont ceux que l'on trace ordinairement ſur les ſurfaces des murs ; car ces ſurfaces ſont ſenſiblement verticales. Il y en a quatre qu'on appelle *Réguliers*, ſçavoir, deux que l'on fait ſur le plan du premier vertical, l'un ſur la ſuperficie qui eſt tournée vers le midi, & qu'on appelle pour cette raiſon, *Méridional*, l'autre ſur la ſuperficie qui regarde le ſeptentrion, & qu'on appelle *Septentrional* ; & les deux autres qu'on trace ſur le plan du méridien, dont l'un s'appelle *Oriental*, & l'autre *Occidental*, parce que le premier eſt directement tourné du côté de l'orient, & le ſecond vers l'occident. Les autres Cadrans verticaux s'appellent quelquefois *Irréguliers* ; on les appelle auſſi *déclinants*, parce que leurs plans font des angles obliques avec le premier vertical.

Avant d'expoſer la maniere de faire les Cadrans réguliers, il eſt à propos de faire quelques obſervations.

2. 1°. Pour mieux entendre ce que nous avons à dire, il faut remarquer qu'on peut repréſenter la moitié du Ciel ſur un plan, ſçavoir, celle vers laquelle il eſt tourné. S'il s'agit d'un plan horiſontal, la moitié du Ciel qu'on peut repréſenter ſur le plan eſt toute entiere ſur l'horiſon. Quant aux plans verticaux, la moitié du Ciel qu'on y peut repréſenter eſt coupée en deux parties egales par l'horiſon, dont l'une eſt au-deſſus, & l'autre au-deſſous de ce cercle. Enfin la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné un plan incliné eſt coupée en deux parties inégales par l'horiſon, dont la ſupérieure eſt d'autant plus grande, que l'inclinaiſon de ce plan, ou l'angle aigu qu'il fait avec l'horiſon, eſt moindre.

3. 2°. Afin de connoître ſur quel point du plan auquel je ſuppoſe un ſtile attaché, on doit marquer un point particulier de la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné le plan, il faut concevoir une ligne droite tirée de ce point du Ciel, laquelle paſſe par le ſommet du ſtile, le point du plan auquel aboutira cette ligne, ſera celui qui repréſentera le point du Ciel duquel on conçoit la ligne tirée.

4. 3°. Il ſuit de là que les grands cercles de la Sphere doivent être repréſentés ſur le plan par des lignes droites : car le ſommet du ſtile n'étant pas ſenſiblement éloigné du centre de la Terre, eu égard à la diſtance immenſe du Ciel, on peut regarder ce point comme le centre de tous les grands cercles de la Sphere : par conſéquent toutes les lignes droites tirées des points de la circonférence de chaque cercle au ſommet du ſtile ſont dans le plan de ce même cercle, puiſqu'elles en ſont des rayons : toutes ces lignes prolongées juſqu'au plan auquel eſt attaché le ſtile, aboutiront donc à des points qui ſeront compris dans l'interſection de ce plan avec celui du cercle. Or l'interſection d'un plan par un autre ne peut être qu'une ligne droite.

Ainſi tous les points auxquels aboutiront les lignes tirées de la circonférence d'un grand cercle, ſeront dans une ligne droite. Donc ce grand cercle ou ſa circonférence doit être repréſenté par une ligne droite.

5. 4°. Au contraire les petits cercles de la ſphere, ou plutôt leurs circonférences, doivent être repréſentés ſur un plan par des lignes courbes : car comme le centre de la terre ou le ſommet du ſtile n'eſt pas dans le plan de ces cercles, les lignes tirées de la circonférence de quelqu'un de ces cercles, par exemple, d'un tropique au ſommet du ſtile ne ſeront pas dans le plan de ce cercle : mais elles ſeront dans la ſurface d'un cone qui a le même ſommet que le ſtile, & qui a pour baſe le cercle dont il s'agit. Que ſi on conçoit que ces lignes ſont prolongées juſqu'au plan du ſtile, elles formeront la ſurface d'un cone oppoſé au premier par le ſommet, & l'interſection de cette ſurface avec le plan ſera la ligne qui repréſentera la circonférence du petit cercle. Or il eſt évident que cette interſection ne ſera pas une ligne droite, mais quelques-unes des ſections coniques : ce ſeroit la circonférence d'un cercle, ſi le plan étoit parallele au cercle repréſenté, parce que la partie du plan compriſe dans la ſurface du cone, & le cercle repréſenté ſeroient pour lors des ſections ou des figures ſemblables, à cauſe de leur paralleliſme.

6. 5°. Les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la ſphere perpendiculaires au plan du Cadran paſſent toujours par le pied du ſtile : car ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, puiſqu'on le regarde comme le centre de la Sphere ou du Monde. D'ailleurs comme on les ſuppoſe perpendiculaires au plan du Cadran, de même que la hauteur du ſtile, il faut qu'ils paſſent auſſi par tous les points de cette hauteur, & par conſéquent par ſon pied; donc les lignes droites qui ſont les interſections de ces cercles avec le

plan du Cadran, doivent paſſer par ce pied.

7. 6°. Par une raiſon contraire les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la Sphere qui ſont obliques ſur le plan du Cadran, ne paſſent point par le pied du ſtile. Car comme ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, s'ils paſſoient auſſi par le pied du ſtile, ils ſeroient alors perpendiculaires au plan, ainſi que la hauteur elle-même : ce qui eſt contre l'hypothèſe.

8. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous établirons la propoſition ſuivante, que nous avons ſuppoſée ailleurs (art. 12 prélim.) Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſection que forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre. Pour prouver la vérité de cette propoſition, nous nommerons A & B les deux premiers plans qui ſont perpendiculaires entre eux, dont le premier, A, eſt auſſi perpendiculaire au troiſiéme, C. Afin d'aider l'imagination, que le plan ſur lequel la premiere figure eſt gravée ſoit le plan que nous appellons C, & que la commune interſection du plan A avec C ſoit la ligne EF, & celle du plan B avec C ſoit GH. Cela poſé, je démontre ainſi la propoſition: Puiſque A eſt perpendiculaire à C, le plan C l'eſt auſſi au plan A : d'ailleurs par l'hypothèſe, B eſt perpendiculaire au plan A : donc B & C étant perpendiculaires à A, GH commune ſection de B & de C l'eſt au même plan A : & par conſéquent GH fait des angles droits avec toutes les lignes du plan A qu'elle rencontre : elle eſt donc perpendiculaire à EF, qui eſt une ligne de ce plan. Fig. 1.

9. On peut ſe ſervir de la même figure pour faire voir que ſi deux plans, comme A & B, ſont chacun perpendiculaires au troiſiéme, C, (il n'eſt pas néceſſaire ici qu'ils ſoient perpendiculaires entre eux) l'angle

Fig. 1. EOG que forment leurs interſections EF & GH eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux plans A & B: ou, ce qui revient au même, l'angle EOG ou ſon ſupplément EOH, eſt la meſure de l'inclinaiſon des deux plans A & B: car ces deux plans étant chacun perpendiculaires au troiſiéme, réciproquement ce troiſiéme plan eſt auſſi perpendiculaire à ces deux. Or ce plan C coupant perpendiculairement les deux autres, on prend l'angle EOG ou EOH que font les communes ſections EF & GH de ce plan avec les deux premiers pour la meſure de l'inclinaiſon de ces deux plans. Si ces deux angles EOG & EOH ſont droits, on peut prendre l'un ou l'autre indifféremment pour la meſure de l'inclinaiſon des deux premiers plans: mais ſi ces angles ſont inégaux, c'eſt celui qui eſt aigu qui eſt la meſure de cette inclinaiſon.

10. La ligne horiſontale eſt l'interſection du plan du Cadran par un plan horiſontal que l'on imagine paſſer par le ſommet du ſtile. Il paroît par cette définition qu'il n'y a point de ligne horiſontale ſur le Cadran de même nom, parce qu'un plan horiſontal, c'eſt-à-dire, parallele à l'horiſon, ne peut couper le plan de ce Cadran. Mais il y en a une dans les Cadrans verticaux & dans les inclinés.

11. La ligne horiſontale paſſe par le pied du ſtile des Cadrans verticaux (6), parce que le plan horiſontal eſt perpendiculaire au plan vertical. Par la raiſon contraire, elle ne paſſe pas par ce point lorſque le Cadran eſt incliné.

12. Tous les points qui ſont dans la partie inférieure de la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné un plan vertical ou incliné, doivent être repréſentés au-deſſus de la ligne horiſontale, & tous ceux qui ſont dans la partie ſupérieure doivent être marqués au-deſſous de cette ligne. Ainſi quand dans la partie ſeptentrionale du Monde le plan d'un Cadran vertical ou incliné eſt tourné vers la moitié du Ciel qui contient le pole mé-

ridional, le centre du Cadran, qui eſt le point du plan qui repréſente ce pole, eſt au-deſſus de l'horiſontale, parce que le pole méridional eſt au-deſſous de l'horiſon. Par la raiſon contraire, lorſque le Cadran eſt tourné vers le pole ſeptentrional, le centre doit être au-deſſous de l'horiſontale. Pour ſentir la vérité de ce que nous diſons ici, il ſuffit de concevoir des lignes tirées de ces points du Ciel au plan, leſquelles paſſent par le ſommet du ſtile.

13. La verticale du plan eſt l'interſection du plan par un cercle vertical perpendiculaire au plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. Ce cercle eſt appellé *le vertical du plan*. La verticale du plan rencontre le pied du ſtile (6), parce que le cercle qui la forme eſt perpendiculaire au plan.

14. Cette verticale du plan eſt toujours perpendiculaire à l'horiſontale, ſoit ſur les plans verticaux, ſoit ſur les inclinés : car tout cercle vertical étant perpendiculaire à l'horiſon, & le vertical dont il s'agit l'étant auſſi au plan du Cadran, il faut que les interſections faites ſur ce plan par ce cercle vertical, & par l'horiſon ſoient auſſi perpendiculaires (8) l'une ſur l'autre.

15. La ſouſtilaire eſt l'interſection du plan du Cadran par un méridien perpendiculaire à ce plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. La ſouſtilaire paſſe non-ſeulement par le pied du ſtile (6), parce qu'elle eſt formée par un plan perpendiculaire à celui du Cadran, mais auſſi par le centre du Cadran : ce que l'on prouve de la même maniere que nous avons montré (art. 8 prélim.) que les lignes horaires paſſent par ce point.

16. La ſouſtilaire eſt auſſi appellée quelquefois *Ligne méridienne du plan*, parce qu'elle repréſente le *méridien du plan*, c'eſt-à-dire, celui qui eſt perpendiculaire au plan du Cadran. Mais il ne faut pas confondre cette méridienne du plan avec la méridienne

du lieu qui se nomme simplement méridienne ; & dont nous avons donné la définition (art. 13 prélim.) Pour mieux sentir la différence qu'il y a entre ces deux lignes , il faut prendre quelque corps , par exemple, un morceau de bois dont un des côtés soit une superficie plane, sur laquelle on élevera un stile perpendiculairement, auquel cas le pied du stile n'est pas différent du point du plan que ce stile rencontre. Si cette superficie plane est située horisontalement, la méridienne ne fera qu'une même ligne avec la soustilaire, parce qu'alors le méridien du lieu étant perpendiculaire au plan , il devient aussi le méridien de ce plan : mais si on incline un peu ce plan vers l'orient ou vers l'occident autour d'une ligne parallele à l'horison, laquelle tende du nord au sud , le méridien du lieu que l'on conçoit toujours passer par l'extrémité du stile, ne rencontrera pas le pied, mais il tranchera le plan au-dessous de ce point; & par conséquent la ligne méridienne sera au-dessous du pied du stile : au contraire la soustilaire passera toujours par ce point, puisqu'elle est formée par le méridien qui est perpendiculaire au plan & qui rencontre le sommet du stile. Soit donc qu'on tourne le plan à l'orient ou à l'occident, de sorte qu'il fasse des angles obliques avec l'horison, la méridienne prolongée jusqu'au centre du Cadran sera inférieure à la soustilaire. Par conséquent lorsqu'on abbaissera le côté oriental du plan, la méridienne sera à l'orient de la soustilaire : lorsqu'au contraire on abbaissera le côté occidental, la méridienne se trouvera à l'occident de la soustilaire.

17. La soustilaire est toujours perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes sortes de Cadrans (8), parce que ces deux lignes représentent deux cercles qui se coupent perpendiculairemenr, sçavoir, un méridien & l'équateur ; & que d'ailleurs le méridien par l'intersection duquel la soustilaire est formée, est perpendiculaire au plan du Cadran.

18. La

18. La ligne de six heures est l'intersection du plan du Cadran avec le sixiéme cercle horaire, lequel est coupé à angles droits par le méridien. Cette ligne de six heures passe nécessairement par le point d'intersection de la ligne équinoctiale & de la ligne horisontale, c'est-à-dire, que ces trois lignes ont un même point d'intersection, quand elles se coupent. La raison en est que dans la Sphere le sixiéme cercle horaire, l'équateur & l'horison, se coupent dans la même ligne, qui par conséquent est la commune intersection de ces trois cercles.

On remarquera que ces trois lignes sont paralleles dans les Cadrans méridionaux & septentrionaux, parce qu'elles y sont toutes trois perpendiculaires à la meridienne, comme nous le dirons ensuite.

19. Toutes ces lignes dont nous avons parlé se déterminent par rapport au sommet du stile, parce qu'on suppose que tous les grands cercles passent par ce point, & qu'il en est même le centre : c'est pourquoi si, par exemple, un plan horisontal qui ne passeroit pas par le sommet du stile, rencontroit le plan sur lequel on décrit le Cadran, la ligne d'intersection seroit à la vérité une horisontale, parce qu'elle seroit parallele à l'horison; mais elle ne seroit pas celle que l'on appelle l'horisontale du Cadran.

20. Avant de passer aux Cadrans réguliers nous remarquerons qu'en traitant des Cadrans on distingue deux sortes de hauteurs du pole, l'une sur l'horison du lieu, l'autre sur le plan du Cadran. La premiere, qu'il faut toujours entendre quand on dit simplement la hauteur du pole, sans spécifier de laquelle on parle, est mesurée par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horison. Pour entendre ce que c'est que la seconde, il faut concevoir que le plan est continué jusqu'au Ciel, & alors la hauteur du pole sur le plan sera l'arc du méridien perpendiculaire au plan, lequel arc est contenu entre le pole & le plan. Ce méridien n'est

pas différent de celui qui par ſon interſection avec le plan du Cadran forme la ſouſtilaire : c'eſt pourquoi l'angle qui eſt compris entre la ſouſtilaire & l'axe, eſt égal à cette hauteur du pole, parce que cet angle a pour meſure le même arc.

DES CADRANS VERTICAUX *qu'on appelle* Réguliers.

Nous ſuppoſons ici que l'on ſçait la ſituation du plan vertical ſur lequel on veut tracer un Cadran : nous expoſerons dans la ſuite pluſieurs méthodes pour la connoître, c'eſt-à-dire, pour s'aſſurer s'il eſt déclinant, ou s'il eſt tourné directement vers quelqu'un des quatre points du midi, du ſeptentrion, de l'orient & de l'occident : ce ſera dans le troiſiéme, le cinquiéme & le ſixiéme Problêmes des Cadrans verticaux irréguliers, qu'on enſeignera à trouver la déclinaiſon du plan.

Nous avons dit qu'il y a quatre ſortes de Cadrans réguliers, le Méridional, le Septentrional, l'Oriental & l'Occidental : nous parlerons d'abord du Meridional & du Septentrional.

Des Cadrans Méridionaux & Septentrionaux.

21. Un Cadran méridional ſe fait de la même maniere qu'un Cadran horiſontal, avec cette différence pourtant que l'axe du premier fait ſur le plan du Cadran un angle égal à l'élévation de l'équateur, & non pas à la hauteur du pole ſur l'horiſon. (L'élévation de l'équateur eſt égale au complément de la hauteur du pole.) Le centre de ce Cadran eſt ſupérieur par rapport à la ligne horiſontale (12), parce qu'il repréſente le pole méridional, qui dans la partie ſeptentrionale de la terre eſt toujours ſous l'horiſon. Par la même raiſon l'extrêmité de l'axe qui paroît hors du plan regarde la terre.

22. Pour concevoir la raiſon pour laquelle l'axe fait avec le plan de ce Cadran un angle égal à l'élévation

de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole sur l'horiſon du lieu, il n'y a qu'à conſidérer la figure 2, dans laquelle la ligne CH repréſente la partie de l'axe du Monde compriſe entre l'horiſon HR, & le plan méridional CP, qui eſt perpendiculaire à l'horiſon. Dans le triangle rectangle CPH l'angle P étant droit & l'angle H égal à la hauteur du pole, il eſt néceſſaire que l'angle C compris entre l'axe & le plan méridional ſoit égal au complément de la hauteur du pole. Fig. 2.

23 L'angle que fait l'axe avec le plan d'un Cadran eſt toujours le même que celui de cet axe avec la ſouſtilaire, parce que cette ligne eſt formée par un méridien perpendiculaire au plan, & qui d'ailleurs renferme l'axe comme tous les autres méridiens. Par conſéquent l'angle au centre du Cadran méridional ou ſeptentrional, compris entre l'axe & la ſouſtilaire, eſt égal au complément de la hauteur du pole. Il en faut dire autant de l'angle formé par l'axe & la méridienne, parce que dans ce Cadran cette ligne & la ſouſtilaire ſe confondent. Cet angle compris entre l'axe & la ſouſtilaire ou entre l'axe & le plan eſt, comme nous avons dit, (20) la hauteur du pole ſur le plan.

24. Dans ce Cadran la ligne de ſix heures, l'horiſontale & l'équinoctiale ſont perpendiculaires à la méridienne, parce que le cercle de ſix heures, l'horiſon & l'équateur ſont tous les trois perpendiculaires au méridien, & que d'ailleurs le méridien eſt perpendiculaire au plan du Cadran. Il faut entendre la même choſe par rapport à la ſouſtilaire qui eſt ici la même que la méridienne. Il ſuit de-là que ces trois lignes, celle de ſix heures, l'horiſontale & l'équinoctiale, ſont paralléles. De plus l'horiſontale eſt ſupérieure à l'équinoctiale, parce que la moitié de l'équateur repréſentée ſur ce Cadran eſt celle qui eſt ſur l'horiſon. Or tout ce qui eſt au-deſſus de l'horiſon doit ſe repréſenter ſur un plan vertical ou incliné au-deſſous de l'horiſontale, comme il paroît par l'article 12. Par une raiſon

contraire l'horisontale est au-dessous de l'équinoctiale dans le Cadran septentrional, parce que la moitié de l'équateur qui y est représentée est celle qui est au-dessous de l'horison.

25. Il faut observer que le Cadran méridional marque toutes les heures du jour en Automne & en Hyver, ou lorsque le soleil est dans la partie méridionale du Monde, & même lorsqu'il parcourt l'équateur : mais lorsque le soleil est arrivé à la partie septentrionale du Monde, ce Cadran ne marque plus ni les premieres heures après le lever du soleil, ni les dernieres avant son coucher : & même il commence d'autant plus tard à marquer les heures d'avant midi, & cesse d'autant plutôt de marquer celle d'après midi, que le soleil s'approche davantage du tropique de l'écrévisse; en sorte que lorsqu'il est une fois arrivé à ce tropique, il ne commence à jouïr de la présence du soleil que vers 7 $\frac{1}{2}$ heures du matin, & cesse d'en être éclairé par des rayons directs à 4 $\frac{1}{2}$ heures du soir, la latitude étant supposée d'environ 49 dégrés, telle qu'elle est à Paris. Cela s'entendra mieux par la figure suivante.

Fig. 3. 26. Soit le méridien HZRN, l'horison HR, le premier vertical ZN, l'équateur AT, l'axe de l'équateur ou du monde P*p*, qui représente aussi le cercle de six heures, parce qu'il fait avec l'horison le même angle que cet axe. Les lignes SDEF & *s*GLM paralleles à AT représentent des arcs de cercles que le soleil décrit lorsqu'il est dans la partie septentrionale du monde, & le point S ou *s* désigne le soleil lorsqu'il est à l'horison oriental. Tant que le soleil parcourra l'arc SDE d'un parallele en allant du point S au point D, il regardera la face boréale du premier vertical : ce qui arrivera au Printems & en Eté, même aprés six heures du matin, ou après que le soleil aura atteint le sixiéme cercle horaire qui est représenté par l'axe P*p*. Or le soleil se montre d'autant plus long-tems après six heures du matin, qu'il est plus éloigné de l'équateur : car,

par exemple, l'arc GL du cercle parallele eſt plus grand que l'arc DE. Mais lorſque le ſoleil eſt dans la partie méridionale, il paroît devant la face méridionale auſſi-tôt qu'il eſt ſur l'horiſon ; par exemple, s'il monte un peu au-deſſus du point O, il eſt auſſi-tôt viſible devant la face méridionale du plan ZN. Fig. 3.

27. Le Cadran ſeptentrional ſe fait de la même maniere que le méridional ; mais dans une ſituation renverſée : car le centre eſt au-deſſous de la ligne horiſontale, & l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur regarde en haut : d'ailleurs la ligne horiſontale qui eſt ſupérieure à l'équinoctiale dans un Cadran méridional, lui devient inférieure dans le ſeptentrional (24). Elle paſſe dans l'un & dans l'autre par le pied du ſtile ; parce que le plan horiſontal coupe à angles droits le plan du Cadran.

28. Il paroît par ce que nous venons de dire ſur le Cadran méridional, 1°. que le Cadran ſeptentrional n'indique point d'heures en Automne & en Hyver dans la Sphere oblique boréale, puiſqu'il ne voit point le ſoleil pendant ces deux ſaiſons. 2°. Qu'il ne faut point marquer ſur le Cadran ſeptentrional les heures du milieu du jour ; par exemple, à la latitude de Paris qui eſt à peu-près de 49 dégrés, il ne faut point marquer les heures depuis 7 ½ heures du matin juſqu'à 4 ½ heures du ſoir ; parce que le ſoleil diſparoît de devant la face ſeptentrionale depuis 7 ½ heures du matin juſqu'à 4 ½ heures du ſoir.

Si ces deux eſpeces de Cadrans ſont ſitués ſous l'équateur, ils ſont équinoctiaux : nous en avons parlé ci-deſſus (Liv. I. art. I.)

29. Avant de paſſer aux Cadrans orientaux & occidentaux, nous obſerverons qu'un Cadran méridional d'un lieu n'eſt point différent de l'horiſontal d'un autre lieu dont la latitude eſt le complément de la latide du premier lieu ; par exemple un Cadran méridional à Paris dont la latitude eſt d'environ 49 degrés,

Fig. 3. n'eſt point différent d'un Cadran horiſontal d'un lieu qui a 41 degrés de latitude : car, dans ces deux Cadrans l'axe fait le même angle avec la méridienne, comme il paroît par l'article 23. Il faut dire la même choſe du Cadran ſeptentrional.

Des Cadrans Orientaux & Occidentaux.

30. Les Cadrans orientaux & occidentaux ſont tracés l'un & l'autre ſur le plan du méridien du lieu, le premier du côté de l'orient, le ſecond du côté de l'occident.

31. Pour faire un Cadran oriental il faut tirer la ligne HR parallele à l'horiſon, laquelle on prendra pour l'horiſontale du Cadran : on pourra choiſir ſur cette ligne quel point on voudra pour le pied du ſtile P : Fig. 4. enſuite on tracera pareillement l'autre ligne EN, laquelle doit paſſer par le pied du ſtile, & faire avec l'horiſontale un angle égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; & ce ſera l'équinoctiale. Enfin il faut tirer une troiſiéme ligne CA qui paſſe auſſi par le pied du ſtile, & qui faſſe avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole : cette troiſiéme ligne eſt celle de ſix heures, parce qu'elle eſt formée par l'interſection du ſixiéme cercle horaire. Ces méthodes de tracer l'équinoctiale & la ligne de ſix heures, ſont fondées ſur l'article 9 : car d'abord pour ce qui eſt de l'équinoctiale, il faut qu'elle faſſe avec l'horiſontale un angle égal à l'élévation de l'équateur, parce que l'équateur & l'horiſon étant l'un & l'autre perpendiculaires au méridien, les interſections de ces deux premiers cercles avec le plan du méridien font un angle égal à celui que font entre eux ces deux mêmes cercles. Par la même raiſon la ligne de ſix heures fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole : car le cercle de ſix heures & l'horiſon ſont tous les deux perpendiculaires au méridien ; & d'ailleurs le cercle de ſix heures fait avec l'horiſon l'angle de la hauteur du pole, puiſque ce cercle horaire

fait le même angle avec l'horiſon que l'axe du monde : Fig. 4
or l'angle compris entre l'axe du monde & l'horiſon eſt l'angle de la hauteur du pole.

32. La ligne CA eſt la ſouſtilaire, puiſqu'elle eſt formée par l'interſection d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran. Par conſéquent dans un Cadran oriental ou occidental la ſouſtilaire fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole ſur l'horiſon.

33. On peut décrire la ſouſtilaire par une autre méthode, lorſque l'équinoctiale eſt tracée : il ſuffit d'élever du pied du ſtile une perpendiculaire ſur l'équinoctiale : car la ſouſtilaire eſt perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes ſortes de Cadrans, excepté dans le Cadran équinoctial, lequel n'a point de ligne de même nom.

34. Nous avons ſuppoſé que l'horiſontale, léquinoctiale & la ſouſtilaire doivent paſſer par le pied du ſtile. Or cela eſt évident (6), parce que ces lignes repréſentent des cercles perpendiculaires au plan du méridien, qui eſt le plan du Cadran.

35. Après que ces lignes ſeront tracées, voici comment il faudra tirer les lignes horaires. On prendra ſur la ſouſtilaire CA le point A autant éloigné qu'on voudra du point P, & autour de ce point A on décrira une circonférence dont le rayon eſt d'une grandeur arbitraire : on la diviſera en 24 parties égales, en commençant au point de la circonférence par lequel paſſe la ſouſtilaire, & enſuite du centre du cercle on tirera par les points de diviſion de la circonférence des lignes à léquinoctiale, elles marqueront les points horaires ſur cette équinoctiale : c'eſt pourquoi ſi on tire par ces points des lignes paralleles à la ſouſtilaire, elles ſeront des lignes horaires, & la ſouſtilaire ſera la ligne de ſix heures du matin : les paralleles qui ſont ſupérieures à la ſouſtilaire marqueront les heures avant la ſixiéme, c'eſt-à-dire, la cinquiéme, la quatriéme, &c. & celles qui ſont inférieures par rapport à cette ſouſtilaire déſigneront les heures d'avant midi après la ſixiéme.

Fig. 4. 36. Dans ce Cadran, comme dans tous les autres, il faut que l'axe passe par l'extrémité du stile, mais il doit être parallele au plan du Cadran; parce que ce plan étant celui du méridien, l'axe du monde lui est necessairement parallele; & même l'axe de ce Cadran doit être parallele à la soustilaire & à toutes les lignes horaires, parce que toutes ces lignes sont les communes sections du méridien & des cercles horaires, qui renferment chacun l'axe du monde dans leur plan. Cet axe étant donc dans le plan du cercle de six heures, lequel est perpendiculaire au plan du Cadran & forme la soustilaire; si on choisit deux points de cette ligne, & qu'on y attache des stiles perpendiculaires au plan, dont les parties extérieures, c'est-à-dire, celles qui ne sont point enfoncées dans le mur, soient égales à la ligne AP, & qu'on attache une verge de fer aux extrémités de ces stiles, cette verge sera l'axe du Cadran.

37. Afin d'appercevoir clairement que les points horaires doivent être déterminés sur l'équinoctiale de la maniere qu'on le vient d'exposer, il faut concevoir que le cercle décrit, est élevé perpendiculairement sur le plan du méridien, & qu'il est posé sur la ligne équinoctiale, en sorte que son axe soit le même que celui du Cadran oriental, ou du monde: alors il représentera un Cadran équinoctial, puisqu'ayant le même axe que le monde, il est parallele à l'équateur; donc les lignes horaires de ce Cadran équinoctial seront les rayons du cercle élevé, lesquels passent par les 24 points de division: par conséquent si on prolonge ces rayons jusqu'à l'équinoctiale, ils marqueront les points horaires sur cette ligne: or si on remet ce cercle dans sa premiere situation, & qu'il ne fasse plus qu'un même plan avec celui du méridien, ces rayons de division se termineront aux mêmes points de l'équinoctiale auxquels ils se terminoient lorsque le cercle étoit élevé; donc ces points de l'équinoctiale sont les points horaires de cette ligne.

38. Dans un Cadran oriental on peut trouver les points horaires par le moyen des tangentes, de la même maniere qu'on les trouve dans un Cadran horisontal (Liv. I, art. 23): car la ligne P-VII est la tangente de l'angle PAVII qui est de 15 degrés (nous supposons que le rayon du cercle décrit est AP): pareillement P-VIII est la tangente d'un angle de 30 degrés, P-IX est tangente de 45 degrés; & ainsi de suite. Or le rayon de ces tangentes est AP, ou la hauteur du stile, laquelle étant prise égale à 1000 parties d'une échelle, on trouvera dans les tables des tangentes combien les tangentes PVII, PVIII, PIX, &c. doivent contenir de ces parties. Il est facile de voir que pour marquer les points horaires sur l'équinoctiale, on peut aussi employer la quatriéme méthode de tracer un Cadran horisontal, expliquée dans le Livre I, article 36 & suivans. Fig. 4.

39. Il est évident qu'un Cadran oriental ne peut marquer que les heures d'avant midi, puisque le soleil commence à disparoître de devant le plan oriental au moment précis de midi.

40. La construction d'un Cadran occidental est précisément la même que celle d'un Cadran oriental; à cela près que sa situation est renversée, & que les heures y sont désignées par des nombres qui marquent le tems d'après-midi. On concevra aisément la construction de ce Cadran par la figure 5.

41. Si on faisoit sur l'équateur, où il n'y a point d'élévation du pole, un Cadran oriental ou occidental, alors les lignes horaires seroient paralleles à l'horison: car dans ce Cadran la soustilaire ne fait qu'une même ligne avec l'horisontale, parce que le sixiéme cercle horaire n'est point différent de l'horison dans cet endroit-là. Or toutes les lignes horaires sont paralleles à la soustilaire dans les Cadrans, soit orientaux, soit occidentaux.

DES CADRANS VERTICAUX,

Qu'on appelle ordinairement Irréguliers *ou* Déclinants.

42. Les Cadrans verticaux ſont appellés irréguliers, quand ils déclinent du premier vertical, c'eſt-à-dire, lorſqu'ils font avec lui des angles obliques; c'eſt pour cela qu'on les appelle *Déclinants*. Ainſi la déclinaiſon d'un Cadran n'eſt autre choſe que l'angle oblique compris entre le premier vertical & le plan du Cadran: ſoit
Fig. 6. par exemple, AB le plan du Cadran, ou plutôt l'interſection de ce plan avec l'horiſon repréſenté par le cercle PSVM: ſoit pareillement PV le premier vertical, la déclinaiſon ſera l'angle ACP, ou BCV dont la meſure eſt l'arc horiſontal AP ou BV compris entre le premier vertical & le plan.

43. La déclinaiſon peut auſſi ſe prendre de l'angle compris entre le méridien & le cercle vertical du plan, c'eſt-à-dire, le vertical perpendiculaire au plan propoſé; ainſi pour déterminer la déclinaiſon du plan AB par le méridien SM, il faut mener la ligne FG perpendiculaire à la ligne AB, & alors l'angle SCF ou GCM ſera la déclinaiſon du plan: pour que cela ſoit vrai, il ſuffit que l'angle SCF ſoit égal à l'angle ACP ou BCV. Or je démontre ainſi que ces deux angles ſont égaux: L'angle ACF eſt droit, car la ligne FG eſt ſuppoſée perpendiculaire au plan AB; pareillement l'angle SCP eſt droit, parce que le premier vertical coupe le méridien à angles droits. Si donc de ces deux angles droits ACF & SCP on ôte l'angle commun ACS, les reſtes, ſçavoir, SCF & ACP ſeront égaux; & par conſéquent ils peuvent être pris indifféremment l'un pour l'autre. Donc on peut appeller déclinaiſon du plan l'angle compris entre le plan & le premier vertical, ou celui qui eſt compris entre le méridien & le cercle vertical du plan.

Il paroît par cette figure, que la déclinaiſon d'un plan eſt le complément de l'angle que fait ce plan avec le méridien : ACP, par exemple, eſt le complément de l'angle SCR à cauſe de l'angle droit SCP. Fig. 6.

44. Un plan déclinant, tel que celui qui eſt repréſenté par AB eſt de deux eſpeces, l'un regarde obliquement le nord ou le ſeptentrion S, & l'autre regarde le ſud ou le midi M. S'il s'agit du plan qui eſt tourné du côté du ſeptentrion S, ou il décline vers l'orient ou vers l'occident. Il faut dire la même choſe du plan qui eſt tourné du côté du midi M. Si le point P déſigne l'orient & le point V l'occident, le plan AB, en tant qu'il eſt tourné du côté du ſeptentrion, décline à l'occident vers le point V ; mais ſi la ligne AB repréſente un plan qui regarde le midi, il déclinera à l'orient, ſçavoir, vers le point P du côté duquel il eſt tourné obliquement. On ſuppoſe ici que le cercle PSVM repréſente l'horiſon.

45. Les plans qui ſont tournés obliquement vers le midi, & qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, ſont appellés communément *Déclinans du midi à l'orient* ou *à l'occident*, les autres qui regardent obliquement le ſeptentrion, ſont nommés *Déclinans du ſeptentrion à l'orient* ou *à l'occident* ; mais cette dénomination peut faire croire que la déclinaiſon ſe prend de la diſtance du plan au méridien, au lieu que c'eſt la diſtance du plan au premier vertical, laquelle eſt meſurée par l'arc AP : c'eſt pourquoi nous appellerons *Plans du midi déclinans vers l'orient* ou *vers l'occident* ceux qui ſont tournés obliquement vers le midi, & *Plans du ſeptentrion déclinans à l'orient* ou *à l'occident* ceux qui regardent obliquement le ſeptentrion. Les premiers peuvent auſſi être appellés *Plans du ſud-eſt* ou *du ſud-oueſt*, ſelon qu'ils déclinent à l'orient ou à l'occident, & les autres, *Plans du nord-eſt* ou *du nord-oueſt.*

46, Nous avons ſuppoſé qu'un plan vertical peut être tourné obliquement vers le ſeptentrion ou vers le

Fig. 6. midi. Or cela arrive ainsi de la maniere dont on l'entend, quand la méridienne SM qui joint ces deux points, est oblique à la ligne AB, qui représente le plan vertical.

47. En regardant un Cadran vertical on peut juger s'il est régulier ou déclinant; & posé qu'il soit déclinant, quelle est sa situation, ou de quel côté il décline. Ce que nous avons déja dit suffit pour distinguer un Cadran régulier d'avec un déclinant : car si la ligne méridienne est perpendiculaire à l'équinoctiale, le Cadran sera méridional ou septentrional; on peut encore reconnoître ces deux Cadrans en ce que l'axe qui est oblique sur le plan, en tant qu'il est dirigé ou vers le bas ou vers le haut, n'est jamais incliné ni vers l'orient ni vers l'occident dans ces deux especes de Cadrans. Si les lignes horaires sont paralleles entre elles, le Cadran sera oriental ou occidental.

48. On peut distinguer par-là les Cadrans réguliers d'avec les déclinans : mais s'ils sont déclinans, ils sont tournés obliquement vers le sud ou le midi, ou bien vers le nord ou le septentrion. Ceux qui regardent obliquement le midi sont distingués d'avec les autres, en ce que l'extrémité de l'axe qui est hors du mur est tournée du côté de la terre, ou regarde en bas; & que le centre du Cadran est supérieur par rapport à la ligne équinoctiale; ce que l'on pourroit connoître, quoique l'équinoctiale ne fût pas tracée, parce que quand le centre est supérieur, alors les lignes horaires vont en s'écartant vers le bas. Au contraire dans les Cadrans qui regardent obliquement le septentrion, l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur, regarde en haut, & leur centre est au-dessous de la ligne équinoctiale; ce que l'on reconnoît aisément, parce que dans ce cas les lignes horaires vont en s'écartant vers le haut. Cette marque pour distinguer les Cadrans déclinans est une suite de ce que nous avons dit sur les Cadrans méridionaux & septentrionaux.

49. Si dans un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi ou le ſud, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera vers l'occident; ſi au contraire l'axe eſt incliné vers la partie occidentale, ce Cadran déclinera vers l'orient. Pareillement, ſi dans un Cadran vertical déclinant qui regarde obliquement le ſeptentrion, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera à l'occident. Ce ſera le contraire, ſi l'axe eſt incliné vers la partie occidentale. En un mot l'axe eſt toujours incliné vers la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline: c'eſt-à-dire, ſi par exemple, le Cadran décline à l'orient, l'axe eſt incliné vers l'occident. Dans tous ces Cadrans déclinans la ſouſtilaire, qui eſt toujours placée directement au-deſſous de l'axe, puiſque le méridien du plan qui forme la ſouſtilaire eſt perpendiculaire au Cadran; cette ſouſtilaire, dis-je, eſt ſituée par rapport à la méridienne de la même maniere que l'axe: c'eſt à-dire, que ſi l'axe eſt incliné vers l'orient, la ſouſtilaire ſera à l'orient de la méridienne. Fig. 6.

50. Il ſera facile de comprendre tout ce que nous avons expoſé pour diſtinguer les différens Cadrans déclinans les uns d'avec les autres par l'inclinaiſon de l'axe, ſi on conçoit un plan vertical qui tourne autour de l'axe de l'horiſon, c'eſt-à-dire, autour d'une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle ſoit imaginée dans le plan. Car ſi on ſuppoſe d'abord ce plan parallele au premier vertical, & qu'une ligne ſenſible, par exemple, une verge de fer parallele à l'axe du Monde traverſe le plan, cette ligne ne ſera inclinée ſur le plan ni vers l'orient ni vers l'occident: mais ſi on tourne ce plan autour de l'axe de l'horiſon en allant d'orient en occident, alors la verge de fer que l'on ſuppoſe immobile ſera inclinée vers l'orient, ou bien fera un angle aigu avec la partie orientale. Ce ſera tout le contraire, ſi le plan tourne d'occident en orient.

51. On peut ajouter que la ſouſtilaire ſe trouve entre

les heures d'avant midi, lorſque le Cadran décline vers l'orient, & qu'elle ſe trouve parmi les heures d'après midi quand il décline vers l'occident; car comme l'axe eſt incliné ſur la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline, ſi le Cadran décline vers l'orient, la ſouſtilaire qui répond néceſſairement au-deſſous de l'axe, eſt ſituée dans la partie occidentale du Cadran. Or les heures d'avant midi ſont toujours marquées dans la partie occidentale du Cadran. Pareillement, ſi le Cadran décline vers l'occident, la ſouſtilaire ſe trouvera entre les heures d'après midi, parce que ces heures ſont marquées dans la partie orientale; & d'ailleurs poſé cette déclinaiſon, la ſouſtilaire doit être décrite dans la même partie, puiſque l'axe eſt alors incliné vers cette partie.

52. Le Cadran méridional ou ſeptentrional peut être regardé comme un Cadran déclinant, dont la déclinaiſon eſt infiniment petite. Mais on peut conſidérer le Cadran oriental ou occidental, comme s'il avoit la plus grande déclinaiſon qu'il ſoit poſſible, ſçavoir, de 90 degrés, puiſque le plan du méridien eſt perpendiculaire au premier vertical; ainſi le Cadran méridional ou ſeptentrional, l'oriental ou l'occidental peuvent être regardés comme les deux termes extrêmes entre leſquels ſe trouvent tous les Cadrans déclinans; par conſéquent ces Cadrans approchent d'autant plus du méridional ou du ſeptentrional, quant à la poſition & à la ſituation des lignes & des points, que leur déclinaiſon eſt plus petite; & ils approchent d'autant plus de l'oriental ou de l'occidental, que leur déclinaiſon eſt plus grande. On peut déduire de-là pluſieurs Corollaires.

53. 1°. Puiſque dans un Cadran méridional ou ſeptentrional la ligne ſouſtilaire coupe l'horiſontale à angles droits (24), & que dans le Cadran oriental ou occidental la ſouſtilaire fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole (32), il s'enſuit que l'angle compris entre la ſouſtilaire & l'horiſontale ſera d'autant plus

petit dans un Cadran déclinant, que la déclinaison est plus grande; & cependant cet angle sera toujours plus grand que la hauteur du pole sur l'horison du lieu.

54. 2°. Dans un Cadran méridional ou septentrional, l'horisontale & l'équinoctiale sont paralleles; & par conséquent on les peut regarder comme si elles formoient un angle infiniment petit; mais dans un Cadran oriental ou occidental ces deux lignes font un angle égal à l'élévation de l'équateur (31). Ainsi dans les Cadrans déclinans ces mêmes lignes font un angle d'autant plus grand, que la déclinaison est plus grande; mais cependant l'angle compris entre ces lignes est toujours plus petit que l'élévation de l'équateur.

55. On peut remarquer que cet angle de l'horisontale avec l'équinoctiale, sçavoir, BRP, est toujours égal à l'angle LCP que fait la soustilaire avec la méridienne: car les deux triangles rectangles RBP & CLP ayant les angles opposés en P égaux, & de plus les angles droits en L & en B, il faut que les angles R & C soient aussi égaux. Fig. 18.

Quant à la soustilaire & à l'équinoctiale comparées entre elles, elles s'entrecoupent à angles droits dans toutes sortes de Cadrans, comme nous l'avons déja fait voir (17).

56. 3°. Dans un Cadran méridional ou septentrional l'angle formé au centre du Cadran par la soustilaire & l'axe, est égal au complément de la hauteur du pole sur l'horison (23); & dans un Cadran oriental ou occidental cet angle peut être regardé comme infiniment petit, puisque l'axe est parallele à la soustilaire (36). Par conséquent plus la déclinaison du Cadran vertical est grande, plus l'angle au centre compris entre l'axe & la soustilaire est petit.

57. REMARQUE. Il n'en est pas de même de l'angle compris entre l'axe & la méridienne. Ce dernier ne change point quand la latitude est la même. Il est toujours égal à l'élévation de l'équateur, ou, ce qui revient au

même, au complément de la hauteur du pole sur l'horison. Car supposons que le Cadran soit méridional, l'angle entre l'axe & la méridienne sera égal au complément de la hauteur du pole (23). Or si on suppose à présent que le plan devienne déclinant en tournant autour de la méridienne, comme on l'a dit article 50, l'axe fera toujours le même angle avec la méridienne, comme il est facile de le concevoir. Ainsi cet angle est toujours égal au complément de la hauteur du pole.

58. 4°. Un Cadran méridional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures d'avant midi, & ne marque aucune de celles d'après midi; ainsi plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi est déclinant à l'orient, plus il marque d'heures avant midi, & moins il en marque après midi. Pareillement un Cadran occidental ne marque aucune des heures d'avant midi, mais il marque toutes celles d'après midi qui arrivent avant le coucher du Soleil. Par conséquent s'il s'agit d'un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il montre d'heures avant midi, & plus il en montre après.

59. 5°. Un Cadran septentrional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures depuis le lever du soleil jusqu'à midi, & n'en marque aucune après midi. Par conséquent plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le septentrion, décline vers l'orient, plus il montre d'heures avant midi, & moins il en montre après. Pareillement un Cadran occidental ne marque point d'heures avant midi, & marque toutes celles d'après qui sont avant le coucher du soleil. Ainsi quand un Cadran vertical regarde obliquement le septentrion, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il y a d'heures d'avant midi à marquer sur ce Cadran, & plus il en faudra marquer de l'après-midi. Dans chacun

cun de ces Corollaires nous ſuppoſons que la latitude du lieu ou la hauteur du pole ſur l'horiſon n'eſt point changée.

Il y a pluſieurs pratiques pour décrire dans les Cadrans déclinans & verticaux, l'horiſontale, la ſouſtilaire, la méridienne, l'équinoctiale, &c. Nous expliquerons ces différentes méthodes, après que nous aurons donné la notion du *centre diviſeur*, qui eſt fort en uſage chez pluſieurs Auteurs qui ont écrit ſur la Gnomonique.

60. Afin de concevoir plus aiſément ce qu'on entend par centre diviſeur, & l'uſage qu'on en peut faire, il faut ſe ſouvenir que les grands cercles de la Sphere ſont repréſentés ſur un plan par des lignes droites, leſquelles paſſent par le pied du ſtile, ſi elles repréſentent des cercles perpendiculaires au plan (6); au lieu qu'elles paſſent à côté de ce point lorſque les cercles ſont obliques au plan (7). Or le centre diviſeur d'une de ces lignes eſt un point autant éloigné de cette ligne que le ſommet du ſtile: il faut même que la diſtance qui eſt entre le centre diviſeur d'une ligne & ſes différens points, ſoit égale à celle du ſommet aux mêmes points: d'où il ſuit que ſi du centre diviſeur on tire des lignes à deux de ces points, l'angle qu'elles forment eſt égal à celui qui ſeroit compris entre les lignes tirées du ſommet du ſtile aux mêmes points. Et réciproquement, ſi ces angles ſont égaux, & qu'un côté de chacun aboutiſſe au même point, l'autre côté de chaque angle aboutira auſſi à un même point. Soit, par exemple, la ligne EG qui repréſente un grand cercle, le ſommet du ſtile S, le centre diviſeur D, ſi l'angle PDH eſt égal à PSH, & que DP & SP aboutiſſent au point P, les deux autres côtés DH & SH aboutiront auſſi à un même point H. Cela ſuppoſé, nous allons donner la définition du centre diviſeur, & la maniere de le trouver. Fig. 7.

61. Le centre diviſeur d'une ligne droite qui repré-

Fig. 7. ſente un cercle ſur un plan, eſt un point qui eſt auſſi éloigné de cette ligne que le ſommet du ſtile, pourvû que ce point ſoit pris dans une ligne tirée du pied du ſtile perpendiculairement à la premiere qui repréſente le cercle. On verra dans la ſuite qu'il y a plus d'un point qu'on peut prendre pour centre diviſeur. Il eſt facile de trouver un tel point; car ou cette premiere ligne paſſe par le pied du ſtile, ou à côté.

62. Si la ligne paſſe par le pied du ſtile, comme la ligne EG qui repréſente le cercle EFG; du pied du ſtile, ſçavoir du point P, il faut élever PD perpendiculaire à la ligne EG qui ſoit égale à la hauteur du ſtile, l'extrémité D de cette perpendiculaire ſera le centre diviſeur de la ligne EG: car il eſt évident que ce point D eſt autant éloigné de la ligne EG que l'extrémité ſupérieure du ſtile, puiſque la perpendiculaire PD eſt égale à la hauteur du ſtile; il eſt donc clair qu'on trouve le centre diviſeur d'une ligne qui paſſe par le pied du ſtile, ſi de ce point, c'eſt-à-dire, du pied du ſtile, on éleve une perpendiculaire à cette ligne qui ſoit égale à la hauteur du ſtile; car elle ſera terminée au centre diviſeur.

63. Mais ſi la ligne EG ne paſſe point par le pied du
Fig. 8. ſtile, comme on le peut voir dans la fig. 8, du pied du ſtile P il faut tirer deux lignes, l'une perpendiculaire à la droite EG, & prolongée indéfiniment au-delà de la ligne EG, telle qu'eſt PBD; l'autre parallele à cette même ligne droite EG, & par conſéquent perpendiculaire à la premiere PBD, & de plus égale à la hauteur du ſtile, comme eſt la ligne AP: alors on menera l'hypotenuſe AB, & du point B on prendra BD égale à cette hypotenuſe, le point D ſera le centre diviſeur de la ligne EG; car ce point eſt autant éloigné de cette ligne, que le ſommet du ſtile.

64. Afin de prouver que le point D eſt autant éloigné de la ligne EG que le ſommet du ſtile, il n'y a qu'à concevoir que la hauteur du ſtile eſt perpendicu-

laire au plan sur lequel a été décrite la ligne EG, & Fig. 8.
pareillement que le triangle APB est élevé perpendiculairement sur ce même plan, en sorte que le côté AP ne fasse qu'une même ligne avec la hauteur SP : dans cette hypothèse la ligne AB, qui deviendra perpendiculaire à la ligne EG, quoique oblique sur le plan, mesurera la distance de l'extrémité S à la ligne EG, parce que les deux points A & S ne feront qu'un seul point, à cause de l'égalité de la ligne AP & de la hauteur SP. D'ailleurs par la construction, la ligne BD est aussi égale à la base AB, & perpendiculaire à la ligne EG; par conséquent le point D est autant éloigné de la ligne EG, que l'extrémité S du stile. Donc ce point est le centre diviseur de la ligne EG.

Ce que nous venons de dire (63) renferme une méthode pour trouver le centre diviseur d'une ligne droite, quand elle ne passe point par le pied du stile : nous la répétons en la prenant par articles, afin qu'on la retienne mieux, d'autant qu'elle sera d'un grand usage dans la suite.

65. Voici cette méthode : Du pied du stile il faut mener 1°. Une ligne indéfinie laquelle soit perpendiculaire à la ligne EG dont on cherche le centre diviseur; 2°. Une autre ligne droite PA qui soit parallele à cette même ligne EG, ou perpendiculaire à la premiere ligne tirée, & égale à la hauteur du stile : enfin il faut décrire l'hypotenuse AB. Après cela on prendra BD égale à l'hypotenuse AB, le point D sera le centre diviseur de la ligne EG.

66. On remarquera que l'on peut prendre le centre diviseur de EG de côté & d'autre de cette ligne ou vers D ou vers Z, pourvû que ce soit sur une perpendiculaire qui passe par le pied du stile : & même si on imagine un plan qui passe par le sommet du stile & qui coupe perpendiculairement la ligne EG, & que l'on conçoive sur ce plan une circonférence dont le centre soit le Fig. 7 & 8.

point de rencontre du plan avec la ligne, & le rayon ſoit la diſtance de ce point au ſommet du ſtile, chaque point de cette circonférence pourra être regardé comme le centre diviſeur de la ligne, parce qu'il ſera autant éloigné de tous les points de cette ligne que le ſommet, lequel on peut conſidérer comme le centre diviſeur général de toutes les lignes qui repréſentent des grands cercles, dont ce ſommet eſt le centre.

67. Afin d'appercevoir clairement l'uſage du centre diviſeur, il faut remarquer que comme un grand cercle de la Sphere, ou plutôt ſa moitié eſt repréſentée par une ligne droite tracée ſur le plan du Cadran : de même auſſi une partie de cette ligne repréſente un arc du même cercle. Or ſi du centre diviſeur d'une ligne on tire deux rayons ſur cette ligne, la partie compriſe entre les rayons, repréſentera un arc de cercle qui eſt la meſure de l'angle contenu entre ces rayons, dont le ſommet eſt le centre diviſeur : par exemple, ſi du centre D (fig. 7) de la ligne EG qui traverſe le pied du ſtile, on tire les rayons DP & DI, la partie PI de la ligne EG compriſe entre les rayons, repréſentera l'arc qui eſt la meſure de l'angle PDI : afin de le prouver, nous remarquerons que le ſommet S ſe trouve au centre du grand cercle EFG repréſenté par la ligne EG, puiſque le ſommet du ſtile eſt regardé comme le centre de la Sphere. Cela poſé, qu'on faſſe l'angle PSL égal à l'angle PDI, & qu'on prolonge les côtés PS & LS juſqu'à ce qu'ils rencontrent la circonférence EFG aux points Z & F ; l'angle FSZ étant au centre S, a pour meſure l'arc FZ compris entre ſes côtés : or les angles FSZ & PSL ſont égaux, parce qu'ils ſont oppoſés au ſommet. Donc l'angle PSL a pour meſure le même arc FZ ; mais par la conſtruction l'angle PDI eſt égal à l'angle PSL. Donc il a auſſi pour meſure l'arc FZ. Or la partie PL, qui eſt la baſe de l'angle PSL, repréſente cet arc, puiſque l'arc & la baſe ſont contenus entre les mêmes lignes FL & ZP, qui s'entrecou-

pent au centre du cercle. D'ailleurs la base PI est aussi égale à la base PL ; car ces deux triangles DPI & SPL étant tous deux rectangles, & ayant les angles D & S égaux, aussi-bien que les côtés DP & SP ; il est nécessaire que ces triangles soient égaux en tout. Donc la base PI de l'angle PDI représente l'arc FZ, lequel arc est la mesure de cet angle. On fera voir de la même maniere que la partie PH représente l'arc XZ, & par conséquent que l'autre partie HL représente l'arc FX. Fig. 8.

68. On prouvera la même chose & de la même maniere, s'il s'agit du centre diviseur d'une ligne qui ne passe point par le pied du stile : dans ce cas on ne prolonge point la ligne SP fig. 8, mais la ligne AB, que l'on doit concevoir perpendiculaire à la ligne EG, comme nous l'avons dit ci-dessus (64) ; & alors il ne faut pas concevoir le cercle EFG couché sur le plan où est décrite la ligne EG, comme s'ils se réunissoient en un même plan, mais l'on doit concevoir qu'il est oblique à ce plan, en sorte qu'il fasse avec lui un angle égal à l'angle ABP : dans le premier cas au contraire, c'est-à-dire, quand la ligne EG passe par le pied du stile, il faut concevoir que le cercle est perpendiculaire au plan.

69. Les centres diviseurs de deux cercles qui s'entrecoupent, ou plutôt les centres diviseurs des deux lignes qui représentent ces cercles, sont également éloignés du point d'intersection. Soient, par exemple, la méridienne CM & l'équinoctiale EN qui s'entrecoupent au point M, je dis que leurs centres diviseurs, sçavoir H & A, sont également éloignés du point M. Car que l'on conçoive PS hauteur du stile dans sa situation naturelle, je veux dire élevée perpendiculairement sur le plan du Cadran ; dans cette hypothèse les centres diviseurs de toutes les lignes sont autant éloignés de leurs lignes que le sommet du stile, qui est le centre de la Sphere : par exemple, le centre H est aussi éloigné de la ligne CM que le sommet S du stile, ainsi qu'il Fig. 18.

Fig. 18. paroît par la notion du centre diviseur. Donc si les triangles LHM & BAM sont conçus tellement inclinés sur le Cadran, & appuyés sur les bases LM & BM, que les sommets H & A ne fassent qu'un seul point avec S ; alors les deux lignes HM & AM, n'en feront plus qu'une. Par conséquent les centres H & A sont également éloignés du point M.

70. Il suit de-là que les centres diviseurs des lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens, sont également éloignés du centre du Cadran. Car toutes ces lignes s'entrecoupent dans ce centre.

71. Nous avons dit (66) qu'on peut regarder le sommet du stile comme le centre diviseur de la soustilaire, aussi-bien que de toutes les autres lignes qui représentent des grands cercles. Cela posé, la distance du centre du Cadran au centre diviseur de la soustilaire est la partie de l'axe comprise entre ces deux points ; par conséquent la soustilaire représentant un méridien, cette partie de l'axe est la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens. Or on peut prendre l'extrémité de l'axe pour le sommet du stile, en concevant que le pied du stile est un point de la soustilaire, auquel aboutit une perpendiculaire tirée de cette extrémité. Ainsi dans ce cas la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires sera la longueur de l'axe.

SECONDE SECTION.

PROBLÊMES PRÉLIMINAIRES qui servent à la description des Cadrans Verticaux.

72. Avant de faire aucune opération sur le plan, & d'y attacher le faux stile, il faut d'abord s'assurer que c'est un véritable plan, & qu'il est vertical. On voit s'il est vertical par le moyen d'un plomb suspendu par

une ficelle : car si la ficelle qui soutient le plomb est autant éloignée du plan en bas qu'en haut, c'est une marque qu'il est vertical ; & d'ailleurs si une regle juste étant appliquée sur le plan, soit horisontalement, soit perpendiculairement à l'horison, soit obliquement, toute l'étendue du côté appliqué touche toujours le plan, c'est une marque qu'il est effectivement plan. On a assez de peine à faire faire un plan exact par un Ouvrier. Souvent on n'a pas lieu d'être content de son ouvrage après l'avoir obligé d'y retoucher deux ou trois fois. Voici comment il doit s'y prendre pour y réussir : il faut qu'il fasse deux bandes verticales de plâtre d'environ un ou deux pouces de largeur tout au plus, l'une à droite & l'autre à gauche du plan qu'on veut faire, & qu'il s'assure avec son plomb que la surface anterieure de l'une & de l'autre est bien verticale ; il appliquera aussi une bonne regle sur l'une & sur l'autre pour voir si cette regle touche la bande dans toute la longueur du côté appliqué; après cela il remplira de plâtre l'espace qui est entre les deux bandes, & en appliquant sa regle horisontalement ou obliquement, de maniere qu'elle touche l'une & l'autre bande, il jugera en la faisant glisser de haut en bas si toutes les parties du plan sont de niveau avec les bandes : auquel cas cette surface sera un véritable plan vertical.

Au lieu des deux bandes de plâtre on pourroit appliquer deux regles de bois au mur selon leur longueur, en les enfonçant un peu, de sorte que le côté extérieur de l'une & de l'autre fût vertical.

73. Après cela il faudra enfoncer le faux stile dans le mur, ou plutôt le faire sceller perpendiculairement au plan, autant qu'il sera possible : il doit toujours être placé vers la partie supérieure du plan, mais près du bord occidental, si c'est un plan du midi qui décline beaucoup vers l'orient; & près du bord oriental, s'il décline vers l'occident. On observera le contraire sur les plans du nord : enfin on mettra le stile à peu près vers

le milieu de la largeur ſur les plans ſoit du midi, ſoit du nord, dont la déclinaiſon eſt petite, par exemple de 15 à 20^d. On peut remarquer que le bord oriental d'un plan du midi eſt à la droite de la perſonne qui le regarde; c'eſt le contraire dans un plan du nord.

Pour ce qui eſt de la hauteur du ſtile, il eſt à propos qu'elle ſoit la plus longue qu'il eſt poſſible, eu égard à l'étendue du plan que je ſuppoſe à peu-près quarré; c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi le côté du quarré contient environ quatre ou cinq pieds, la hauteur du ſtile doit être d'environ un pied & demi, ou deux pieds. Voici ſur quoi on doit ſe régler : Quand le ſoleil a commencé à éclairer le plan de maniere à faire une ombre bien marquée, il faut que l'ombre de l'extrémité du ſtile tombe vers le bord du plan. En général plus la hauteur du ſtile eſt grande, plus les opérations que l'on fait en conſéquence ſont exactes : c'eſt pourquoi ſi on pouvoit prendre le point d'ombre ſur un petit de même que ſur un grand plan, avec un long ſtile, il faudroit employer la même hauteur du ſtile pour un petit comme pour un grand plan. Il paroît par la deſcription du faux ſtile (Préparation art. 38), qu'on le peut allonger ou accourcir ſuivant les beſoins lorſque la branche eſt une piece ſéparée du tronc. Nous allons commencer par le Problême qui enſeigne à trouver le pied du ſtile.

PROBLÊME PREMIER.

Fig. 9. 74. *Trouver le pied du ſtile, c'eſt-à-dire, le point du plan auquel aboutit une perpendiculaire tirée du ſommet du ſtile.*

Soit le ſtile ST dont on cherche le pied. Il faut par le moyen d'un compas ou d'une baguette qui ne ſe plie pas, prendre trois points ſur le plan vertical qui ſoient tous les trois également éloignés du ſommet du ſtile S, tels que ſont les points A, B, C, & tirer enſuite les lignes EF & GH, dont la premiere EF paſſe par tous les points

également éloignés de A & de B (Géom. Liv. I, art. 28), & la seconde par tous ceux qui sont à égale distance de B & de C ; le point d'intersection P des lignes EF & GH sera le pied du stile. Fig. 9.

Il faut marquer légerement les lignes EF & GH, & ne les tracer que vers l'endroit où l'on voit qu'elles se doivent couper, afin de ne pas charger le plan de lignes.

75. Pour s'assurer si on a bien opéré, il faut voir si le point d'intersection P est également distant des trois points A, B, C, auquel cas on est sûr que le point P est le pied du stile, pourvû que les trois points A,B,C, soient à égale distance du sommet, & que d'ailleurs la surface du mur soit un véritable plan.

76. Il est à propos de s'assurer encore d'une autre maniere de la justesse de cette opération fondamentale. Il faut choisir trois nouveaux points plus ou moins éloignés du pied du stile que les trois premiers, & voir s'ils sont également distans du point que l'on a trouvé d'abord pour le pied du stile.

77. Si on voit que le plan du mur est bien exact autour du pied du stile, il ne faut pas que la distance des trois points à ce pied soit plus de la moitié ou des deux tiers de cette hauteur, que l'on peut toujours connoître à peu près avant même cette opération : une plus grande distance ne pourroit servir qu'à faire couper les lignes dans un point un peu différent du véritable pied du stile. Mais s'il y a quelque élévation ou quelque enfoncement dans cette partie du plan, on prendra cette distance au moins égale à la hauteur du stile ou même plus grande : car alors celui des trois points A, B, C, qui est marqué sur une élévation, est plus éloigné que les autres du véritable pied du stile, & celui qui est pris dans un enfoncement en est plus près. Or ce défaut cause une erreur plus grande à proportion si la distance est petite, que si elle est plus grande. Pour ce qui est de la distance des trois points entre eux, elle

Fig. 9. doit être telle que les deux extrêmes A & C ſoient à peu près également éloignés de B, & qu'elle occupe environ une demi-circonférence, afin que les lignes qu'on tire ſe coupent preſque à angles droits.

Quand on a trouvé le pied du ſtile, il eſt à propos d'y mettre un clou dont la tête ait un petit trou dans l'endroit qui répond au pied du ſtile; ce trou ſert à mettre & à fixer une pointe du compas pour différentes opérations; ainſi il ne doit avoir qu'une très-petite profondeur.

DÉMONSTRATION DU PROBLÈME.

78. Afin d'entendre la raiſon de cette pratique, il faut remarquer que le pied du ſtile eſt l'extrémité d'une ligne que l'on conçoit tirée du ſommet S perpendiculairement ſur le plan du Cadran; par conſéquent l'extrémité de cette ligne perpendiculaire au plan, c'eſt-à-dire, le pied du ſtile eſt également éloigné des extrémités des obliques égales qui ſeroient menées du point S ſur le plan. Or les points A & B qui ſont à la même diſtance du ſommet S, peuvent être conſidérés comme les extrémités des obliques égales SA & SB: donc le pied du ſtile eſt également éloigné des deux points A & B. Or la ligne EF paſſe par tous les points également éloignés d'A & de B: donc cette ligne paſſe par le pied du ſtile. On prouvera de la même maniere que la ligne GH paſſe par le pied du ſtile, parce qu'elle paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance des points B & C, qui ſont auſſi également éloignés du ſommet S par la conſtruction: par conſéquent les deux lignes EF & GH paſſent par le pied du ſtile. Ainſi le pied du ſtile eſt le point d'interſection des deux lignes EF & GH.

79. Il y a une autre méthode de trouver le pied du ſtile par des points: on marquera d'abord deux points tels que A & B également éloignés du ſommet S, & on tirera EF qui paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance de A & de B: enſuite on prendra ſur

cette ligne deux points comme E & F qui ſoient auſſi également diſtans du ſommet S ; le point P pris ſur la ligne EF à même diſtance des points E & F ſera le pied du ſtile. Voici la raiſon de cette pratique : le pied du ſtile eſt ſur la ligne EF, comme il paroît par la démonſtration précédente. D'ailleurs ce pied du ſtile & la hauteur entiere SP qui eſt perpendiculaire ſur le plan, & par conſéquent ſur la ligne EF qu'elle rencontre, doivent être à égale diſtance des deux obliques égales, SE, SF. Donc le point P étant pris dans la ligne EF à même diſtance de ces obliques, ou, ce qui revient au même, des points E & F, eſt néceſſairement le pied du ſtile. Fig. 6.

80. On pourroit trouver auſſi le pied du ſtile par le moyen d'une plaque de métail percée au milieu, au trou de laquelle il y auroit un canal ſoudé d'environ trois ou quatre pouces de longueur : ce canal, qui doit être perpendiculaire à la plaque ſervira à recevoir une verge de fer bien droite d'un égal diametre, & pointue par une des extrémités. On appliquera la plaque (il eſt bon qu'elle ſoit ronde & environ de 5 ou 6 pouces de diametre) contre le plan du mur à l'endroit où l'on voit à peu près que doit être le pied du ſtile, puis on fera paſſer la verge de fer par le ſommet du ſtile, ou plutôt par le trou d'une autre plaque, duquel le centre eſt conſidéré comme le ſommet du ſtile, & on fera gliſſer la plaque appliquée au mur juſqu'à ce que la verge de fer entre ſans obſtacle dans le canal, & pénetre juſqu'au mur, le point auquel la pointe aboutira ſera le pied du ſtile : cela eſt évident, parce que le canal étant perpendiculaire à la plaque, & par conſéquent au plan du mur, la verge de fer que je ſuppoſe paſſer par le ſommet du ſtile, ſera auſſi perpendiculaire au même plan.

Ces trois méthodes de trouver le pied du ſtile ont lieu dans toutes ſortes de plans, ſoit l'horiſontal, ſoit le vertical, ſoit l'incliné.

Fig. 9. 81. Quand on a déterminé le pied du ſtile, on meſure ſa hauteur, qui eſt la diſtance du ſommet au pied : pour cela on ſe ſert du compas à verge ou d'une verge de fer, ou même d'une baguette de bois dont on meſure avec ce compas la partie égale à la hauteur du ſtile. Mais on peut auſſi trouver cette hauteur par le calcul à cauſe du triangle rectangle SPA formé par la diſtance SA, la ligne AP & la hauteur SP, dont les deux premiers côtés étant connus, on trouvera le troiſiéme SP: car en ôtant le quarré du côté AP du quarré de l'hypotenuſe SA, le reſte ſera le quarré de la hauteur SP : ainſi il faudra prendre la racine quarrée de ce reſte pour la hauteur du ſtile.

Il faut marquer avec un crayon les points dont on ſe ſert pour déterminer le pied du ſtile, ou en tirant une petite ligne au-deſſous de chacun, ou en les entourant d'une eſpece de figure comme un cercle, un triangle, &c. ſans cela on ne pourroit pas les retrouver aiſément, ou bien on les confondroit ſouvent l'un avec l'autre. Pour ce qui eſt des points d'ombre, on les marque par des lettres ou des chifres.

PROBLÊME II.

Tracer deux lignes, dont l'une ſoit la verticale du plan, & l'autre l'horiſontale du même plan.

82. 1°. La verticale du plan eſt une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle paſſe par le pied du ſtile. On trace cette ligne de la maniere ſuivante : il faut ſuſpendre un poids de cuivre ou de plomb avec un fil attaché à un clou : le clou doit être attaché au mur audeſſus du pied du ſtile, afin que le fil qui ſoutient le poids paſſe ſur ce point : enſuite on marquera ſur le plan un autre point directement ſous le fil. (L'opération ſera d'autant plus ſûre, que ce ſecond point ſera plus éloigné du premier, qui eſt le pied du ſtile). Si on tire une ligne qui paſſe par ces deux points, ce ſera la verticale du plan, puiſqu'elle aura la même direction

que le fil, laquelle tend néceſſairement au centre de la terre.

Le vent trouble ſouvent cette opération en faiſant balancer le poids. Or afin d'empêcher les vibrations du fil ou de la corde qui ſoutient ce petit poids, il eſt à propos de mettre un vaſe rempli d'eau au-deſſous, de maniere que le poids ſoit plongé dans l'eau ſans toucher le fond, & pour lors il ne balancera plus, à moins qu'il ne faſſe un grand vent.

83. 2°. Pour avoir l'horiſontale du plan, il faut tirer une ligne qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpendiculaire à la verticale du plan. La raiſon de cette pratique eſt évidente : car la verticale du plan étant perpendiculaire à l'horiſon, une ligne ne peut être perpendiculaire à la verticale du plan, ſans être parallele à l'horiſon.

84. On peut auſſi tirer l'horiſontale du plan par le moyen d'un niveau d'air ou d'une autre eſpece, que l'on place ſur le côté d'une regle de bois, laquelle on applique contre le plan, de maniere que le bord ſupérieur ſoit ſur le pied du ſtile. Il faut que le côté de la regle ſur lequel eſt poſé le niveau ſoit bien applani. Lorſque la bulle d'air qui eſt dans le niveau ſe tient vers le milieu de cet inſtrument, c'eſt une marque que le côté de la regle de bois eſt dans une ſituation horiſontale ; & pour s'en aſſurer davantage, il faut retourner le niveau, enſorte que l'extrémité qui étoit à droite ſoit miſe à gauche, ſans néanmoins faire changer de place à l'inſtrument. Si dans cette ſituation la bulle d'air ſe tient encore vers le milieu, c'eſt une nouvelle preuve que la regle de bois eſt placée horiſontalement ; & par conſéquent en tirant une ligne le long du côté de la regle, elle ſera l'horiſontale du plan. Quand l'horiſontale ſera tracée, ſi on lui éleve une perpendiculaire qui paſſe par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

85. Lorſque la verticale du plan eſt tracée, il eſt fa-

Fig. 10. cile de trouver le centre diviſeur de l'horiſontale. Il faut du pied du ſtile P prendre ſur la verticale une diſtance PD égale à la hauteur du ſtile (62), le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale.

Il s'agit à préſent d'expoſer la maniere de trouver la déclinaiſon d'un plan vertical : comme cette opération eſt une des plus difficiles de la Gnomonique, & qu'elle eſt le fondement de la conſtruction des Cadrans, nous tâcherons d'applanir les difficultés autant qu'il nous ſera poſſible. Nous propoſerons d'abord un Problême qui contiendra différentes méthodes de trouver la déclinaiſon du plan, & enſuite nous en expoſerons encore pluſieurs autres ſur la même matiere : mais il eſt néceſſaire de faire auparavant quelques obſervations préliminaires.

Préparation pour le Problême ſuivant.

86. Il eſt facile de s'aſſurer ſans aucune opération ſi un plan vertical eſt tourné du côté du midi, ou vers le ſeptentrion. Car ſi à midi il eſt éclairé du ſoleil par des rayons directs, c'eſt-à-dire, qui viennent du ſoleil en ligne droite ſans réflexion, alors il regarde le midi ; mais ſi ce plan n'eſt point éclairé à midi, il eſt tourné vers le ſeptentrion. Je ſuppoſe qu'il n'y a point d'objet qui empêche la lumiere du ſoleil de tomber directement ſur le plan dans le tems de midi.

87. Il eſt encore aiſé de juger ſi le plan décline vers l'orient ou vers l'occident : car ſi le plan eſt éclairé par le ſoleil plus long-tems avant midi qu'après, il décline vers l'orient : & ſi au contraire il eſt éclairé plus long-tems aprés midi qu'avant, c'eſt une marque qu'il décline à l'occident. Il faut toujours ſuppoſer que le plan eſt dégagé d'objets qui empêcheroient la lumiere du ſoleil de parvenir directement juſqu'au plan.

88. On peut encore connoître d'une maniere plus commode de quel côté le plan décline : c'eſt en remarquant ſi l'ombre de l'extrémité du ſtile tombe ſur la

verticale du plan avant ou après midi : car si c'est avant midi, le plan décline vers l'orient ; & si c'est après midi, le plan décline vers l'occident. Comme cette derniere maniere de trouver vers quel côté le plan décline pourroit être incertaine dans la pratique lorsque la déclinaison du plan est fort petite ; & cela, faute de connoître précisément le moment de midi, nous donnerons encore dans la suite une méthode pour juger dans tous les cas de quel côté se fait cette déclinaison. Fig. 10.

89. Il faut remarquer que la déclinaison du plan vertical est représentée par l'angle PDL, qui a son sommet au centre diviseur D de la ligne horisontale HR, & qui est compris entre les deux lignes DP & DL, dont la premiere est une partie de la verticale du plan égale à la hauteur du stile, & la seconde aboutit au point L, qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale. Pour prouver que cet angle est la déclinaison du plan, il faut imaginer un plan horisontal qui coupe le plan du Cadran selon la ligne HR, le centre de cet horison sera le point D ; car il faut ici concevoir ce point dans le plan horisontal aussi-bien que le triangle entier PDL, & alors le point D n'est pas différent du sommet du stile, ni la ligne DP de la hauteur du stile ; cette ligne DP sera l'intersection de l'horison & du cercle qui est le vertical du plan, c'est-à-dire, qui est perpendiculaire au plan du Cadran, puisque cette intersection doit passer par le sommet D du stile, à cause que tous les grands cercles de la sphere passent par le centre de la terre, & que le sommet du stile peut être regardé comme le centre de la terre. De même la ligne DL sera l'intersection de l'horison & du méridien du lieu : car ce méridien passe par le sommet du stile, & par le point L qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale, qui sont tracées sur le plan du Cadran. Ainsi on doit concevoir l'angle PDL décrit sur le plan horisontal & compris entre le vertical du plan

Fig. 10. & le méridien du lieu, qui ſont deux grands cercles qui ſe coupent néceſſairement au ſommet du ſtile. Or nous avons dit (43), que l'angle qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien du lieu eſt égal à la déclinaiſon du plan, & qu'on l'appelle même quelquefois la déclinaiſon du plan.

90. On peut encore tourner ce raiſonnement d'une autre maniere qui paroîtra peut-être plus claire : l'angle que fait le vertical du plan avec le méridien étant égal à la déclinaiſon du plan (43), il s'agit de montrer que PDL repréſente, ou plutôt eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux cercles. C'eſt ce que l'on peut faire aiſément en cette ſorte : puiſque les lignes ZPD & CLM déſignent le vertical du plan & le méridien, la partie PL de l'horiſontale repréſente l'arc de l'horiſon compris entre ces deux cercles, lequel arc eſt la meſure de l'angle qu'ils forment. Or l'angle PDL ayant ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a auſſi pour meſure le même arc repréſenté par PL (67). Ainſi cet angle PDL eſt égal à celui que font entre eux le vertical du plan & le méridien, ou ce qui revient au même, l'angle PDL eſt égal à la déclinaiſon du plan.

91. Nous remarquerons auſſi qu'un plan vertical eſt toujours parallele à l'horiſon d'un lieu éloigné de l'endroit où eſt ſitué le plan, de 90 degrés ou d'un quart de cercle. Pour s'en convaincre, que l'on conçoive le plan prolongé juſqu'au centre de la terre, & que de ce point il y ait un rayon tiré perpendiculairement au plan, ce rayon aboutira au lieu dont l'horiſon eſt parallele au plan : car le rayon ſera perpendiculaire à l'horiſon du point où il aboutira, puiſque tout rayon eſt perpendiculaire à la tangente du point auquel il ſe termine (Géom. Liv. I, art. 115), & que l'horiſon ſenſible eſt un plan qui touche le globe de la terre : mais d'ailleurs on ſuppoſe que ce rayon eſt perpendiculaire au plan dont il s'agit ; par conſéquent ce plan eſt parallele à l'horiſon de ce lieu. Or il eſt évident que le

rayon

rayon perpendiculaire au plan ſe termine à un point qui eſt éloigné de 90 degrès du lieu où eſt ce plan.

Ce n'eſt pas ſeulement le lieu auquel aboutit ce rayon perpendiculaire qui a ſon horiſon parallele au plan : mais c'eſt auſſi l'autre lieu diamétralement oppoſé à celui ci. Ainſi un plan vertical eſt toujours parallele aux horiſons de deux lieux qui ſont antipodes l'un de l'autre : & même ce plan eſt l'horiſon rationel de l'un & de l'autre lieu. Mais quand on parle du lieu dont l'horiſon eſt parallele à ce plan, il faut entendre celui vers lequel le plan eſt tourné. Ainſi quand un plan vertical ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre, eſt tourné vers le midi, quoiqu'obliquement, le lieu dont l'horiſon lui eſt parallele eſt dans la partie méridionale de la terre.

PROBLÊME III.

92. *Trouver la déclinaiſon d'un plan vertical par quelques méthodes aiſées.*

PREMIERE ME'THODE

Qui ſuppoſe qu'on connoît le moment de midi.

On peut s'aſſurer du moment de midi ou par une méridienne horiſontale qu'on aura décrite exprès dans le voiſinage du Cadran vertical ſelon la méthode preſcrite dans le troiſiéme livre de la Sphere article 2 : ou par un Cadran que l'on ſçait être juſte ; quand bien même ce Cadran ſeroit à quelque diſtance, pourvu qu'on ait une bonne montre que l'on mettra ſur le Cadran, par exemple, à onze heures ou onze heures & demie : ou bien par une pendule à ſecondes que l'on ſçaura marquer le tems vrai exactement ſur laquelle on pourra mettre la montre trois ou quatre heures avant midi. Au défaut d'un Cadran ou d'une pendule à ſecondes, on pourroit mettre une montre ſur le ſoleil, le jour même qu'on voudroit marquer un point d'ombre à midi, comme on l'expliquera dans la préparation au ſixiéme Problême.

Supposons donc que l'on connoît le moment de midi : il faut marquer à cet instant un point d'ombre, par lequel on fera passer une verticale qui sera la méridienne du lieu, par rapport au stile qui a donné le point d'ombre. Si du centre diviseur D de l'horisontale on tire une ligne droite au point L de division de l'horisontale & de la méridienne, on aura l'angle PDL qui sera la déclinaison du plan (89) on connoîtra la valeur de cet angle par sa corde (Prep. art. 32 & 33) ou par sa tangente, qui peuvent être mesurées par une échelle divisée en parties égales.

Fig. 10.

On pourra aussi trouver la valeur de cet angle par le calcul après avoir mesuré avec une échelle de parties égales le nombre des parties que contiennent les côtés DP & PL dont le premier sera considéré comme le sinus total ou rayon qui a pour centre le point D, & le second sera la tangente, il n'y aura qu'à faire l'analogie suivante: *Le côté* DP *est au côté* PL *comme le sinus total est à la tangente de l'angle* PDL.

Cette premiere méthode est une des plus sûres, & en même-tems une des plus commodes, sur-tout à présent que les montres sont extrémement communes.

SECONDE ME'THODE.

Qui suppose qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison

93 Après avoir tracé la verticale du plan & l'horisontale, il faut décrire la méridienne du plan qui est l'intersection de ce plan avec le méridien perpendiculaire au même plan (c'est le méridien du lieu par rapport à l'horison parallele au plan). Cette méridienne est appellée la soustilaire, laquelle doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile (15). Voici la maniere de la décrire qui ne differe pas de celle que nous avons expliquée (liv. 3 de la Sphere art. 2.)

Pour tracer la méridienne sur un plan vertical, il faut donc du pied du stile, comme centre, décrire une ou plusieurs circonférences concentriques, & marquer sur une même circonférence les deux points auxquels se

termine l'ombre du ſtile lorſque l'extrémité de cette ombre entre dans le cercle, & quand elle en ſort enſuite. Après cela on diviſera l'arc compris entre ces deux points en deux également. Si du point de diviſion on tire une ligne droite au pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire.

94. Afin que l'opération ſoit plus aſſurée, il faut pareillement marquer deux points ſur une autre circonférence concentrique qui déſignent l'entrée & la ſortie de l'ombre du ſtile par rapport à cette circonférence, & diviſer l'arc compris en deux parties egales. Enſuite on tirera du point de diviſion une ligne au pied du ſtile : ſi cette ligne ne differe pas de la premiere, c'eſt une marque que l'opération a été bien faite : mais ſi cette ligne fait un angle avec la premiere, on conclura qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans la premiere ou dans la ſeconde opération, ou peut-être dans l'une & dans l'autre ; auquel cas il faudra décrire pluſieurs autres circonférences concentriques, & opérer ſur chacune de la maniere que nous venons d'expliquer.

La démonſtration eſt la même que celle de la méridienne du plan horiſontal, puiſqu'on peut regarder le plan vertical comme l'horiſon d'un endroit éloigné de 90 dégrés du lieu où eſt ſitué ce plan (91), & que l'on opere ſur ce plan de la même maniere qu'on le feroit ſur cet horiſon.

95. Afin que cette pratique ſoit ſûre, il faut que la déclinaiſon du ſoleil ne change pas ſenſiblement tandis que l'ombre du ſommet du ſtile paſſe d'un point de la circonférence à l'autre : c'eſt pourquoi elle eſt plus exacte vers les ſolſtices que vers les équinoxes : car la déclinaiſon du ſoleil demeure preſque la même au moins pendant ſept ou huit heures dans le tems des ſolſtices. De plus quand la déclinaiſon du plan eſt fort grande, cette méthode devient encore fautive à cauſe de la réfraction produite par l'air, laquelle ne change pas de la même maniere la hauteur apparente du ſoleil quand l'ombre du ſtile entre dans la circonférence, que quand

elle en ſort, à moins que cette hauteur du ſoleil ſur l'horiſon n'excede environ 10 ou 12 degrés. Ainſi pour que cette pratique ſoit ſûre, deux conditions ſont néceſſaires, 1°. qu'elle ſoit employée vers le tems des ſolſtices, afin que la déclinaiſon du ſoleil demeure à peu près la même pendant l'intervalle de deux inſtans auxquels on marque les points d'ombre ; 2°. que la hauteur du ſoleil ſoit égale dans ces deux inſtans à quelques degrés près ; ou ſi elle n'eſt pas égale, il faut qu'elle excede 10 à 12 degrés dans l'un & dans l'autre inſtans : & alors la différence des réfractions n'eſt pas conſidérable.

96. Quand on a la ſituation de la ſouſtilaire à l'égard de l'horiſontale & de la verticale, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la Géométrie (je ſuppoſe cette ſouſtilaire prolongée au-deſſus & au-deſſous de l'horiſontale). Pour cela il faut du point C de la ſouſtilaire pris à volonté mener une perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale (fig. 18) : cette perpend. pourra être conſidérée comme la méridienne du lieu, & le point C d'où elle eſt tirée, comme le centre du Cadran. Enſuite on tracera la ligne CH qui faſſe avec la méridienne l'angle LCH égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, l'angle CHL ſera la hauteur du pole à cauſe du triangle rectangle CLH.

Cela poſé, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne CM : car ſi du centre diviſeur de cette méridienne on tiroit une ligne au centre C du Cadran qui repréſente un pole du monde (*3*), cette ligne feroit avec l'horiſontale HR un angle qui auroit pour meſure l'arc repréſenté par CL (*67*), lequel arc eſt compris entre le pole & l'horiſon. Or cet arc eſt la hauteur du pole : ainſi l'angle ſeroit égal à la hauteur du pole. Mais la ligne qu'on ſuppoſe ainſi tirée du centre diviſeur de la méridienne, & qui paſſeroit par le centre C du Cadran, n'eſt pas différente de CH, puiſque CH fait le même angle avec l'horiſontale & qu'elle

passe aussi par le centre C ; donc le point H est le centre diviseur de la méridienne. Par conséquent si on prend sur la verticale du plan un point D aussi éloigné du point d'intersection L que le point H, ce point D sera le centre diviseur de l'horisontale (69). Or pour avoir ce point de la verticale du plan, il faut décrire du point L comme centre & de l'intervalle LH une circonférence, le point où elle rencontrera la verticale sera le point cherché ; & si de ce point D on tire une ligne au point L, on aura l'angle PDL égal à la déclinaison du plan (89). Fig. 18.

97. Il faut remarquer que la méridienne qu'on aura ainsi décrite d'un point quelconque de la soustilaire, ne sera pas relative à la hauteur du stile qu'on aura employé pour décrire la soustilaire, ensorte que le point d'ombre de ce stile ne tomberoit pas sur la méridienne à midi, parce qu'en suivant cette méthode la ligne PD ne sera pas égale à la hauteur du stile, si ce n'est par hazard. Si PD est plus longue que cette hauteur, la méridienne tirée sera plus éloignée de la verticale du plan que la méridienne relative : & si PD est plus courte que la même hauteur, la méridienne qu'on aura décrite sera plus près de la verticale que la méridienne relative à cette hauteur.

98. On peut aussi trouver la déclinaison du plan par le calcul, lorsqu'on a tracé la soustilaire : car l'angle BPD ou CPZ, que fait la soustilaire avec la verticale ZD est égal à l'angle alterne LCP, parce que la verticale est parallele à la méridienne. Or si on a la soustilaire, on trouvera aisément l'angle BPD ; ainsi l'angle au centre LCP, sera pareillement connu. Or si on connoît l'angle LCP, on pourra trouver la déclinaison du plan par l'analogie suivante démontrée dans le dixiéme Problême, puisque les trois autres termes seront connus. *La tangente du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, est à la tangente de l'angle* LCP *compris entre la soustilaire & la méridienne,*

comme le sinus total est au sinus de la déclinaison du plan.

TROISIEME ME'THODE

Qui suppose qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison.

99. Il faut chercher la hauteur du pole sur le plan, ou, ce qui revient au même, la hauteur du pole sur l'horison qui est parallele au plan, à quelque endroit de la terre que cet horis n appartienne. La pratique que nous allons donner est la même que celle dont on se sert pour connoitre la latitude du lieu par la hauteur méridienne du soleil que l'on trouve à l'aide d'un stile attaché à un plan horisontal, quand on connoît la déclinaison du Soleil.

Fig. 10. Soit le pied du stile P & sa hauteur XP. Le point du Ciel auquel aboutiroit la hauteur du stile prolongé est le zenith du plan, lequel point est toujours dans le plan de l'horison, lorsque le plan auquel est attaché le stile est vertical, parce qu'alors la hauteur du stile est parallele à l'horison. Il faut prendre le point d'ombre de l'extrémité du stile dans le moment auquel il est le plus proche du pied du stile : pour cela on marquera plusieurs points d'ombre vers le tems auquel on sçait à peu près que l'extrémité de l'ombre du stile doit tomber sur la soustilaire, & de tous ces points on prendra le plus près du pied du stile, que je suppose être le point V, ensuite on mesurera la distance PV avec une échelle de parties égales. Je suppose que l'on a aussi mésuré la hauteur PX du stile. Cela posé, il sera facile de trouver l'angle X du triangle rectangle XPV, en faisant l'analogie suivante, dans lequel le côté XP est considéré comme rayon, dont le centre est X, & alors le côté PV devient la tangente de l'angle cherché : *Comme* XP *est à* PV, *ainsi le sinus total à la tangente de l'angle cherché* X. Or l'angle X ou VXP est égal à l'opposé SXZ, qui est la distance du soleil au zenith du plan, cette distance sera donc connue. Il

faudra y ajouter la déclinaison du soleil si elle est méridionale, ou l'en retrancher si elle est septentrionale, & la somme ou la différence sera la distance du zenith du plan à l'équateur, laquelle est égale à la hauteur du pole sur le plan. Nous supposons que c'est un plan du midi, qui peut être consideré comme un horison de la sphere australe auquel ce plan est parallele : mais si c'est un plan du nord, on fera le contraire, c'est-à dire, que si la déclinaison du soleil est méridionale, il faudra la retrancher de la distance du zenith du plan au soleil, & si elle est septentrionale, il faudra l'ajouter à cette distance ; & la différence ou la somme sera pareillement la distance du zenith du plan à l'équateur, qui est égale à la hauteur du pole sur le plan.

Si le Soleil étoit à l'équateur, la distance du zenith au Soleil seroit pour lors égale à la hauteur du pole sur le plan.

100. Pour entendre la raison de cette pratique, il faut considérer la fig. 17, dans laquelle le cercle HZPR est le méridien, qui passe par le zenith Z & le pole P du monde; HR est l'horison, AT l'équateur, S ou *s* le soleil, qui répond à un point du méridien; AZ distance de l'équateur au zenith est la latitude laquelle est toujours égale à la hauteur du pole sur l'horison, & SA ou *s*A distance du soleil à l'équateur est la déclinaison du soleil. Si le soleil décline vers le pole élevé P la latitude AZ, & par conséquent la hauteur du pole, est égale à la somme de la déclinaison SA du soleil & de sa distance SZ au zenith : mais si le soleil décline vers le pole abbaissé, la latitude AZ est égale à la différence de la distance *s*Z du soleil au zenith & de sa déclinaison *s*A : enfin si le soleil est à l'équateur la latitude est égale à la distance du soleil au zenith. Cela posé, il faut faire attention que tout plan vertical est l'horison d'un lieu éloigné de 90^d de l'endroit où est situé ce plan. Par exemple, un plan vertical situé sur l'équateur & tourné directement vers le nord ou vers Fig. 17.

le midi eſt l'horiſon de l'un ou de l'autre pole de la terre : ainſi tout plan vertical du midi peut être conſidéré comme un horiſon de quelque lieu ſitué dans la partie méridionale de la terre, & tout plan vertical du nord eſt un horiſon d'un lieu ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre : par conſéquent la hauteur du pole ſur un plan vertical eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon d'un lieu, qui eſt éloigné de ce plan de 90^d ; & le zenith du plan eſt le zenith de cet horiſon. Or on vient de voir que quand le ſoleil décline vers le pole élevé ſur un horiſon ; la hauteur du pole ou la latitude eſt égale à la ſomme de la déclinaiſon du ſoleil & de ſa diſtance au zénith, & ſi le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, cette hauteur eſt égale à la différence de ces deux quantités. Ainſi la méthode propoſée eſt certaine.

101. Si la ſouſtilaire étoit tirée, on n'auroit pas beſoin de marquer pluſieurs points d'ombre, il faudroit ſeulement marquer celui qui tomberoit ſur la ſouſtilaire, parce qu'il ſeroit le plus près du pied du ſtile par la même raiſon que l'ombre la plus courte d'un ſtile perpendiculaire ſur un plan horiſontal eſt celle qui tombe ſur la méridienne de ce plan. Au défaut de la ſouſtilaire, que l'on ſuppoſe ici n'être pas tracée, on peut décrire pluſieurs circonférences concentriques, dont le centre ſoit le pied du ſtile, par le moyen deſquelles on verra facilement ſi le point d'ombre du ſommet du ſtile s'approche on s'éloigne du pied.

Fig. 16. 102. Lorſque l'angle SXZ eſt moindre que la déclinaiſon du ſoleil, & que cette déclinaiſon ſe fait vers le même pole que celui vers lequel le plan eſt tourné, le zenith du plan ſe trouve alors entre le parallele du ſoleil & l'équateur : ainſi cet angle SXZ, qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith, n'eſt dans ce cas qu'une partie de la déclinaiſon du ſoleil dont l'autre partie eſt la diſtance du zenith du plan à l'équateur : c'eſt pourquoi il faudra ôter l'angle SXZ de cette déclinaiſon, le reſte ſera la diſtance du zenith du plan à l'équateur, qui eſt

égale à la hauteur du pole ſur le plan. Au reſte comme les plans verticaux du midi ſitués dans la ſphere ſeptentrionale, ſont paralleles à des plans horiſontaux de la ſphere méridionale, leur zenith ne peut être entre l'équateur & le parallele du ſoleil, que quand ſa déclinaiſon eſt méridionale. Par la raiſon contraire le zenith d'un plan vertical du nord ne peut ſe trouver entre l'équateur & le ſoleil que quand la déclinaiſon de cet aſtre eſt ſeptentrionale.

103. Il ſemble d'abord qu'on pourroit ſe ſervir du point d'ombre le plus près du pied du ſtile pour tirer la ſouſtilaire, puiſqu'une ligne menée du pied du ſtile à ce point d'ombre, ſeroit la ſouſtilaire : mais quoique cette méthode ſoit bonne dans la théorie, elle n'eſt pas exacte dans la pratique, à moins d'y ajouter quelque autre opération, parce que l'ombre de l'extrémité du ſtile eſt à peu près à même diſtance du pied pendant un tems aſſez conſidérable, comme deux ou trois minutes ; & néanmoins cette ombre avance ſenſiblement pendant ce tems-là.

104. Après avoir trouvé la hauteur du pole ſur le plan, on fera l'analogie ſuivante pour trouver la déclinaiſon du plan.

Le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt au ſinus total, comme le ſinus de la hauteur du pole ſur le plan eſt au ſinus du complément de la déclinaiſon du plan.

Cette analogie eſt une ſuite de celle qu'on démontrera dans le Problême XI.

Cette méthode eſt une des plus faciles pour trouver la déclinaiſon du plan : au reſte afin que la pratique en ſoit plus exacte, il faut que dans le tems qu'on marque le point d'ombre le ſoleil ſoit élevé ſur l'horiſon d'environ 10 à 12 degrés ou davantage, afin que la réfraction cauſée par l'air ſoit ſi petite qu'elle ne puiſſe produire une erreur ſenſible. De plus il faut encore remarquer que cette méthode n'a pas lieu pour

les plans du nord, dont la déclinaiſon n'eſt pas aſſez grande, afin qu'ils ſoient éclairés dans le tems que le ſoleil paſſe par le méridien du plan : car dans ce cas l'ombre du ſtile ne peut tomber ſur la ſouſtilaire.

QUATRIE'ME ME'THODE

Qui ſuppoſe auſſi qu'on connoît la hauteur du pole ſur l'horiſon.

105. Cette méthode eſt fondée ſur ce que l'on appelle la différence des longitudes entre l'horiſon du lieu où eſt ſitué le plan vertical & l'horiſon parallele à ce plan. Cette différence en degrés n'eſt autre choſe que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de ces deux horiſons. Suppoſons, par exemple, qu'un plan vertical ſitué à Paris ſoit parallele à l'horiſon de Lima au Perou, la différence des longitudes ſera de $79^{d}\ 9^{m}\ 30^{f}$, parce que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de Paris & de Lima eſt de cette valeur. Or comme le ſoleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident, pour réduire les degrés de longitude en heures, minutes & ſecondes de tems, il faut prendre une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degrés, & une ſeconde de tems pour 15 ſecondes de degrés. Réciproquement quand on connoît la différence des longitudes en tems on peut la réduire en degrés, puiſqu'une heure répond à 15 degrés, une minute de tems à 15 &c. Voici comment on pourra connoître la différence des longitudes en tems, en ſuppoſant qu'on a une bonne montre.

106. Il faut pour cela décrire du pied du ſtile, comme centre, une ou pluſieurs circonférences concentriques, comme pour trouver la ſouſtilaire ſuivant ce que nous avons dit dans la ſeconde méthode. Enſuite on remarque l'heure qu'il eſt à la Montre dans les deux inſtans auxquels l'extrémité de l'ombre du ſtile tombe ſur une circonférence en entrant & en ſortant du cercle.

Après cela on divise également le tems qui est entre les deux instans, & on ajoute une moitié à l'heure qu'il étoit lorsque l'ombre est entrée dans le cercle, la somme qui vient est l'heure à laquelle l'extrémité de l'ombre du stile répondoit à la soustilaire : si donc on prend le tems qu'il y a entre cet instant & midi, on aura la différence des longitudes en tems, qu'il sera facile de réduire en degrés, comme nous venons de le dire. Je suppose, par exemple, que l'ombre du stile soit entrée dans une circonférence à $9^h\ 4^m$, & qu'elle en soit sortie à $9^h\ 50^m$, le tems qu'il y a entre les deux instans est 46^m, dont la moitié est 23 : j'ajoute donc 23^m à $9^h\ 4^m$, & la somme est $9^h\ 27^m$, d'où je conclus que l'extrémité de l'ombre du stile tomboit sur la soustilaire à $9^h\ 27^m$. Or depuis ce moment jusqu'à midi, il y a $2^h\ 33^m$: ainsi la différence des longitudes dans cette hypothèse est $38^d\ 15'$.

107. Afin d'être plus sûr, il est propos de faire la même chose par rapport à plusieurs circonférences concentriques. D'ailleurs, il faut aussi pour l'exactitude que le soleil ne change pas sensiblement de déclinaison entre les deux instans, & que la hauteur du soleil sur l'horison surpasse environ 10 degrés dans les deux instans, afin que la réfraction causée par l'atmosphere n'apporte point de changement sensible dans la longueur de l'ombre. Si cependant la déclinaison du plan étoit fort petite, comme alors la soustilaire ne seroit pas éloignée de la méridienne, la réfraction ne produiroit pas d'erreur sensible, quoique la hauteur du soleil fût moindre que 10 degrés, parce qu'elle seroit à peu près la même dans les deux instans.

108. Il faut remarquer qu'il n'est pas nécessaire pour pratiquer cette méthode que la Montre soit actuellement sur le soleil, lorsqu'on observe l'heure qu'elle marque dans les deux instans. Il suffit qu'on l'y mette ensuite pour sçavoir de combien elle précede le soleil, ou au contraire, afin d'y avoir égard pour dé-

terminer l'heure qu'il étoit lorſque l'extrémité de l'ombre répondoit à la ſouſtilaire : c'eſt pourquoi ſi dans notre exemple la Montre étoit poſtérieure au ſoleil de 3 minutes, alors au lieu de 9^h 27^m il faudroit prendre 9^h 30^m pour le moment auquel l extrémité de l'ombre tomboit ſur la ſouſtilaire ; & par conſéquent la différence des longitudes ne ſeroit en tems que de 2 heures 30 minutes, & en degrés que de 37^d 30′.

109. La différence des longitudes en tems étant connue, on trouvera le complément de la déclinaiſon du plan par l'analogie ſuivante, qui eſt l'inverſe de celle qui eſt démontrée dans le XII Problême.

Le ſinus de la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt au ſinus total, comme la tangente du complément de la différence des longitudes eſt à la tangente du complément de la déclinaiſon du plan.

Si on ſuppoſe la hauteur du pole de 48^d 51′ & la différence des longitudes de 37^d 30′, la proportion précédente ſe réduira à celle-ci : *Le ſinus de 48^d 51′ eſt au ſinus total, comme la tangente du complément de 37^d 30′ eſt à la tangente du complément de la déclinaiſon cherchée.* Les logarithmes des trois premiers termes ſont 987679, 1000000, 1011502 : or le premier étant retranché de la ſomme des deux autres donne le reſte 1023823, qui eſt la tangente artificielle du complément de 30^d 1′. C'eſt la déclinaiſon cherchée.

Il faut connoître le plus exactement qu'on pourra l'heure qu'il eſt au ſoleil pour le tems que le point d'ombre tombe ſur la ſouſtilaire ; car une erreur de deux minutes de tems donneroit pour la latitude de Paris environ 30 minutes d'erreur pour la déclinaiſon du plan, & même davantage ſi la différence des longitudes étoit plus petite que trois heures.

PROBLÊME IV.

110. *Trouver la hauteur du Soleil ſur l'horiſon par l'ombre d'un ſtile attaché à un plan vertical.*

Supposons un stile attaché à un mur dont la surface soit un plan vertical : que le pied du stile soit P, & sa hauteur égale à la ligne PD, qui est une partie de la verticale du plan. Si on a marqué le point d'ombre F, qu'on ait pris PI égale à la distance de ce point à la verticale du plan, & qu'on ait mesuré l'oblique DI & la verticale FI, qui est la distance de ce point à l'horisontale ; on trouvera la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre par la proportion suivante, Fig. 10.

DI *est à* FI, *comme le sinus total à la tangente de la hauteur du Soleil.*

DÉMONSTRATION.

Pour prouver cette proportion il faut chercher quel est le centre diviseur de la verticale FI. Or pour trouver ce centre on prendra sur l'horisontale HR la partie IR égale à DI, le point R sera le centre diviseur de la verticale (65). Ainsi en tirant une ligne du point R au point F, on aura l'angle IRF, qui aura pour mesure l'arc représenté par FI, qui est la distance du soleil à l'horison ou la hauteur du soleil, parce que le point F représente le lieu du soleil, comme la ligne HR désigne l'horison. L'angle IRF peut donc être pris pour la hauteur du soleil. Or afin de trouver la valeur de cet angle qui appartient au triangle rectangle FIR, il faut regarder RI comme le sinus total, & le point R comme centre, pour lors la ligne FI sera la tangente de l'angle cherché IRF : ainsi on fera la proportion, DI *ou* RI *est à* FI, *comme le sinus total à la tangente de l'angle* IRF, qui est la hauteur du soleil sur l'horison.

Voici une seconde méthode plus difficile que la premiere : nous l'ajoutons néanmoins, parce qu'on y démontre quel est l'angle que fait le vertical du soleil avec le plan, lequel angle est la distance du soleil au plan.

111. Il faut mesurer l'oblique DI & la verticale FI,

Fig. 10. comme dans la premiere méthode. D'ailleurs je suppose qu'on connoît la hauteur du stile. Cela posé, 1°. On cherchera l'angle PID par le triangle rectangle DPI, duquel on connoît l'angle droit P & les deux côtés DP & DI, dont le premier est la hauteur du stile. On trouvera donc l'angle PID par la proportion suivante, dans laquelle on regarde DI comme sinus total, & le point I comme centre.

L'oblique DI *est à la hauteur du stile* DP, *comme le sinus total est au sinus de l'angle* PID. C'est l'angle du vertical du soleil avec le plan vertical auquel le stile est attaché, comme on le prouvera dans la Démonstration suivante.

2°. On prendra le sinus de l'angle PID, & on fera la proportion suivante pour trouver la hauteur du soleil dans le tems où on a marqué le point d'ombre.

La hauteur du stile est au sinus de PID, *comme* FI *distance du point d'ombre à l'horisontale est à la tangente de la hauteur du soleil.* On prouvera cette proportion dans la suite.

Si la hauteur du stile DP est de 1000 parties, le côté DI de 1077, & la verticale FI de 900, on trouvera d'abord que l'angle PID sera de 68^{d} 12′, dont le sinus a pour logarithme 996777. Les logarithmes des trois premiers termes de la seconde analogie seront donc, 300000, 996777, 295424 par lesquels on trouvera 992201, qui est le logarithme de la tangente de 39^{d} 53′; mais comme la réfraction fait paroître le soleil plus élevé qu'il n'est effectivement, il faut retrancher l'effet de cette réfraction, qui est d'environ une minute à la hauteur de 40 degrés, comme il paroît par la Table que nous donnerons à la suite de ce Problême. Par conséquent la hauteur du soleil au moment où l'on a pris le point d'ombre étoit environ de 39^{d} 52′.

DÉMONSTRATION DE LA SECONDE MÉTHODE.

Il s'agit de prouver que la seconde proportion fait

trouver la hauteur du soleil sur l'horison. Pour cela il faut concevoir la hauteur du stile SP qui est égale à la ligne DP : comme cette hauteur est perpendiculaire au plan vertical, le point S est en l'air : il faut aussi imaginer des lignes tirées de ce point S aux deux autres I & F, on aura les triangles SPI & SIF, dont le 1er fait partie du plan horisontal qui passe par le sommet S. (Il est évident que ce 1er triangle SPI est égal en tout au triangle DPI, parce que les trois côtés de l'un sont égaux aux trois côtés de l'autre) ; & le second SIF est dans le plan du vertical du soleil & en fait aussi partie : d'ailleurs la ligne IF est la commune section du vertical du soleil & du plan vertical ; & par conséquent elle est perpendiculaire au plan horisontal & aux deux lignes PI & SI qui sont dans ce dernier plan. Cela étant, l'angle SIP égal à DIP sera l'angle du vertical du soleil avec le plan vertical sur lequel on opere ; & l'angle ISF sera la hauteur du soleil sur l'horison au tems qu'on a marqué le point d'ombre, parce que ce dernier angle est formé par les deux lignes SI & SF, qui sont l'une & l'autre dans le vertical du soleil, & dont la premiere est parallele à l'horison, & la seconde représente une partie du rayon solaire qui vient aboutir au point F après avoir passé au travers du plan horisontal. Cela posé, si on prend SI pour sinus total, & le point I pour centre, SP sera le sinus de l'angle SIP dans le triangle SPI, & IF perpendiculaire au sinus total SI dans le triangle SIF sera la tangente de la hauteur du soleil ISF, en regardant alors le point S comme centre. On a donc la proportion; *La hauteur* SP *du stile est au sinus de l'angle* SIP *ou* DIP, *comme la verticale* IF *est à la tangente de la hauteur du Soleil.* Fig. 10.

112. PREMIERE REMARQUE. Le triangle DPI étant rectangle en P, l'angle PDI est le complément de l'angle PID, qui, comme nous venons de le prouver, est l'angle du vertical du soleil avec le plan. Or cet angle PDI ou PSI est l'angle du vertical du soleil avec le

Fig. 10. vertical du plan (9) puiſque les deux lignes SP, SI ſont dans un plan horiſontal auquel ces deux verticaux ſont perpendiculaires. Ainſi l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan, eſt le complément de l'angle que fait le même vertical du ſoleil avec le plan. Cela vient de ce que le vertical du plan eſt perpendiculaire au plan.

113. SECONDE REMARQUE. Puiſque l'angle PDI du vertical du ſoleil avec le vertical du plan eſt le complément de PID, la premiere proportion de cette ſeconde méthode en fera connoître la grandeur. On pourroit auſſi trouver l'angle PDI, en diſant, PD *eſt à* PI *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PDI : mais il faudroit alors meſurer le côté PI pour le faire entrer dans le calcul : c'eſt pourquoi ſi on veut trouver cet angle PDI & de plus la hauteur du ſoleil, il vaut mieux ſe ſervir de la premiere proportion de la ſeconde méthode pour l'angle PDI, & de la proportion de la premiere méthode pour la hauteur du ſoleil : par-là on introduira moins de termes différens dans le calcul.

Fig. 11. 114. Si le point d'ombre F étoit ſur la verticale ZPD du plan, alors la hauteur du ſoleil ſeroit égale au complément de l'angle PFS compris entre le plan vertical & le rayon du ſoleil. Pour le prouver concevons une ligne que nous appellerons YF perpendiculaire au plan vertical, & qui aboutiſſe au point F, cette ligne ſera parallele à l'horiſon, & de plus elle ſera dans le même plan que les deux autres ZF & SF, ſçavoir, dans le plan du vertical perpendiculaire au plan du mur ; par conſéquent l'angle SFY qu'elle forme avec le rayon ſolaire SF ſera la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Or cet angle eſt le complément de l'angle PFS, puiſque l'angle ZFY eſt droit. On voit bien que l'angle PSF eſt auſſi la hauteur du ſoleil, puiſqu'il eſt égal à l'angle alterne SFY.

115. Mais il n'eſt pas à propos de marquer le point d'ombre

d'ombre sur la verticale du plan, parce que l'ombre paroît alors rester pendant quelque tems sur le même point, quoique le soleil monte ou descende toujours. Si cependant la hauteur du stile est fort longue, par exemple, de trois ou quatre pieds, l'ombre avance assez sensiblement. Il ne faut pas non plus marquer de points d'ombre à une trop petite distance de cette verticale, soit pour la raison qu'on vient d'apporter, soit parce que cette distance horisontale n'auroit plus un rapport assez sensible avec la hauteur DP ; & que par conséquent une petite erreur qu'on ne peut guere éviter en mesurant cette distance, en causeroit une assez grande dans la détermination de la hauteur du soleil. Cette remarque a aussi son application dans la méthode du Problême VI.

116. Il faut aussi éviter de prendre la hauteur du soleil depuis environ dix heures $\frac{1}{2}$ du matin, jusqu'à une heure $\frac{1}{2}$ après midi, non pas qu'il y ait une plus grande erreur à craindre dans ce tems-là que dans un autre, par rapport à cette hauteur : mais parce que le soleil ne changeant pas assez sensiblement de hauteur dans cet espace de tems, l'erreur qu'on pourroit faire dans la détermination de la hauteur du soleil, seroit d'une plus grande conséquence par rapport à sa distance du méridien : mais si la déclinaison du plan est grande, comme de 40 à 45 degrés, ou davantage, il y a moins à craindre, parce que dans ce cas l'ombre de l'extrémité du stile avance fort vîte dans ce tems-là ; & par conséquent les distances à l'horisontale & à la verticale augmentent beaucoup en peu de tems.

117. Si on prend la hauteur du soleil à midi, on pourra trouver la hauteur du pole sur l'horison du lieu, pourvû que l'on connoisse la déclinaison du soleil : car si le soleil décline vers le pole élevé, il faudra ôter la déclinaison du soleil de sa hauteur méridienne, la différence sera l'élévation de l'équateur sur l'horison. Si la déclinaison du soleil est vers le pole abbaissé,

on l'ajoutera à sa hauteur méridienne, la somme sera aussi l'élévation de l'équateur. Or la hauteur du pole sur l'horison est toujours le complément de l'élévation de l'équateur. Voici la raison de cette opération : Si le soleil étoit à l'équateur, sa hauteur méridienne seroit égale à l'élévation de ce cercle sur l'horison : par conséquent si le soleil décline de 10 degrés vers le pole élevé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés plus grande que l'élévation de l'équateur. Ainsi pour avoir cette élévation, il faudra ôter la déclinaison du soleil de la hauteur méridienne. Mais si le soleil décline de 10 degrés vers le pole abbaissé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés moindre que l'élévation de l'équateur : par conséquent pour avoir cette élévation, il faudra ajouter la déclinaison du soleil à sa hauteur méridienne.

118. Comme la hauteur du soleil change fort peu vers le tems de midi, l'erreur ne seroit pas grande, si au lieu de prendre la hauteur du soleil à midi juste, on la prenoit quelques minutes avant ou après.

119. Nous avons dit que la réfraction des rayons du soleil le fait paroître un peu plus élevé sur l'horison qu'il n'est effectivement. Voici une Table qui fait voir de combien il faut diminuer la hauteur du soleil trouvée par l'ombre du stile ou par quelque autre observation, afin d'avoir la hauteur véritable. Cette Table est tirée du Livre intitulé, *La Connoissance des Tems.*

TABLE DES AUGMENTATIONS causées dans la hauteur apparente du Soleil par la réfraction des rayons que produit l'Atmosphere de l'air.

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	32′20″						
1	27 56	24	2′ 12″	47	0′ 56″	69	0′ 22″
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	10 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	46	0 58				

120. Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du ſoleil eſt nulle ou zero, c'eſt-à-dire, lorſque ſon centre eſt vû à l'horiſon, il eſt encore 32′ 20″ au-deſſous de ce cercle : c'eſt ce qu'on appelle la réfraction horiſontale. Quand ſa hauteur apparente eſt d'un dégré, ſa hauteur véritable eſt ſeulement de 32′ 4″, moindre que l'apparente de 27′ 56″ : de même quand il paroît élevé de 2^d, il ne l'eſt réellement que de 1^d 38′ 56″, parce que la réfraction eſt de 21′ 4″, &c.

On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'obſervation, afin d'avoir la hauteur véritable; par conſéquent ſi on a trouvé par l'obſervation que la hauteur apparente du ſoleil eſt, par exemple, de 22^{d} 50′, il faudra chercher dans la Table quelle eſt la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle eſt de 23^{d}, & on trouvera que c'eſt 2′ 18″: il faut donc retrancher cette quantité de 22^{d}50′, & le reſte 22^{d} 47′ 42″ ſera la hauteur véritable du ſoleil quand il paroît élevé de 22^{d} 50′.

PROBLÊME V.

121. *Connoiſſant la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil, trouver la déclinaiſon d'un plan vertical par un point d'ombre du ſommet d'un ſtile attaché au plan.*

CINQUIE'ME ME'THODE

De trouver la déclinaiſon du plan.

Fig. 10. Il faut prendre un point d'ombre comme F, & ayant tiré, ou plutôt imaginé (151) FI perpend. à l'horiſontale HR, & la ligne DI, on meſurera ces deux lignes, auſſi-bien que DP avec le compas à verge; & on cherchera 1°. l'angle PID que l'on trouvera par la premiere analogie de l'art. 111; & on prendra ſon complément PDI. 2°. La hauteur du ſoleil par la proportion de l'art. 110. 3°. L'angle IDL de la maniere que nous expoſerons (124). Nous avons vû (112) que l'angle PDI eſt égal à celui qui eſt compris entre le vertical du ſoleil & le vertical du plan: & par la même raiſon l'angle IDL eſt égal à celui que fait le vertical du ſoleil avec le méridien. Nous déſignerons ces deux angles en nommant l'un le premier, c'eſt ici PDI, & l'autre le ſecond, c'eſt IDL. Il peut arriver trois cas: le premier, c'eſt lorſque le point d'ombre eſt entre la verticale du plan & la méridienne, comme F; le ſecond, quand le point d'ombre eſt au-delà de la méridienne, comme G: le

troiſiéme enfin, lorſque le point d'ombre eſt du côté de Fig. 10.
la verticale oppoſé à la méridienne, comme *f*. Dans le premier cas il faut ajouter les deux angles, la ſomme PDL ſera la déclinaiſon du plan. Dans le ſecond cas il faut retrancher le ſecond angle LDK du premier PDK, le reſte PDL ſera auſſi la déclinaiſon. Enfin dans le 3me cas il faut ôter le premier angle PD*i* du ſecond *i*DL, le reſte PDL ſera encore la déclinaiſon. Ces trois cas ſe peuvent réduire à deux, ſi on n'en fait qu'un des deux derniers ; & pour lors on dira que dans le premier cas la déclinaiſon du plan eſt égale à la ſomme des deux angles, & que dans le ſecond elle eſt égale à la différence de ces deux angles. La vérité de ces deux cas paroît évidemment par la ſeule inſpection de la figure 10, pourvû qu'on ſe ſouvienne de l'art. 89. Nous les montrerons cependant encore comme dans la nature même (128.)

Il s'agit préſentement de montrer comment on trouvera l'angle fait par le vertical du ſoleil & le méridien, en ſuppoſant qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaiſon du ſoleil & la hauteur du ſoleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre : c'eſt un Problême qui appartient à la Trigonométrie ſphérique dont la connoiſſance n'eſt cependant pas néceſſaire pour entendre la pratique que nous allons expliquer. Il conſiſte à trouver un angle d'un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés.

122. Soit la figure 12, dans laquelle le cercle HZPR Fig. 12.
repréſente le méridien du lieu, dont les deux points P & Z ſont le pole & le zenith, AT eſt l'équateur, HR l'horiſon, PSD le cercle horaire qui paſſe par le ſoleil S dans le tems qu'on marque le point d'ombre, ZSO le vertical du ſoleil. Il eſt évident 1°. que ZA eſt la latitude du lieu, parce que c'eſt la diſtance du zenith à l'équateur ; 2° que SD diſtance du ſoleil à l'équateur, eſt la déclinaiſon du ſoleil ; 3°. enfin que SO, diſtance du ſoleil à l'horiſon, eſt la hauteur du

Fig. 12. ſoleil ſur l'horiſon. Cela poſé, les arcs PZA, PSD & ZSO étant des quarts de cercle, dans le triangle ſphérique ZPS le côté PZ eſt le complément de la latitude, PS eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil, & ZS le complément de la hauteur du ſoleil. Ces trois côtés ſont donc connus par l'hypothèſe; on pourra donc trouver l'angle PZS, dont le ſupplément eſt l'angle AZS que forme le vertical ZSO du ſoleil avec le méridien HZPR du côté du pole abbaiſſé. Nous ferons voir dans la ſuite que quand le plan du Cadran eſt tourné au nord de quelque maniere que ce ſoit, l'angle cherché eſt PZS, & que c'eſt AZS quand il eſt tourné au midi.

123. Quand nous avons dit que PS eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil, c'étoit dans l'hypothèſe que cette déclinaiſon étoit vers le pole élevé ſur l'horiſon. Mais ſi le ſoleil eſt du côté de l'autre pole, alors P*s* (Fig. 13) eſt la ſomme d'un arc de 90 degrés qui s'étend depuis le pole élevé juſqu'à l'équateur, & de la déclinaiſon du ſoleil.

Voici la méthode pour trouver un angle d'un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés. Nous allons l'expoſer en l'appliquant au triangle ſphérique ZPS dont il faut trouver l'angle PZS.

124. 1°. On cherchera l'excés du plus grand des côtés ZS & ZP, qui contiennent l'angle cherché Z, ſur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la baſe PS, & on prendra la moitié de la ſomme. 2°. On retranchera cet excès de la même baſe PS, & on prendra la moitié du reſte ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du ſinus de la moitié de la ſomme & celui du ſinus de la moitié de la différence : enſuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui eſt le ſinus total ou de 90 degrés, pour en avoir la ſomme. 4°. On ôtera de cette derniere ſomme celle des logarithmes des ſinus des deux côtés qui comprennent l'angle PZS, la moitié du

reste sera le logarithme du sinus de la moitié de cet angle, dont le supplément est l'angle cherché AZS. Fig. 12.

125. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique, dont voici les quatre termes : le premier est le produit des sinus des deux côtés ZS & ZP. Pour désigner le second, je suppose ZS plus grand que ZP, & j'appelle l'excès SN : cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de PS plus SN multiplié par le sinus de la moitié de la différence de PS à SN. Le troisiéme terme est le quarré du rayon ; & enfin le quatriéme est le quarré du sinus de la moitié de l'angle Z. Cette proportion étant supposée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition, & la division en soustraction : car cela posé, on verra aisément que l'opération du 3me article, à laquelle préparent celles des deux premiers, représente le produit des moyens, & que par le quatriéme on fait la même chose que si on divisoit ce produit par le premier terme.

Voici un exemple dans lequel on suppose la hauteur du soleil sur l'horison de $39^d\ 52'$, la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaison du soleil de 20^d, vers le pole élevé; les complémens représentés par les côtés ZS, ZP & PS seront $50^d\ 8'$, $41^d\ 9'$, & 70^d, Ainsi 1°. l'excès de ZS sur ZP sera $8^d\ 59'$; par conséquent la somme de la base PS & de cet excès sera $78^d\ 59'$, dont la moitié est $39^d\ 29'\frac{1}{2}$. 2°. La différence de la base & du même excès sera $61^d\ 1'$, dont la moitié est $30^d\ 30'\frac{1}{2}$. 3°. Les logarithmes de $39^d\ 29'\frac{1}{2}$ & de $30^d\ 30'\frac{1}{2}$ sont à peu près 980343 & 970557, lesquels étant ajoutés avec 2000,000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chifres de tous les logarithmes), donnent la somme 3950900. 4°. Si de cette somme on ôte 1970335 qui est celle des logarithmes de ZS & de ZP, il restera 1980565, dont la moi-

Fig. 12. tié 990282 eſt le logarithme du ſinus de 53^d 5′; par conſéquent l'angle PZS eſt de 106^d 10′: ainſi ſon ſupplément AZS eſt de 73^d 50′. On auroit pu négliger les demi-minutes.

La Table VI qui eſt à la fin de ce Traité, pourra ſervir à trouver les angles que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lors même que la latitude ou la déclinaiſon du ſoleil, ou ſa hauteur n'eſt pas tout-à-fait la même qu'elle eſt ſuppoſée dans la Table, pourvû qu'elle en approche.

126. Quand on connoît l'angle PZS ou AZS que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lequel angle eſt le même que IDL (fig. 10), ou LDK ou *i*DL, il faut le comparer avec le premier angle PDI ou PDK ou PD*i*. Si le point d'ombre a été pris entre la verticale du plan & la méridienne, la déclinaiſon du plan eſt égale à la ſomme de ces deux angles: mais ſi le point d'ombre a été pris hors de ces lignes & de l'eſpace compris entre deux, cette déclinaiſon eſt égale à la différence des deux angles: c'eſt ce que nous allons faire voir.

127. Afin de faire concevoir plus clairement la vérité des trois cas marqués dans l'article 121, nous allons les montrer par le moyen de la fig. 15, comme
Fig. 15. dans la nature même ou dans la ſphere naturelle. Le cercle ENOM repréſente l'horiſon; le centre Z, le zenith; & les différens diametres, pluſieurs cercles verticaux; ſçavoir NM, le méridien du lieu; EO, le premier vertical; les points N, M ſont le nord & le midi, & les points E, O l'eſt & l'oueſt, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident: AB repréſente le plan vertical dont il faut chercher la déclinaiſon, & CD perpendiculaire à AB eſt le vertical du plan. Nous conſidérerons d'abord ce plan comme tourné vers le midi M: dans ce cas il décline vers l'orient, & ſa déclinaiſon eſt l'angle AZE, ou ſon égal CZM (42 & 43). Or afin d'appliquer les trois cas de l'art. 121 à cette figure, nous

remarquerons que l'on peut déduire de l'art. 3 que les points marqués sur le plan du Cadran doivent être situés entre eux comme ceux qu'ils représentent dans le Ciel, en sorte que si trois points du Ciel sont représentés sur le plan, celui qui dans le Ciel est entre les deux autres y doit être aussi sur le plan. Fig. 15.

128. Cela étant, il est clair que quand le point d'ombre tombe entre la verticale du plan & la méridienne, il faut que le soleil, dont le lieu est toujours représenté par le point d'ombre, soit entre le vertical du plan & le méridien : si le point d'ombre tombe au-delà de la méridienne par rapport à la verticale du plan, le soleil est au-delà du méridien par rapport au vertical du plan : enfin lorsque le point d'ombre tombe du côté de cette verticale opposé à la méridienne, le soleil se trouve du même côté du vertical du plan. D'ailleurs le soleil ne peut éclairer un plan du midi que quand il est dans quelques-uns des quarts de cercles verticaux, comme ZF, ZG, ZH, ZR, compris entre le plan & la demi-circonférence horisontale ACB, qui contient le sud ou midi M. Il paroît donc 1°. que quand le point d'ombre est entre la verticale du plan & la méridienne, le soleil se trouve alors sur un quart de cercle vertical, comme ZF, situé entre le vertical du plan & le méridien. Or la déclinaison du plan, qui est CZM, est pour lors égale à la somme des angles CZF & FZM, dont le premier est formé par le vertical du plan & le vertical du soleil, & le second par le même vertical du soleil & le méridien. 2°. Que si le point d'ombre tombe du côté de la méridienne opposé à la verticale du plan, le soleil est sur un vertical, comme ZG, situé aussi au-delà du méridien par rapport au vertical ZC : mais alors la déclinaison CZM est égale à la différence des angles CZG & MZG, comme il est marqué dans le second cas de l'art. 121 : 3°. Enfin que quand le point d'ombre tombe du côté de la verticale du plan opposé à la méridienne, le soleil répond alors à un

Fig. 15. vertical, comme ZH ou ZR, ſitué ſemblablement par rapport à ZC & à ZM ; & la déclinaiſon CZM eſt encore égale à la différence des angles HZC & HZM, comme il eſt dit dans le troiſiéme cas de l'article cité.

On verra de même que ſi on conſidere le plan AB, en tant qu'il regarde vers le nord, ſa déclinaiſon DZN égale à BZO ſera dans le premier cas la ſomme des angles DZI & IZN, c'eſt quand le ſoleil eſt dans le vertical ZI : dans le ſecond cas ce ſera la différence des angles DZK & KZN, c'eſt lorſque le ſoleil eſt ſur ZK, & dans le troiſiéme, celle des angles LZD & LZN, ſçavoir quand il répond à ZL.

129. Lorſqu'un plan du midi, comme AB, eſt éclairé par le ſoleil, il faut que cet aſtre ſoit alors du côté du midi ſur un quart de cercle compris entre ce plan & le demi-cercle AMB : il eſt donc évident que quand il s'agit d'un plan du midi, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt, dans les trois cas, du côté du ſud ou midi : mais ſi le plan eſt tourné au nord, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt celui qui eſt du côté du nord ; car dans ce cas le ſoleil eſt vers le nord à l'égard du plan : ainſi dans les figures 12, 13 & 14, il faut prendre l'angle AZS pour les plans du midi, & PZS pour les plans du nord.

Fig. 10. 130. On peut déduire de ce que nous avons dit, une méthode de s'aſſurer ſi un plan, ſoit du midi, ſoit du nord, décline vers l'orient ou vers l'occident : car s'il décline vers l'orient l'angle PD*i* que fait le vertical du ſoleil avec le vertical du plan avant que le point d'ombre tombe ſur la verticale DP, eſt moindre que l'angle *i*DL que fait le même vertical du ſoleil avec le méridien : & l'après midi le premier angle PDK eſt plus grand que le ſecond LDK. Cela vient de ce que ſur ce plan la verticale du plan eſt à l'occident de la méridienne, auſſi-bien que le pied du ſtile & la ſouſtilaire (49). Par la raiſon oppoſée le contraire arrive, ſi le plan décline vers l'occident : car alors l'angle du vertical du

ſoleil avec le vertical du plan, eſt plus grand le matin que l'angle du même vertical du ſoleil avec le méridien, & le ſoir quand l'ombre a paſſé la verticale du plan, le premier angle eſt plus petit que le ſecond. Fig. 13.

131. La déclinaiſon étant le fondement de toutes les autres opérations qu'il faut faire pour tracer le Cadran, on doit donner toute ſon attention à la déterminer exactement: c'eſt pourquoi il ne ſuffiroit pas d'employer ſeulement un ou deux points d'ombre, il faut en prendre pluſieurs, par exemple 10 ou 12, qui s'accordent à donner la même déclinaiſon du plan à quelques minutes près.

132. Voici comment on fait pour déterminer la déclinaiſon du plan, quand pluſieurs opérations la donnent un peu différente, ſoit qu'elles aient été faites en un même jour, ou en pluſieurs jours. Je ſuppoſe qu'ayant fait douze opérations on ait trouvé par la premiere 45^d de déclinaiſon, par la ſeconde $45^d\ 4'$, par la troiſiéme $45^d\ 6'$, par la quatriéme $45^d\ 10'$, par la cinquiéme $45^d\ 12'$, par la ſixiéme $45^d\ 15'$, par la ſeptiéme $45^d\ 16'$; par la huitiéme $45^d\ 18'$, par la neuviéme $45^d\ 20'$, par la dixiéme $45^d\ 23'$, par la onziéme $45^d\ 25'$, & par la douziéme $45^d\ 28'$. Il faut ajouter enſemble toutes ces différentes quantités, la ſomme ſera $542^d\ 57'$. On diviſera enſuite cette ſomme par 12, & on trouvera le quotient 45^d & environ $15'$ qui exprime, à très-peu de choſe près, la véritable déclinaiſon du plan. Si parmi les déclinaiſons qu'on a trouvées il y en a quelqu'une trop différente de la plûpart des autres, il faut la rejetter ſans y faire attention: ſi, par exemple, outre les douze précédentes on avoit encore trouvé celle-ci, $43^d\ 50'$, il faudroit la négliger, parce qu'elle viendroit ſûrement de quelque défaut, comme celui du plan qui peut être creux ou en boſſe dans l'endroit où on auroit pris le point d'ombre.

133. Il eſt à propos, tant pour faciliter le calcul que pour éviter les fautes, de mettre de l'ordre dans la

pratique. Pour cela on fera toutes les opérations ſemblables de ſuite : ſi on a pris douze points d'ombre, on cherchera d'abord, 1°. pour chaque point d'ombre l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan par la premiere analogie de l'art. 111. 2°. Quand ou aura fait ces douze opérations ſemblables on cherchera par l'analogie de l'art. 110 la hauteur du ſoleil pour les 12 points, & on aura ſoin de ne pas mettre ces ſecondes opérations avec les premieres, de peur de les confondre dans la ſuite. 3°. On cherchera l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien, & comme cette opération en contient pluſieurs autres, on pourra encore la diviſer en pratiquant d'abord pour chaque point d'ombre les deux 1res parties de la méthode, & en faiſant enſuite les 2 dernieres : mais il faut ſe ſouvenir de prendre l'angle PZS fig. 12 pour les plans du nord, & le ſupplément AZS pour les plans du midi. Voici encore un exemple dans lequel nous ſuppoſons que le ſoleil décline de $23^d\ 28'$ vers le pole inférieur.

ZS = $75^d\ 1'$ ſin. ar. 998498. PS = $113^d\ 28'$
ZP = 41 9 ſin. ar. 981825. reſte 33 52
reſte $33^d\ 52'$ ſom. 1980323. différence $79^d\ 36'$
PS = $113^d\ 28'$ moit. de la diff. 39 48
ſomme $147^d\ 20'$
moit de la ſom. $73^d\ 40'$ ſin. ar. 998211.
moit. de la dif. 39 48 ſin. ar. 980625.
double du log. du rayon 2000000.
ſomme 3978836.
1980323.
1998513.
999256 ſin. art. de 79^d 26
79 26
ſomme $158^d\ 52'$

l'angle PZS vaut donc $158^d\ 52'$, le ſupplément AZS ſera par conſéquent $21^d\ 8'$.

Ces mots abrégés ſin. ar. ſignifient ſinus artificiel, c'eſt-à-dire, logarithme du ſinus : ainſi cette expreſſion $75^d\ 1'$ ſin. ar. 998498 ſignifie que 998498 eſt le logarithme du ſinus de $75^d\ 1'$.

Je ſuppoſe qu'il s'agiſſe d'un plan du midi, & que le point d'ombre qui a fait trouver cet angle AZS ſoit entre la verticale du plan & la méridienne; ſi d'ailleurs l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan eſt de $24^d\ 7'$, la déclinaiſon du plan, qui dans ce cas eſt la ſomme de ces deux angles, ſera de $45^d\ 15'$.

Préparation pour le Problême VI.

134. Dans le Problême qui ſuit nous donnerons une méthode qui ſuppoſe qu'on ſçait l'heure qu'il eſt dans le tems que l'on prend un point d'ombre. Or on peut connoître l'heure qu'il eſt, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme nous allons l'expliquer, ſoit par une méridienne ou un bon Cadran, ſoit par une Pendule à ſecondes reglée ſur le mouvement moyen du ſoleil, pourvû qu'on ait égard à l'équation ſolaire. Dans la pratique de cette méthode il eſt preſque toujours néceſſaire d'avoir une bonne Montre à minutes, ou même à ſecondes, laquelle ayant été miſe ſur le ſoleil par quelqu'un de ces trois moyens, pourra enſuite marquer l'heure ſans erreur ſenſible pendant 7 ou 8 heures ou environ,

Maniere de trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du Soleil.

135. Quand on connoît la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, on peut trouver l'heure qu'il eſt, pourvû qu'on ſçache d'ailleurs la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil. Pour entendre comment on peut trouver l'heure, il faut conſidérer le triangle ſphérique ZPS dont le côté PZ eſt le complément de la latitude (122), le côté PS le complément de la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé, & le côté ZS le complément de ſa hauteur; Fig. 12.

Fig. 12. ainſi, comme on ſuppoſe qu'on connoît la latitude, la déclinaiſon du ſoleil & ſa hauteur, on trouvera l'angle P compris entre le méridien PZ & le cercle horaire PS, lequel angle étant réduit en heures ſera le tems qu'il y a entre midi & l'inſtant auquel on a marqué le point d'ombre. Ainſi on connoîtra l'heure qu'il étoit pour lors.

136. Si la déclinaiſon du ſoleil étoit vers le pole abbaiſſé, le côté P*s* ſeroit la ſomme d'un quart de cercle & de la déclinaiſon, comme on voit dans la fig. 13.

137. Pour réduire en heures l'angle P ou l'arc AD qui en eſt la meſure, on prendra une heure pour 15 degrés, 4 minutes de tems ou d'heure pour un degré, une minute d'heure pour 15 min. de degré, 4 ſecondes de tems pour une min. de degré: enfin une ſeconde de tems pour 15 ſecondes de degré.

138. On trouvera l'angle P par la méthode expliquée (124); ainſi 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PZ & PS qui forment l'angle cherché P, ſur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la baſe ZS, & on prendra la moitié de la ſomme. 2°. On retranchera cet excès de la même baſe ZS, & on prendra la moitié du reſte ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du ſinus de la moitié de la ſomme & celui du ſinus de la moitié de la différence; enſuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui eſt le ſinus de 90^d pour en avoir la ſomme. 4°. On ôtera de cette derniere ſomme celle des logarithmes des ſinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reſte ſera le logarithme du ſinus de la moitié de l'angle P.

Voici un exemple dans lequel on ſuppoſe la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé ſur l'horiſon de 20^d, & ſa hauteur ſur l'horiſon de $39^d\ 53'$, les complémens repréſentés par les côtés PZ, PS, & ZS ſeront $41^d\ 9'$, 70^d, & $50^d\ 7'$. Ainſi 1°. l'excès de PS ſur PZ ſera $28^d\ 51'$; par conſéquent la ſomme de la

baſe ZS & de cet excès ſera 78^{d} 58′ ; dont la moitié eſt 39^{d} 29′. 2°. La différence de la baſe & du même excès ſera 21^{d} 16′, dont la moitié eſt 10^{d} 38′. 3°. Les ſinus artificiels de 39^{d} 29′ & de 10^{d} 38′ ſont 980336 & 926605, leſquels étant ajoutés avec 2000000 qui eſt le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la ſomme 3906941. 4°. Si de cette ſomme on ôte 1979124 qui eſt celle des ſinus artificiels de PZ & de PS, il reſtera 1927817, dont la moitié 963908 eſt le logarithme du ſinus de 25^{d} 50′ ; par conſéquent l'angle ZPS eſt de 51^{d} 40′. Or cet angle horaire répond à 3^{h} 26^{m} $40^{ſ}$. Si donc la hauteur du ſoleil a été priſe avant midi, il faut ôter 3^{h} 26^{m} $40^{ſ}$ de 12^{h}, & on trouvera 8^{h} 33^{m} $20^{ſ}$, c'eſt l'heure qu'il étoit alors ; mais ſi cette hauteur a été priſe après midi, il étoit 3^{h} 26^{m} $40^{ſ}$. Fig. 12.

139. Afin de trouver l'heure par la méthode des art. précédens, on obſervera exactement l'heure qu'il eſt à une Montre quand on marque le point d'ombre dont on ſe ſert pour connoître la hauteur du ſoleil : il eſt à propos de déterminer l'heure par deux ou trois points d'ombre pris 4 ou 5 minutes les uns après les autres, afin de voir s'ils donnent des heures auſſi eloignées entre elles que les inſtans auxquels on a pris les points d'ombre. On doit écrire l'heure qu'il eſt à la Montre quand on marque chaque point d'ombre, afin de ne rien confondre. Si on veut ſe ſervir de ce moyen afin de connoître le moment de midi, & de marquer un point d'ombre à cet inſtant, il eſt bon de ne prendre la hauteur du ſoleil que peu de tems avant midi, par exemple, entre 9 & 10 heures, afin que l'on ſoit plus aſſuré que la Montre n'a ni avancé ni retardé depuis les momens auxquels on a marqué les points d'ombre juſqu'à midi.

140. On peut auſſi mettre une Montre ſur le ſoleil en obſervant le moment de ſon lever ou de ſon cou-

cher, pourvû que l'on sçache d'ailleurs à quelle heure il doit se lever ou se coucher; ce qui se peut connoître par le Problême que nous avons donné à ce sujet dans le Traité de la Sphere, Liv. 4, art. 1, & par la Table que nous y avons ajoutée. Voici comment il faut s'y prendre pour pratiquer cette méthode : on observera d'abord quelle heure il est à la Montre quand le bord supérieur du soleil commence à paroître : ensuite on examinera à quelle heure le bord inférieur se leve, l'instant également éloigné de ces deux momens est le tems auquel le centre du soleil s'est levé. Si donc ce tems est le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la Montre est sur le soleil: mais si ce tems est différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoîtra que la Montre précede ou suit le soleil, & de combien. Je suppose, par exemple, que le bord supérieur du soleil s'est levé lorsque la Montre marquoit $4^h\ 8^m$, & que l'autre bord a paru sur l'horison à $4^h\ 10^m$: dans cette hypothèse le centre du soleil s'est levé à $4^h 9^m$, parce que ce moment est également éloigné de $4^h\ 8^m$ & de $4^h\ 10^m$: c'est pourquoi si on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le soleil doit se lever ce même jour à $4^h 9^m$, la Montre est sur le soleil: mais si le calcul ou la Table annonce le lever du soleil à $4^h\ 5^m$, on connoîtra que la Montre précede le soleil de 4^m, puisqu'elle marque 9^m quoiqu'il n'en soit que cinq.

141. On suppose ici 1°. que l'on puisse voir l'horison dans l'endroit ou le soleil se leve ou se couche : c'est pourquoi lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur. On suppose en second lieu que dans le calcul ou dans la Table dont on se sert on ait égard à la réfraction, qui fait paroître le soleil élevé de 32^m plus qu'il ne l'est effectivement quand on le voit à l'horison.

142. Pour regarder le soleil sans danger de se blesser

la

la vûe, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a exposé ce verre; & afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par les doigts ou les autres corps qui le touchent, on peut joindre un autre verre au côté noirci, en l'y attachant avec de la cire d'Espagne, ou du papier collé au bord.

143. Il faut prendre garde que si une Montre avoit été mise sur le soleil dans un endroit comme Paris, & qu'on s'en écartât le même jour vers l'orient de 15 minutes en longitude, qui font environ 4 lieues quand on est vers le 49me degré de latitude, il seroit plus tard d'une minute dans le lieu où l'on se trouveroit, qu'il ne seroit marqué par la Montre. Ce seroit le contraire si on alloit à l'occident: mais il n'y auroit aucune différence de tems si on alloit ou au midi ou au septentrion.

Tout cela posé, nous allons encore proposer une autre méthode de trouver la déclinaison du plan, qui suppose qu'on connoît deux instans également éloignés de midi, l'un avant, l'autre après.

PROBLÊME VI.

Connoissant deux instans également éloignés de midi, trouver la déclinaison d'un plan vertical.

SIXIE'ME ME'THODE

De trouver la déclinaison du plan.

144. Il faut prendre deux points d'ombre F & G, l'un avant & l'autre après midi à des heures qui en soient également éloignées, par exemple, à 11^h & à 1^h, ou bien à 11$^h\frac{1}{2}$, & à midi & demi: (Nous appellerons *correspondantes* ces heures qui sont également éloignées de midi, & les points d'ombre que l'on marque à ces heures seront aussi appellés *correspondans*:) ensuite on tirera de ces points les perpendiculaires FI & GK à l'horisontale, & l'on menera les lignes DI, DK pour avoir les triangles DPI & DPK, dans chacun desquels Fig. 10.

Fig. 10. on connoît trois choſes, ſçavoir, l'angle droit en P, le côté commun DP, enfin PI dans le premier, & PK dans le ſecond, que l'on meſure avec une échelle des parties égales, auſſi-bien que la hauteur du ſtile DP. On trouvera donc facilement les angles PDI & PDK, en faiſant pour ce triangle DPI l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidere DP comme ſinus total ou rayon dont le centre eſt D, & le côté PI comme la tangente de l'angle PDI.

DP *eſt à* PI *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PDI.

Si la hauteur DP eſt de 1250 parties & le côté PI de 500, on trouvera que l'angle PDI eſt de 21^d 48′. On fera une proportion ſemblable pour trouver l'angle PDK : Si on ſuppoſe le côté PK égal à 875 parties de l'échelle, on trouvera que cet angle eſt de 35 degrés.

145. Après avoir trouvé ces deux angles, on les ajoute enſemble pour en avoir la ſomme, dont la moitié eſt la déclinaiſon du plan : dans notre exemple la ſomme des deux angles eſt 56^d 48′, dont la moitié 28^d 24′ eſt la déclinaiſon du plan, en ſuppoſant que le point d'ombre F eſt entre la verticale du plan & la méridienne.

146. Mais ſi ce point eſt du côté de la verticale oppoſé à la méridienne, comme en *f*, alors après avoir cherché les deux angles PD*i* & PDK & les avoir ajoutés enſemble, pour prendre enſuite la moitié de la ſomme, qui eſt *i*DL, il faut ôter de cette moitié l'angle PD*i*, le reſte PDL ſera la déclinaiſon du plan : par exemple, ſi l'angle PD*i* eſt de 20 deg. & l'angle PDK de 35, la ſomme ſera de 55^d, & la moitié de la ſomme de 27^d 30′, de laquelle ſi on ôte 20 deg, on aura le reſte 7^d 30′, qui ſera la déclinaiſon du plan.

147. On peut remarquer qu'on auroit trouvé la même choſe d'une maniere plus abregée, ſi on avoit pris la moitié de la différence des angles PD*i* & PDK. car en ôtant PD*i* de PDK on a le reſte ou la différence 15^d,

dont la moitié est 7^{d} 30′. Or cela arrivera toujours ainsi, parce que la moitié de la somme de deux quantités inégales est nécessairement égale à la plus petite, plus à la moitié de la différence des deux, comme il paroîtra évidemment en prenant deux nombres différens, tels que 8 & 12 pour exemple. Par conséquent en retranchant la plus petite quantité de cette moitié de la somme, il restera la moitié de la différence. Ainsi on aura la même grandeur, soit qu'on retranche la plus petite quantité de la moitié de la somme, soit qu'on prenne la moitié de la différence. Fig. 10.

Nous appellerons le premier cas celui où un des deux points d'ombre correspondans est entre la verticale du plan & la méridienne, & le second celui où ni l'un ni l'autre point ne se trouvent entre ces deux lignes. Quoique la ligne méridienne ne soit point tirée, on voit bien si le point d'ombre est entre cette ligne & la verticale du plan, parce que la méridienne est une verticale qui passe par le point d'ombre de midi.

Cela posé, la seule chose qui reste à prouver dans cette méthode est que la déclinaison du plan est égale à la moitié de la somme des angles PDI & PDK dans le premier cas; & que dans le second elle est égale à la moitié de la différence des angles PD*i* & PDK : c'est ce que nous allons démontrer.

DÉMONSTRATION.

148. Ier CAS. Les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison : d'ailleurs l'horison l'est au plan vertical ; par conséquent les lignes droites qui sur ce plan représentent les cercles verticaux doivent aussi être perpendiculaires à l'horisontale (8) : ainsi les lignes FI & GK qui sont tirées des points d'ombre perpendiculairement sur l'horisontale, représentent les cercles verticaux dans lesquels étoit le soleil dans le tems qu'on a pris les deux points d'ombre. Or comme on a marqué ces deux points à des heures également éloignées Fig. 10.

Fig. 10. de midi, les deux verticaux ſont à égale diſtance du méridien, ou ce qui revient au même, ces verticaux ſont des angles égaux avec le méridien, un vers l'orient, l'autre vers l'occident. Si donc on fait l'angle IDK qui ait ſon ſommet au point D, qui eſt le centre diviſeur de l'horiſontale, & que cet angle égal à celui que font entre eux les deux verticaux (67), ſoit diviſé en deux parties égales par la ligne DL, elle coupera l'horiſontale au point d'interſection de la méridiennne ; par conſéquent l'angle PDL ſera la déclinaiſon du plan (89). Or cet angle PDL eſt la moitié de la ſomme des angles PDI & PDK, puiſqu'il contient le plus petit de ces deux angles, plus la moitié de leur différence, ſçavoir, PDI plus IDL qui eſt la moitié de l'angle IDK, lequel eſt la différence de PDI & de PDK. Donc en prenant la moitié de la ſomme de ces deux derniers angles, on a la déclinaiſon du plan.

149. II. CAS. La démonſtration eſt la même, parce
Fig. 10. qu'en tirant la ligne DL qui diviſe l'angle *i*DK, lequel eſt la ſomme des angles PD*i* & PDK, en deux parties égales, elle doit rencontrer l'horiſontale au point d'interſection de la méridienne (67) ; & par conſéquent l'angle PDL eſt la déclinaiſon du plan. Or cet angle eſt ce qui reſte de l'angle *i*DL, qui eſt la moitié de la ſomme *i*DK, après en avoir retranché le plus petit angle PD*i* ; par conſéquent dans le ſecond cas il faut ôter de la moitié de la ſomme le plus petit des deux angles, & le reſte eſt la déclinaiſon du plan ; ou, ce qui revient au même (147), la déclinaiſon eſt égale à la moitié de la différence des deux angles PD*i* & PDK.

150. Il y a un cas particulier, c'eſt quand on prend un des deux points d'ombre correſpondans, comme F, ſur la verticale ZPD, alors la déclinaiſon du plan eſt égale à la moitié de l'angle PDK, parce que cet angle étant égal à celui qui eſt entre les deux verticaux (67), il faut que la ligne DL qui le coupe en deux parties égales paſſe par le point d'interſection de la méridienne &

de l'horisontale. On peut voir la remarque que nous Fig. 10.
avons faite sur ce cas (115) après le 4me Problême.

151. Il est bon de remarquer que dans la pratique il n'est pas nécessaire de tirer des lignes verticales par les points d'ombre marqués, non plus que les lignes DI, DL, DK : il suffit de prendre la distance des points d'ombre à la verticale ; ce qui se fait en ouvrant le compas à verge, ou un autre, de maniere que si on applique une de ses pointes sur le point d'ombre, & qu'on tourne ensuite l'autre pointe, celle-ci rase la verticale du plan sans aller au-delà.

152. Au lieu d'une Montre ou d'une Pendule pour marquer les deux points d'ombre correspondans, on peut se servir d'un plan horisontal sur lequel il faut décrire plusieurs circonférencces concentriques ; qui aient pour centre le pied d'un stile attaché à ce plan, comme si on vouloit y tracer une méridienne. (Traité de la Sphere Livre III, article 2) : je suppose qu'on ait un plan de cette sorte; voici comment on en fait usage: On marque les deux points d'ombre sur le plan vertical dans les deux instans auxquels l'ombre du stile attaché au plan horisontal, est terminé à la même circonférence : car il est évident que ces deux instans sont également éloignés de midi, puisque l'ombre du stile du plan horisontal est de la même grandeur, & que par conséquent le soleil est à la même hauteur.

153. Au reste on ne doit point appréhender que la réfraction empêche la justesse de l'opération par rapport au plan horiscntal, parce que le soleil se trouvant à la même hauteur dans les deux instans auxquels l'ombre se termine à la même circonférence, l'effet de la réfraction est le même dans ces deux momens. On croiroit peut-être qu'il y a plus lieu de craindre pour les deux points d'ombre que l'on marque sur le plan vertical : car quoique le soleil soit également élevé sur l'horison du lieu quand on prend ces deux points, cependant l'ombre du stile étant plus longue dans un

inſtant que dans l'autre, il paroît que la réfraction doit cauſer une plus grande augmentation ſur l'ombre qui eſt plus longue. Néanmoins cette raiſon ne trouble pas l'exactitude de l'opération ſur le plan vertical, parce que l'effet de la réfraction ne conſiſte qu'à augmenter la hauteur apparente du ſoleil, en ſorte que malgré cette réfraction le ſoleil paroît dans le même vertical auquel il répond véritablement, & par conſéquent le point d'ombre eſt toujours dans la même ligne verticale dans laquelle il ſeroit s'il n'y avoit point de réfraction.

154. Il n'en eſt pas de la déclinaiſon du ſoleil comme de la réfraction: car ſi le ſoleil change ſenſiblement de déclinaiſon entre les deux inſtans auxquels on marque les points d'ombre, comme il arrive vers le tems des équinoxes, alors l'opération en eſt moins exacte, ſoit qu'on ſe ſerve d'une Montre ou d'une Pendule, ſoit qu'on ſe regle ſur l'ombre du ſtile d'un plan horiſontal ou ſur un Cadran ſolaire. C'eſt pourquoi l'uſage de cette méthode eſt plus ſûr vers les ſolſtices. On peut néanmoins l'employer avec ſuccès dans le tems des équinoxes, pourvû que les inſtans auxquels on prend les points d'ombre correſpondans ne ſoient pas éloignés l'un de l'autre au-delà d'environ une ou deux heures, ou s'ils ſont plus éloignés, il eſt à propos d'avoir égard à l'effet que produit le changement de déclinaiſon du ſoleil.

155. Pour donner une idée de l'erreur que ce changement peut cauſer, nous dirons que quand le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans depuis le capricorne juſqu'au cancer, c'eſt-à-dire, lorſqu'il s'approche de notre zenith, alors il arrive après midi au vertical correſpondant à celui où il étoit quand on a marqué le point d'ombre avant midi; il y arrive, dis-je, plutôt qu'il n'y ſeroit parvenu, s'il n'avoit pas changé de déclinaiſon: c'eſt pourquoi il faudroit retrancher quelque choſe de l'heure de l'après-midi: ſi le tems entre

les deux inſtans eſt, par exemple, de 10^h, il faut ôter de ce tems environ 46 ſecondes vers l'équinoxe. Si donc on avoit pris le premier point d'ombre à 7^h du matin, il faudroit prendre le ſecond à 4^h 59^m 14^s après midi, c'eſt-à-dire, 46 ſecondes avant 5 heures. Si l'intervalle des deux inſtans n'eſt que de 4^h, alors il faut ôter ſeulement 32 ſecondes dans le tems de l'équinoxe. C'eſt le contraire quand le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans qui ſont depuis le cancer juſqu'au capricorne, (Traité de la Sphere Liv. III, art. 9, 10 & 11.) On voit par-là que l'erreur qui vient de cette cauſe eſt peu conſidérable. Nous ſuppoſons dans les exemples précédens que le lieu eſt à la latitude de Paris, ou à deux ou trois degrés de plus ou de moins.

156. Il peut arriver que la méthode qu'on vient d'expliquer ſoit difficile dans la pratique, ſoit parce que le ſoleil ceſſe d'éclairer par des rayons directs un plan du ſud quelque tems après midi, ou commence ſeulement à l'éclairer peu de tems avant midi, à cauſe de la grande déclinaiſon du plan; ſoit parce que le ſoleil n'eſt pas viſible certains jours avant ou après midi : ſoit parce qu'un plan du nord ne jouït de la preſence du ſoleil qu'avant ou après midi : dans ce dernier cas la méthode eſt impraticable abſolument : c'eſt pourquoi il faudroit avoir recours à quelques-unes des précédentes.

PROBLÊME VII.

Tracer la méridienne ſur un plan vertical.

Nous donnerons pluſieurs méthodes pour réſoudre ce Problême. En voici une qui ſuppoſe que l'on connoît le moment de midi, ſoit par une Pendule, ſoit par un bon Cadran ſolaire, ſoit par une méridienne déja décrite, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme on l'a expliqué article 135.

PREMIERE METHODE.

157. On marquera le point du plan vertical ſur le-

quel tombe l'ombre de l'extrémité du ſtile au moment de midi ; ſi on tire une verticale qui paſſe par ce point, ou, ce qui revient au même, ſi on y fait paſſer une perpendiculaire à l'horiſontale, ce ſera la méridienne. Car 1°. ce point ſur lequel tombe l'extrémité de l'ombre du ſtile eſt dans la méridienne, puiſque l'extrémité de l'ombre doit tomber ſur cette ligne au moment de midi. 2°. La méridienne doit être verticale, puiſque c'eſt l'interſection de deux plans verticaux, ſçavoir de celui du Cadran & de celui du méridien.

Il faut relire ce que nous avons dit dans la préparation du 6me Problême ſur la maniere de ſe ſervir d'une Montre pour connoître le moment de midi. On jugera par-là que cette méthode que nous propoſons ici, eſt une des plus faciles pour décrire la méridienne, & par conſéquent pour trouver la déclinaiſon du plan (92). Or cette déclinaiſon étant connue, il n'y a plus de difficulté à tracer le Cadran, comme nous le verrons dans la ſuite.

158. REMARQUE. La pratique de cette méthode eſt plus ſûre lorſque le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, que quand il décline vers le pole élevé, parce que dans le premier cas l'ombre de l'extrémité du ſtile étant moins éloignée du pied du ſtile que dans le ſecond, elle parcourt un moindre eſpace dans le même tems : d'où il arrive que ſi on ſe trompe d'une minute, enſorte qu'on marque le point d'ombre une minute avant ou après midi, il ſera moins éloigné de la véritable méridienne que ſi on avoit marqué ce point d'ombre une minute avant ou après midi quand le ſoleil décline vers le pole élevé.

159. Il eſt aiſé de voir que ſi on connoiſſoit le centre du Cadran il n'y auroit qu'à tirer de ce point une perpendiculaire ſur l'horiſontale, & ce ſeroit la méridienne, puiſque cette ligne doit paſſer par le centre du Cadran, auſſi-bien que toutes les autres lignes horaires.

SECONDE METHODE.

160. Si on connoît la déclinaiſon PDL du plan, on trouvera aiſément la méridienne : car dans le triangle rectangle PDL on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit P, l'angle de déclinaiſon D, & le côté DP qui eſt égal à la hauteur du ſtile PS ; par conſéquent on trouvera le côté PL, qui eſt la tangente de la déclinaiſon PDL en prenant DP pour rayon. Or connoiſſant la diſtance PL du point P qui eſt le pied du ſtile au point L, il faudra élever du point L une perpendiculaire ſur la ligne horiſontale, ce ſera la méridienne cherchée. Fig. 10.

Suppoſons la déclinaiſon du plan de 30 degrés, & le rayon DP ou la hauteur du ſtile PS de 1145 parties égales, on trouvera par le moyen des Tables que la tangente PL contient 661 parties égales à celles de la hauteur PS. Si donc on prend du point P vers L une diſtance égale à 661 parties de la hauteur du ſtile, le terme de cette diſtance ſera le point par lequel doit paſſer la méridienne.

Voici comment on trouve par les logarithmes que PL eſt de 661 parties : il faut faire l'analogie ſuivante, *Le ſinus total eſt à la tangente de 30 degrés, comme* 1145 *eſt au quatriéme terme.* Or les logarithmes des trois premiers termes ſont 1000000,976144, 305881, qui feront trouver pour logarithme du quatriéme le nombre 282025, auquel répond 661. On voit bien que j'ai retranché les deux derniers chifres de chaque logarithme tel qu'il ſe trouve dans les Tables ordinaires.

161. Dans les plans déclinans du midi, la méridienne eſt à droite de la ſouſtilaire & de la verticale du plan quand ils déclinent vers l'orient ; mais elle eſt à gauche de ces deux lignes lorſqu'ils déclinent vers l'occident. C'eſt le contraire dans les plans déclinans du nord.

TROISIE'ME ME'THODE.

Fig. 10. 162. Nous ajoutons une troiſiéme méthode ſelon laquelle 1°. il faut décrire pluſieurs circonférences concentriques ſur un plan horiſontal, dont le centre ſoit le pied du ſtile qu'on attache à ce plan, comme ſi on vouloit décrire une ligne méridienne ſur ce plan. 2°. Dans les deux inſtans auxquels l'ombre du ſtile ſe termine à l'une de ces circonférences du plan horiſontal, il faut marquer les points d'ombre F & G de l'extrémité du ſtile attaché au plan vertical, l'un avant midi, l'autre après. (Dans ces deux inſtans le ſoleil eſt également élevé ſur l'horiſon, & à égale diſtance du méridien; puiſque l'ombre du ſtile attaché au plan horiſontal étant terminée à la même circonférence eſt d'une même longueur dans l'un & dans l'autre moment.) 3°. Des points F & G marqués ſur le plan vertical il faut tirer les perpendiculaires FI & GK ſur l'horiſontale, & du point D, qui eſt le centre diviſeur de la ligne horiſontale, on menera les lignes DI & DK. 4°. On diviſera l'angle IDK en deux parties égales par la ligne DL. Si du point L on éleve une perpendiculaire ſur l'horiſontale, ce ſera la méridienne : en voici la démonſtration.

Les deux lignes FI & GK perpendiculaires ſur l'horiſontale repréſentent les cercles verticaux auxquels le ſoleil répond lorſqu'on marque les deux points d'ombre F & G; car puiſque les cercles verticaux ſont perpendiculaires à l'horiſon, & que d'ailleurs l'horiſon l'eſt auſſi au plan vertical, il eſt néceſſaire que les lignes qui repréſentent les cercles verticaux ſur le plan vertical ſoient perpendiculaires à la ligne horiſontale (8). Ainſi la ligne IK repréſente l'arc de l'horiſon compris entre les deux verticaux, lequel angle eſt la meſure de l'angle IDK, qui a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale. Or ces deux verticaux ſont également éloignés du méridien, parce que l'ombre du ſtile du plan horiſontal étoit égale dans les deux inſtans où l'on

a marqué les points d'ombre. Par conféquent fi on divife en deux également l'angle IDK par la ligne DL, le point L de l'horifontale fera dans la méridienne. Si donc on éleve de ce point une perpendiculaire fur l'horifontale, on aura la méridienne. Fig. 1•

163. Cette méthode eft la même dans le fond que la fixiéme dont on s'eft fervi pour trouver la déclinaifon du plan : on l'a feulement réduite pour lors en calcul, au lieu qu'elle eft ici toute géométrique. On peut donc auffi fe fervir ici d'une Montre comme pour trouver la déclinaifon du plan par la fixiéme méthode qu'on a expliquée dans le fixiéme Problême. Mais foit qu'on fe ferve d'une Montre ou d'un plan horifontal, l'opération eft plus exacte vers les folftices que vers les équinoxes, à caufe de la déclinaifon du foleil qui change fenfiblement au tems des équinoxes. On peut relire ce que nous avons dit là-deffus (154). De plus il eft à propos que la hauteur du ftile qui eft fur le plan horifontal foit d'environ un pied & encore plus grande, fi cela fe peut commodément, afin que l'erreur qui fe gliffe toujours dans l'opération ait un moindre effet.

La méridienne étant décrite on trouve aifément la déclinaifon du plan par la premiere méthode du troifiéme Problême.

PROBLÊME VIII.

La déclinaifon du plan étant donnée avec la hauteur du pole fur l'horifon, trouver le centre du Cadran.

Nous fuppofons ici que la ligne horifontale eft décrite, & qu'on a auffi tiré la ligne méridienne. Cela pofé, voici deux méthodes de trouver le centre du Cadran, dont une eft géométrique, ou plutôt méchanique, & l'autre fe pratique par le calcul.

PREMIERE ME'THODE.

164. Soit l'horifontale HR, la verticale ZPD qui

Fig. 10. paſſe par le pied du ſtile P, l'angle de déclinaiſon PDL, la méridienne CLM : on prendra ſur l'horiſontale la partie HL égale à l'hypoténuſe DL, ſécante de la déclinaiſon PDL, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne (65) : enſuite on tirera la ligne CH qui faſſe avec l'horiſontale l'angle CHL égal à la hauteur du pole ſur l'horiſon, le point C où la ligne CH rencontrera la méridienne, ſera le centre du Cadran. En voici la preuve : puiſque le point H eſt le centre diviſeur de la méridienne, CL repréſente l'arc du méridien qui eſt la meſure de l'angle CHL. Or cet angle eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon, lequel angle eſt meſuré par l'arc du méridien compris entre l'horiſon & le pole ; par conſéquent la partie CL de la méridienne repréſente cet arc compris entre l'horiſon & le pole. Donc puiſque l'horiſon eſt repréſenté par la ligne HLR, il faut que le point C ſoit le centre du Cadran, lequel repréſente le pole du monde.

165. REMARQUE. Quoique nous diſions que l'angle CHL eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon, cependant c'eſt plutôt l'abbaiſſement du pole ſous l'horiſon quand il s'agit d'un Cadran du midi, parce qu'alors le centre repréſente le pole abbaiſſé ſous l'horiſon : mais cela ne fait de rien, d'autant que l'abbaiſſement d'un pole ſous l'horiſon eſt toujours égal à l'élévation de l'autre ſur le même horiſon.

SECONDE ME'THODE.

166. Elle conſiſte à trouver par le calcul la longueur de CL. Pour cela il faut d'abord chercher le côté HL, qui eſt égal à la ligne DL, que l'on trouvera par le triangle rectangle DPL, dont on connoît l'angle PDL, qui eſt la déclinaiſon du plan, l'angle droit P & le côté DP égal à la hauteur PS du ſtile. Voici l'analogie qu'il faudra faire pour trouver DL : *Le ſinus de l'angle* L *qui eſt le complément de la déclinaiſon, eſt au côté oppoſé* DP *ou* PS, *comme le ſinus de l'angle droit* P *eſt au côté* DL *ou* HL.

Si on ſuppoſe le côté DP ou la hauteur PS de 1250 parties & la déclinaiſon de 35 degrés, dont le complément eſt 55, les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion ſeront 991336, 309691, 1000000, qui feront trouver 318355, qui eſt le logarithme de 1526 : ainſi dans cette hypothèſe le côté DL ou HL contient 1526 parties égales à celles dont la hauteur PS en contient 1250. Fig. 10.

Quand on connoîtra HL, on pourra trouver CL par l'analogie ſuivante, tirée du triangle rectangle CLH, duquel on connoît le côté HL, l'angle droit en L & l'angle CHL, qui eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon, que nous ſuppoſons de 48^d $51'$. Il faudra faire l'analogie ſuivante dans laquelle on conſidere le côté HL comme ſinus total, & le point H comme centre ; & pour lors le côté CL eſt la tangente de l'angle CHL :

Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole, comme le côté HL *eſt à la ligne cherchée* CL.

167. Le quatriéme terme de cette derniere proportion eſt 1746 : ainſi CL contient 1746 parties égales à celles de la hauteur PS. Or ce quatriéme terme eſt la diſtance du centre du Cadran à la ligne horiſontale, comme nous l'avons prouvé dans la premiere méthode de ce Problême. Par conſéquent ſi du point L on prend dans la méridienne la partie LC égale au quatriéme terme de la proportion, le point C ſera le centre du Cadran.

168. Pour trouver le côté CL on peut auſſi faire cette autre proportion dans laquelle on conſidere le côté CL comme rayon, dont le centre eſt le point C, & l'autre côté HL, comme la tangente de l'angle HCL, complément de CHL ou de la hauteur du pole : *La tangente de l'angle* HCL *eſt au ſinus total, comme* HL *eſt à la ligne cherchée* CL.

DESCRIPTION DE LA SOUSTILAIRE *sur un plan vertical.*

Fig. 10. On a donné la maniere de décrire cette ligne par deux points d'ombre dans la seconde méthode du troisié- Problême. Il faut la relire.

169. On peut aussi déterminer la position de la soustilaire par le calcul, pourvu qu'on connoisse la déclinaison du plan & l'élévation du pole sur l'horison du lieu où l'on veut tracer un Cadran. Ce calcul est une regle de trois fondée sur une analogie du Probl. X, qui enseigne la méthode de trouver l'angle au centre LCP compris entre la méridienne & la soustilaire. Car cet angle étant connu, on aura aussi l'angle CPL qui est son complément à cause du triangle rectangle CLP. Or si on connoît l'angle CPL, & qu'on tire par le pied du stile une ligne qui fasse cet angle avec l'horisontale, la ligne tirée sera la soustilaire.

170. La soustilaire étant perpendiculaire à l'équinoctiale (17), si cette derniere étoit tracée il faudroit tirer du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale, ce seroit la soustilaire. Il est encore évident qu'on décrira sans peine la soustilaire, si on connoît le centre du Cadran, parce que cette ligne doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile, que l'on suppose aussi connu.

171. Avant de proposer les méthodes de trouver la ligne équinoctiale, nous ferons la remarque suivante. Fig. 18. Si du sommet S de la hauteur du stile on éleve une perpendiculaire SB sur la ligne CS, que l'on appelle *axe*, parce que passant par le centre du Cadran, & par le sommet du stile, elle représente le véritable axe qui doit passer par les deux mêmes points; & que cette perpendiculaire soit prolongée jusqu'à la soustilaire, le point B auquel elle rencontrera cette ligne sera celui par où doit passer l'équinoctiale: car puisque le point S désigne le sommet du stile, on conçoit que le plan

de l'équateur doit paſſer par ce dernier point. De plus Fig. 18.
ce plan eſt de même que le rayon équinoctial SB, perpendiculaire à l'axe du Cadran, qui eſt l'axe du Monde; par conſéquent ce plan de l'équateur rencontrera la ſouſtilaire au même point B, que le rayon équinoctial. Donc la ligne équinoctiale, qui eſt formée ſur le plan du Cadran par l'interſection de l'équateur, coupe auſſi la ſouſtilaire au point B: on ſçait d'ailleurs que ces deux lignes ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre (17).

PROBLÊME IX.

172. *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon étant données ou connues, décrire la ligne équinoctiale.*

Une ligne droite eſt déterminée par deux points. Or il y a deux points par leſquels l'équinoctiale doit paſſer, un dans l'horiſontale, ſçavoir celui de ſix heures (18), l'autre dans la méridienne. Il s'agit préſentement de trouver ces deux points. 1°. On trouvera le point de ſix heures, ſi du centre diviſeur D on tire une perpendiculaire ſur la ligne DL; puiſque cette perpendiculaire DR rencontrera l'horiſontale au point de ſix heures: car l'angle droit LDR ayant ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, & d'ailleurs le côté DL rencontrant cette horiſontale au point de midi, il eſt néceſſaire que l'autre côté DR de cet angle droit aboutiſſe au point de ſix heures de la même ligne, puiſque la baſe LR repréſente l'arc de l'horiſon compris entre le méridien & le cercle de ſix heures, lequel arc eſt de 90 degrés. 2°. On pourra auſſi trouver l'autre point dans la méridienne par lequel doit paſſer l'équinoctiale. Pour cet effet on élevera la perpendiculaire HM ſur la ligne CH; cette perpendiculaire rencontrera la méridienne à un point M, par lequel je dis que la ligne équinoctiale doit paſſer: car entre le pole du monde & l'équateur il y a un quart du cercle méridien;

Fig. 18. par conſéquent le centre du Cadran qui déſigne le pole du monde eſt éloigné de l'équinoctiale d'une partie de la méridienne qui repréſente le quart du méridien. Or la partie CM repréſente le quart du méridien, puiſque c'eſt la baſe d'un angle droit dont le ſommet eſt au centre diviſeur de la méridienne. Donc le centre du Cadran étant à l'extrémité C de la partie CM, il faut que l'équinoctiale paſſe par l'autre extrémité M, auſſi-bien que par le point R : ſi donc on tire une ligne droite qui joigne ces deux points, ce ſera l'équinoctiale.

Il paroît par-là que l'on peut décrire l'équinoctiale, quoique la ſouſtilaire ne ſoit pas tracée. Nous ſuppoſons ici qu'on a la poſition de la méridienne. Or cette ligne eſt facile à décrire quand on connoît la déclinaiſon du plan, comme nous l'avons montré ci-deſſus (160).

173. On peut auſſi trouver ces deux points M & R par le calcul, en faiſant des analogies priſes des triangles rectangles HLM & DPR. Car 1°. dans le triangle HLM on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit L, l'angle LHM qui eſt le complément de la hauteur du pole CHL, & le côté HL égal à la ligne DL, que l'on trouve par le triangle rectangle DPL. Ainſi on peut faire l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidére HL comme le ſinus total, & le point H comme centre, auquel cas LM devient tangente de l'angle LHM.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle LHM, *comme le côté* HL *eſt au côté* LM.

On trouvera pour quatriéme terme un nombre de parties égales à celles dont la hauteur SP ou DP eſt compoſée : c'eſt pourquoi ſi du point L vers M on prend une diſtance égale au nombre trouvé de ces parties, la fin de cette diſtance ſera le point de la méridienne par lequel doit paſſer l'équinoctiale.

2°. On connoît auſſi trois choſes dans l'autre triangle DPR, l'angle droit P, l'angle PDR, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan ou de l'angle PDL, puiſque l'angle LDR eſt droit, & enfin le côté PD qui

qui est égal à la hauteur du stile : par conséquent on trouvera le quatriéme terme de l'analogie suivante, dans laquelle le côté DP est considéré comme rayon, dont le centre est D. Fig. 184

Comme le sinus total à la tangente du complément de la déclinaison, ainsi la hauteur du stile DP *au côté* PR.

Le quatriéme terme de cette proportion fera trouver le point R en prenant depuis P vers R une distance égale à ce quatriéme terme.

174. Lorsque la déclinaison du plan est petite, il n'est pas facile d'appliquer cette méthode, soit par le calcul, soit par la Géométrie, sur-tout si le plan n'a pas une étendue très-grande en largeur, parce que l'horisontale & l'équinoctiale faisant pour lors un petit angle, le point de six heures ou l'intersection de ces lignes est pour lors à une trop grande distance du pied du stile, & quelquefois même il seroit au-delà du mur.

175. Il faut remarquer que l'angle PRB est égal à l'angle PCL : car les deux triangles RBP & CLP étant tous les deux rectangles, & d'ailleurs les angles BPR & LPC étant opposés au sommet, ces triangles sont semblables, & leurs angles PRB & PCL sont égaux. Or on peut déduire de-là une autre méthode de tracer l'équinoctiale, pourvû que l'on connoisse l'angle au centre du Cadran PCL, compris entre la méridienne & la soustilaire auquel est égal l'angle PRB formé par l'horisontale & l'équinoctiale, & que l'on ait aussi la distance LM. On trouvera l'angle PCL par le Problême X, & la ligne LM par le triangle HLM, comme nous venons de le montrer.

176. Voici cette autre méthode : L'angle R du triangle rectangle MLR étant connu, on connoîtra aussi son complément LMR. Par conséquent si on tire par le point M une ligne qui fasse avec la méridienne l'angle LMR égal au complément de l'angle R, cette ligne sera l'équinoctiale. On peut employer cette méthode sans difficulté, quoique la déclinaison du plan soit fort petite.

Fig. 18. 177. On peut encore trouver le point B de la foustilaire par où doit paſſer l'équinoctiale en faiſant la proportion ſuivante tirée du triangle rectangle SPB, dont le côté ou la hauteur SP eſt conſidérée comme rayon qui a pour centre le point S, & le côté PB comme la tangente de l'angle PSB égal à PCS, qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, laquelle on ſuppoſe connue: *Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PSB, *comme la hauteur du ſtile eſt au côté* PB, *qui eſt la diſtance du pied du ſtile à l'équinoctiale.*

Nous ſuppoſons ici que l'angle PSB eſt égal à PCS. Or cela eſt évident: car le rayon équinoctial BS étant perpendiculaire à l'axe, l'angle total CSB eſt droit, & par conſéquent l'angle partiel PSB eſt complément de l'autre CSP. Or PCS eſt auſſi complément de CSP à cauſe du triangle rectangle CPS.

Dans le Livre ſuivant nous enſeignerons à tracer l'équinoctiale par une méthode qui convient à toutes ſortes de plans ſoit verticaux, ſoit inclinés, & qui ne ſuppoſe point la connoiſſance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaiſon du plan. Nous paſſons préſentement aux trois Problêmes ſuivans, que l'on doit regarder comme fondamentaux pour la deſcription des Cadrans.

PROBLÊME X.

178. *L'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu étant connue avec la déclinaiſon du plan, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la ſouſtilaire & la méridienne.* Il faut faire la proportion ſuivante: *Comme le ſinus total au ſinus de la déclinaiſon du plan, ainſi la tangente du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, à la tangente de l'angle compris entre la ſouſtilaire & la méridienne.*

Pour prouver cette analogie, ſoit l'horiſontale HR; la ſouſtilaire CP, qui paſſe néceſſairement par le centre du Cadran & par le pied du ſtile: ſoit auſſi la méridienne CM, le point C qui eſt l'interſection de la ſouſtilaire &

de la méridienne sera le centre du Cadran, parce que ces deux lignes passent l'une & l'autre par le centre. De même le point P sera le pied du stile, parce que c'est l'intersection de l'horisontale & de la soustilaire. De plus il faut prendre sur la verticale ZPD, que je suppose tirée, la partie PD égale à la hauteur du stile, le point D sera le centre diviseur de l'horisontale; que l'on mene ensuite la ligne DL au point L, qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale, l'angle en D sera la déclinaison du plan vertical, comme on l'a fait voir (89). Enfin que l'on prenne sur l'horisontale la partie HL égale à l'hypotenuse DL, le point H sera le centre diviseur de la méridienne (65). Qu'on fasse ensuite l'angle CHL égal à la hauteur du pole, la ligne CH coupera la méridienne au centre du Cadran, puisque la partie CL de la méridienne représente l'arc du méridien compris entre l'horison & le pole du monde, qui est le centre du Cadran. Ces choses étant ainsi supposées, nous allons prouver l'analogie marquée ci-dessus. Fig. 18.

DÉMONSTRATION.

Les deux triangles CLP, CLH sont rectangles en L. Or si on prend dans ces deux triangles le côté CL pour sinus total ou pour rayon dont le centre soit C, le côté HL sera la tangente de l'angle HCL, qui est le complément de la hauteur du pole CHL, à cause du triangle rectangle CLH; & le côté LP sera la tangente de l'angle LCP compris entre la soustilaire & la méridienne. Mais par l'hypothèse on connoît la hauteur du pole, & par conséquent le complément de cette hauteur: donc on connoît aussi la tangente de ce complément ou de l'angle HCL; ainsi dans le triangle rectangle DPL on connoît trois choses, sçavoir l'angle droit en P, l'angle D qui est la déclinaison du plan, & le côté DL qui est égal à la tangente HL, comme nous l'avons dit ci-dessus. On pourra donc faire l'analogie suivante pour trouver le nombre des parties de

Fig. 18. LP proportionné au nombre de celles de la tangente HL.

Comme le ſinus total à l'hypotenuſe DL *qui eſt la tangente du complément de la hauteur du pole, ainſi le ſinus de la déclinaiſon du plan à la tangente* LP *de l'angle* LCP; & alternando, *Comme le ſinus total au ſinus de la déclinaiſon du plan, ainſi la tangente* DL *du complément de la hauteur du pole, à la tangente* LP *de l'angle* LCP. Par conſéquent on trouvera la valeur de cet angle.

Si on ſuppoſe la déclinaiſon du plan de 35 degrés, & le complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon de 41ᵈ 8′, la derniere analogie ſera 100000. 57358 :: 87338. 50095. Or ce quatriéme terme eſt la tangente d'un angle de 26ᵈ 36′ : par conſéquent dans cette hypothèſe l'angle LCP eſt de 26ᵈ 36′. On réſout aiſément ces ſortes d'analogie par les logarithmes.

179 On peut remarquer que cette analogie ſe réduit à cette queſtion : Si la ligne ou le côté DL contient un certain nombre de parties qui eſt ici 87338, combien l'autre côté LP doit-il contenir de ces mêmes parties ? Or il eſt facile de concevoir qu'on doit trouver ce nombre de parties de la ligne LP par la proportion énoncée ci-deſſus, comme on auroit trouvé un autre nombre ſi la ligne HL avoit été partagée en un plus grand ou un plus petit nombre de parties. Il faut dire la même choſe des analogies des deux Problêmes ſuivans.

On peut voir à la fin de ce traité la ſeptiéme Table qui contient les angles de la ſouſtilaire avec la méridienne pour les différens dégrés de latitude depuis 45 juſqu'à 50 incluſivement ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

180. Nous avons déja remarqué dans le troiſiéme Problême que l'angle LCP étant connu ou ſon égal BPD, que fait la ſouſtilaire avec la verticale ZPD, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la proportion énoncée dans le Problême X; car ſi on connoît l'an-

gle LCP, on aura trois termes de la proportion, & par conſéquent on trouvera le ſinus de la déclinaiſon, qui eſt le ſecond terme de cette proportion. Nous avons vu auſſi (art. 169) que l'angle LCP étant connu on peut décrire aiſément la ſouſtilaire, parce que l'on trouve alors l'autre angle CPL qui eſt le complément du premier. Or cet angle CPL eſt celui de la ſouſtilaire ſur l'horiſontale. Fig. 18.

PROBLÊME. XI.

181. *La hauteur du pole ſur l'horiſon étant connue avec la déclinaiſon du plan vertical, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la ſouſtilaire & l'axe* : on appelle cet angle *hauteur du pole ſur le plan.*

Il faut faire cette proportion : *Comme le ſinus total au ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, ainſi le ſinus du complément de la déclinaiſon du plan au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan.*

Nous avons déja dit que CPB eſt la ſouſtilaire, HPR l'horiſontale, CLM la méridienne, les deux points C & P le centre du Cadran & le pied du ſtile. Nous avons dit auſſi que le point D eſt le centre diviſeur de la ligne horiſontale, pourvû que la perpendiculaire PD ſoit égale à la hauteur du ſtile PS, que l'angle PDL eſt la déclinaiſon du plan, & enfin que le point H eſt le centre diviſeur de la méridienne, pourvû que l'on prenne HL égale à l'hypotenuſe DL. Tout cela étant ſuppoſé, on tirera la ligne CS du centre du Cadran au point S, qui eſt le ſommet du ſtile, cette ligne déſignera la poſition de l'axe, puiſqu'elle paſſe par le centre du Cadran & par l'extrémité du ſtile. Il faut prouver qu'on trouvera l'angle PCS compris entre l'axe & la ſouſtilaire par la proportion précédente.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle CPS le côté CS eſt conſidéré comme rayon, dont le centre ſoit le point C, la

Fig. 18. hauteur PS, qui est perpendiculaire à la soustilaire sera le sinus de l'angle cherché : de même si dans le triangle rectangle CLH on considere le côté CH comme rayon, dont le centre est C, la ligne HL sera le sinus de l'angle HCL, puisqu'elle est perpendiculaire à la méridienne CL. Or l'angle HCL est le complément de la hauteur du pole CHL, à cause du triangle rectangle CLH. Ainsi puisque la hauteur du pole est supposée connue, le sinus du complément HCL sera aussi connu : c'est pourquoi on connoît trois choses dans le triangle rectangle DPL, sçavoir l'angle droit P, l'angle D, qui est la déclinaison du plan, & l'hypotenuse DL qui est le sinus du complément de la hauteur du pole sur l'horison, puisque HL=DL. On pourra donc trouver le quatriéme terme de cette proportion ; *Comme le sinus total*, c'est-à-dire, *le sinus de l'angle droit* P, *est au côté* DL, qui est le sinus du complément de la hauteur du pole sur l'horison ; *ainsi le sinus de l'angle* PLD, qui est le complément de la déclinaison du plan, *au côté opposé* DP *ou* PS, qui est le sinus de l'angle cherché PCS.

Si la hauteur du pole sur l'horison est de 48ᵈ 52′, & la déclinaison du plan de 35ᵈ, les logarithmes des termes de la proportion énoncée ci-dessus seront 1000000, 981810, 991336, 973146. Or ce quatriéme nombre est le sinus artificiel de 32ᵈ 36′; par conséquent dans cette hypothèse l'angle PCS sera de 32ᵈ 36′.

182. Il faut remarquer que la proportion énoncée dans ce Problême suppose que les sinus HL & PS appartiennent au même cercle, ou bien que les rayons CH & CS sont égaux entre eux. Or cela est certain ; car ces rayons mesurent les distances du cenrre du Cadran aux points H & S, qui sont les centres diviseurs des lignes CM & CPB qui représentent des méridiens. Or nous avons fait voir (70) que le centre du Cadran est également distant des centres diviseurs des lignes qui représentent des méridiens.

On voit par ce Problême qu'il ne faut pas confondre la hauteur du pole sur l'horison avec la hauteur

du pole ſur le plan. Pour ſignifier la premiere, ſouvent on ſe contente de dire, *la hauteur du pole* : mais pour exprimer la ſeconde, on dit toujours *la hauteur du pole ſur le plan.* Fig. 18.

On trouvera à la fin de ce traité la huitiéme Table qui contient les hauteurs du pole ſur le plan pour les degrés de latitude depuis 45 juſqu'a 50 incluſivement, ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

COROLLAIRE

183. De la proportion marquée dans le Problême il ſuit que quand la déclinaiſon du plan augmente, comme alors ſon complément diminue, il faut auſſi que la hauteur du pole ſur le plan diminue : c'eſt-à-dire, que plus la déclinaiſon du plan eſt grande, plus cette hauteur du pole eſt petite.

C'eſt ſur ce Problême qu'eſt fondée la troiſiéme méthode de trouver la déclinaiſon du plan, propoſée dans le troiſiéme Problême.

184. Le Problême ſuivant ſert à trouver la différence des longitudes entre la méridienne du lieu & la méridienne du plan ou la ſouſtilaire. Nous avons remarqué (91) que le plan du Cadran eſt toujours parallele à l'horiſon de quelque endroit de la terre, & peut être pris pout cet horiſon. Or la différence des longitudes entre les deux méridiennes eſt meſurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu où eſt ſitué le plan, & le méridien de l'endroit dont l'horiſon eſt parallele à ce plan, ou, ce qui revient au même, c'eſt l'angle au pole compris entre ces deux méridiens. Si, par exemple, un plan incliné ſitué à Paris eſt parallele à l'horiſon de Jéruſalem, la différence des longitudes entre les deux méridiennes ſera de 33 degrés, parce que l'arc de l'équateur compris entre le méridien de Paris & celui de Jéruſalem eſt de 33 degrés.

PROBLÊME XII.

185. *Connoiſſant la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu & la déclinaiſon du plan, trouver la différence des*

Fig. 18. *longitudes entre la méridienne* CL *du lieu & la méridienne du plan ou la soustilaire* CP.

Il faut faire cette proportion, *Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole sur l'horison du lieu, ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan, à la tangente du complément de la différence des méridiens ou des longitudes.*

Nous avons dit que cette différence est mesurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu & le méridien du plan. Or cet arc est représenté par la partie MB de l'équinoctiale EN, laquelle partie est contenue entre la méridienne du lieu & la soustilaire. De même l'angle BAM est aussi mesuré par le même arc ou par la même ligne MB, puisque le sommet de cet angle est supposé au centre diviseur A de l'équinoctiale, que l'on trouve (65) en prenant sur la soustilaire la partie BA égale à la ligne SB tirée du sommet du stile. Ainsi l'angle BAM est égal à la différence des longitudes. Il faut donc prouver qu'on trouvera la valeur de cet angle par la proportion qu'on a marquée ci-dessus.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle HLM on prend le côté HL pour sinus total, & le point H pour centre, l'autre côté HM sera la sécante de l'angle LHM qui est le complément de la hauteur du pole CHL, puisque l'angle CHM est droit par la construction, comme il paroît article 172. Or HM=AM (69), parce que les points A & H sont les centres diviseurs de deux lignes qui se coupent au point M, sçavoir, de l'équinoctiale EMN & de la méridienne CLM : ainsi la ligne AM est la sécante du complément de la hauteur du pole sur l'horison : on peut donc supposer que cette ligne est connue, puisque l'on connoît la hauteur du pole. De même si dans le triangle LDR, qui est rectangle en D (67), parce que la ligne LR qui est une partie de l'horisontale représente un quart de cercle compris entre le méridien & l'équateur, & que

d'ailleurs le ſommet de l'angle D eſt le centre diviſeur de l'horiſontale : ſi, dis-je, dans ce triangle on prend le côté LD, qui eſt égal (65) à la ligne HL, pour rayon dont le centre eſt L, l'autre côté DR ſera la tangente de l'angle DLR ou DLP, qui eſt le complément de la déclinaiſon PDL. Or DR=AR (69), parce que les points D & A ſont les centres diviſeurs des lignes HR & ENR qui ſe coupent au point R. Ainſi AR eſt auſſi la tangente du complément de la déclinaiſon du plan ; on peut donc ſuppoſer que cette ligne eſt encore connue : c'eſt pourquoi dans le triangle MAR, qui eſt rectangle en A, puiſque la baſe MR repréſente le quart de l'équateur, ſçavoir l'arc compris entre le méridien & l'horiſon, dans le triangle MAR, dis-je, il y a trois choſes connues, ſçavoir, les deux côtés AM & AR, & l'angle droit A. On pourra donc trouver l'angle AMR par l'analogie ſuivante, en regardant le côté AM comme rayon, dont le centre eſt le point M : AM *ou* HM, *qui eſt la ſécante du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, eſt au ſinus total, comme le côté* AR *ou* DR, *qui eſt la tangente du complément de la déclinaiſon du plan, à la tangente de l'angle* AMR *ou* AMB, qui eſt le complément de l'angle BAM. Or les deux premiers termes, ſçavoir, la ſécante du complément de la hauteur du pole & le ſinus total ont entr'eux la même raiſon que le ſinus total & le ſinus de la hauteur du pole, comme il paroît par le triangle rectangle HLM, dans lequel ſi on regarde le côté HM comme la ſécante du complément de la hauteur du pole, HL devient le ſinus total : mais ſi on regarde HM comme ſinus total & le point M comme centre, le côté HL eſt le ſinus de l'angle HML, qui eſt égal à la hauteur du pole CHL. On peut donc changer les deux premiers termes de la proportion précédente, & mettre à leur place le ſinus total & le ſinus de la hauteur du pole ; & alors on aura la proportion ſuivante : *Comme le ſinus total au ſinus de la hauteur du pole ſur l'horiſon, ainſi la tangente du*

Fig. 18.

complément de la déclinaiſon du plan à la tangente du complément de l'angle BAM, *qui eſt la différence des longitudes*.

Si on ſuppoſe la hauteur du pole de 48^{d} $52'$ & la déclinaiſon du plan de 35^{d}, le complément ſera 55^{d}; c'eſt pourquoi dans cette hypothèſe l'analogie preſcrite ſera, Le ſinus total eſt au ſinus de 48^{d} $52'$, comme la tangente de 55^{d} eſt à la tangente du complément de la différence des longitudes. Les logarithmes des trois premiers termes ſont, 1000000, 987690; 1015477, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, on trouvera le nombre 1003167, qui eſt la tangente artificielle de 47^{d} $5'$, complément de 42^{d} $55'$: ainſi la différence des longitudes ſera 42^{d} $55'$.

Nous donnerons à la fin de ce Traité une Table, ce ſera la derniere, qui contiendra la différence des longitudes pour les degrés de la hauteur du pole depuis 45 juſqu'à 50 incluſivement ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

Il y a une méthode de trouver la déclinaiſon du plan fondée ſur ce Problême : c'eſt la quatriéme du troiſiéme Problême.

186. Remarque. Les analogies des trois derniers Problêmes étant fondamentales dans la conſtruction des Cadrans, il eſt bon de s'aſſurer qu'il n'y a point d'erreur dans le calcul qu'on aura fait pour ces trois analogies. Or afin de s'en aſſurer, on pourra chercher l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne par la proportion ſuivante, qui ſuppoſe les analogies des deux derniers Problêmes : & ſi on trouve la même valeur que celle qu'on aura trouvée par l'analogie du dixiéme Problême ; ce ſera une marque qu'il ne s'eſt point gliſſé de faute dans le calcul. Voici cette proportion, laquelle eſt tirée de la trigonométrie ſphérique, *Le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan, comme la tangente de la différence des méridiens eſt à la tangente de l'angle cherché.*

Si on prend l'exemple des trois derniers Problêmes, Fig. 18.
les trois premiers termes de la proportion seront le sinus total, le sinus de $32^d 36'$ & la tangente de $42^d 55'$, dont les logarithmes sont 1000000, 973140, 996839 : or le premier de ces nombres étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 969979, qui est la tangente artificielle de $26^d 36'$: c'est la même valeur que celle qu'on a trouvée dans l'exemple du dixiéme Problême. Il est d'autant plus à propos de vérifier ainsi le calcul pour les trois analogies, que l'erreur pourroit venir des Tables dont on se sert.

COROLLAIRE.

187. Puisque le premier terme de la proportion énoncée dans le dernier Problême est toujours plus grand que le second dans la sphere oblique, il faut aussi que le 3me soit plus grand que le 4me. Ainsi le complément de la déclinaison du plan est plus grand que le complément de la différence des longitudes ; & par conséquent la déclinaison du plan est toujours plus petite que la différence des longitudes.

188. REMARQUE. Quand on connoît la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes, on peut déterminer l'endroit de la terre dont l'horison est parallele au plan du Cadran. Supposons un plan du midi situé dans la partie septentrionale de la terre, si la hauteur du pole sur ce plan est de $32^d 36'$, & la différence des longitudes $42^d 55'$, le plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au $32^d 36'$ de latitude méridionale ; & la longitude de ce lieu est plus grande ou plus petite de $42^d 55'$, que celle du lieu où est situé le plan, plus grande si le plan décline vers l'orient, & plus petite s'il décline vers l'occident. J'ai dit que ce plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au $32^d 36'$ de latitude, parce que ce plan étant supposé parallele à l'horison du lieu cherché, l'axe de la terre doit faire des angles égaux sur l'un & sur l'autre. Or l'an-

gle que fait l'axe ſur le plan eſt la hauteur du pole ſur le plan, & l'angle que fait cet axe ſur l'horiſon d'un lieu eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon, laquelle eſt toujours égale à la latitude du lieu. Par conſéquent la hauteur du pole ſur un plan eſt égale à la latitude du lieu dont l'horiſon eſt parallele à ce plan.

189. Lorſque l'ombre de l'axe tombe ſur la ſouſtilaire, alors il eſt midi dans l'endroit dont l'horiſon eſt parallele au plan du Cadran. Ainſi dans notre exemple ſi le plan qu'on ſuppoſe à Paris décline vers l'occident, il eſt midi dans le lieu dont l'horiſon eſt parallele au plan, quand il eſt à Paris $2^h\ 51^m\ 40^s$ après midi, parce que le ſoleil faiſant en longitude 15 degrés par heure, il doit parcourir $42^d\ 55'$ en $2^h\ 51^m\ 40^s$ de tems: ſi le plan déclinoit vers l'orient, il ſeroit midi dans ce lieu-là dans le tems qu'il ſeroit $9^h\ 8^m\ 20^s$ à Paris.

190. Il paroît parce que nous avons dit juſqu'à préſent que l'on peut tracer par le ſecours du calcul & indépendamment d'aucun point d'ombre, la méridienne, la ſouſtilaire, l'équinoctiale, & qu'on peut trouver le centre du Cadran, pourvû cependant que l'on connoiſſe la déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu.

Les Problêmes précédens enſeignent pluſieurs pratiques préliminaires qui ſervent de fondemens pour tracer des Cadrans, non que toutes ces pratiques ſoient néceſſaires pour leurs conſtructions, mais il faut choiſir entre elles celles qui paroîtront plus propres ſelon les différentes poſitions des plans. Nous paſſons préſentement aux Problêmes qui contiennent des méthodes de tracer les Cadrans. Il y en a qui ſont en partie géométriques & en partie méchaniques, il y en a d'autres qui s'exécutent par le calcul. Nous commencerons par celles qui ſont partie géométriques, partie méchaniques.

TROISIE'ME SECTION.

Différentes méthodes pour tracer les Cadrans Solaires.

211. Avant de tracer un Cadran, il faut faire mettre ſur le plan une ou deux couches de couleur en huile qui effaceront toutes les lignes & tous les points qu'on a marqués pour déterminer la déclinaiſon du plan; & après avoir décrit les lignes horaires, on fera mettre une troiſiéme couche, afin d'ôter pluſieurs traits qu'on n'a tirés que pour tracer les lignes horaires.

PROBLÊME PREMIER.

212. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, pourvû que le centre du Cadran ne ſoit pas trop éloigné de la ligne horiſontale & de l'équinoctiale.*

1°. Il faut tracer ſur le plan propoſé la verticale ZPD, c'eſt-à-dire, une ligne perpendiculaire à l'horiſon, enſuite il faut auſſi mener l'horiſontale HR ſelon la méthode du ſecond Problême préliminaire : le point d'interſection P des deux lignes ſera le pied du ſtile. Fig. 18.

2°. On prendra la ligne PD égale à la hauteur du ſtile. Or cette hauteur eſt arbitraire. Il faut néanmoins qu'elle ait quelque proportion avec la longueur qu'on donnera à la méridienne; qu'elle en ſoit, par exemple, environ le tiers; enſuite du point D, qui eſt le centre diviſeur de l'horiſontale, on tirera la ligne DL qui faſſe l'angle PDL égal à la déclinaiſon du plan.

3°. Du point L on élevera la perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale HR, ce ſera la méridienne (160). Enſuite ayant pris ſur l'horiſontale la partie LH égale à l'hypotenuſe DL, il faudra tirer du point H, qui eſt le centre diviſeur (65) de la méridienne, la ligne CH qui faſſe l'angle CHL de la hauteur du pole ſur l'hori-

Fig. 18. son du lieu : le point d'intersection C de cette ligne avec la méridienne sera le centre du Cadran (164).

4°. On menera du centre C la ligne CPB, qui passe par le pied du stile, ce sera la soustilaire (15) : après quoi on élevera sur la soustilaire la perpendiculaire PS qui soit égale à la ligne PD ou à la hauteur du stile ; puis on décrira du centre C la ligne CS qui passe par le point S ; elle montrera la position de l'axe à l'égard de la soustilaire, parce que l'axe doit passer (article 5 prélim.) par le centre du Cadran & par le sommet du stile qui peut être considéré comme le centre du monde.

5°. Du point S on élevera sur la ligne CS la perpendiculaire SB qui sera le rayon équinoctial : puis du point B on tirera la perpendiculaire EBN sur la soustilaire ; ce sera la ligne équinoctiale (171), dont le point M ou son intersection avec la méridienne est le point de midi sur l'équinoctiale ; & son intersection avec l'horisontale, sçavoir le point R, est celui de six heures (18).

6°. Il faudra prendre sur la soustilaire la partie BA égale au rayon équinoctial SB, le point A sera le centre diviseur de la ligne équinoctiale (65). Après cela du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discrétion, on décrira la circonférence FKGI.

7°. Du point A on tirera une ligne qui passe par le point M, & qui rencontre la circonférence à un point comme K, ou une autre qui passe par le point R, & qui coupe aussi la circonférence en O : ensuite on divisera la circonférence en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O ; & on tirera du centre A des lignes aux points de division qui soient prolongées, s'il est nécessaire, afin qu'elles rencontrent l'équinoctiale ; les points où ces lignes couperont l'équinoctiale seront des points horaires, c'est-à-dire, que chaque ligne horaire doit passer par quelques-uns de ces points.

8°. On menera des lignes du centre du Cadran aux

points horaires ; ce feront les lignes horaires, à l'extrémité desquelles il faut marquer les heures, en obfervant que les heures d'avant midi doivent être écrites à l'occident de la méridienne, & que celles d'après midi doivent être à l'orient de cette même ligne. Tout cela étant fait, si on place une verge de fer de maniere qu'elle paffe par le fommet du ftile, & qu'elle aboutiffe au centre C du Cadran, ce fera l'axe du Cadran, & par conféquent elle montrera les heures par fon ombre. (Nous expliquerons dans le quatriéme Livre la maniere de placer aifément l'axe). Un ftile dont le point P feroit le pied, & qui auroit une hauteur égale à PD ou PS, pourroit auffi montrer les heures par l'extrémité de fon ombre.

Cette méthode n'eft pas purement géométrique à caufe qu'elle fuppofe d'autres inftrumens que la regle & le compas ordinaire, foit pour décrire la verticale ou l'horifontale, foit pour faire un angle égal à la déclinaifon du plan. On pourroit dire par cette raifon qu'elle eft en partie géométrique & en partie méchanique : il en eft de même de la méthode du Problême fuivant.

213 Nous avons mis dans l'énoncé du Problême, *Pourvû que le centre du Cadran ne foit pas trop éloigné de l'horifontale & de l'équinoctiale*, parce que fi le centre étoit tellement diftant de l'une de ces lignes, qu'il fût hors de l'étendue du plan, on ne pourroit pas tirer les lignes horaires par cette méthode : car on n'y détermine qu'un point dans l'équinoctiale pour chacune de ces lignes : il faut donc encore avoir un autre point par lequel elles doivent paffer ; & par conféquent on eft obligé de recourir à une autre méthode. On peut dire en général que quand dans le climat de la France la déclinaifon du plan eft d'environ 70^{d} le centre du Cadran eft trop éloigné de l'horifontale & de l'équinoctiale, pour que l'on puiffe fe fervir de la méthode de ce problême : & fi on eft dans un autre climat où la hauteur du pole foit

Fig. 18. plus grande, par exemple, de 60^d, alors le centre du Cadran sera trop éloigné de l'horisontale & de l'équinoctiale, quoique la déclinaison du plan soit un peu moindre que 70^d.

214. Les différens articles de cette méthode ne sont que des applications des Problêmes préliminaires ou de quelques autres propositions qui ont été démontrées, sans excepter les deux derniers articles dans lesquels il s'agit de déterminer les points horaires sur l'équinoctiale, & de tracer les lignes horaires. Car le point A étant le centre diviseur de la ligne équinoctiale, les rayons qui sont tirés de ce centre renferment entr'eux des parties de l'équinoctiale, qui représentent les arcs de l'équateur semblables aux arcs du cercle décrit FKGI qui sont compris entre les rayons. Or les arcs du cercle décrit compris entre les rayons sont de 15 degrés, puisqu'ils sont chacun la vingt-quatriéme partie de la circonférence; par conséquent les arcs semblables de l'équateur sont de 15 deg. d'ailleurs ou le méridien ou le cercle de 6 heures est un de ceux qui séparent ces arcs l'un de l'autre, puisque l'on a commencé la division du cercle FKGI par le rayon qui rencontre le point de midi ou celui de 6^h : donc tous les autres cercles qui séparent ces arcs sont aussi des cercles horaires. Par conséquent les points où les rayons coupent la ligne équinoctiale sont les points horaires, c'est-à-dire, ceux qui désignent les intersections de l'équateur avec les cercles horaires: les lignes horaires qui représentent les cercles horaires doivent donc passer par ces points. D'ailleurs ces lignes doivent aboutir au centre du Cadran (art. 8 prelim.) Ainsi les lignes tirées du centre du Cadran aux points de division de l'équinoctiale, lesquels points sont déterminés par les rayons du cercle décrit, sont des lignes horaires. On prouvera la même chose par la démonstration suivante qui est semblable à celle que nous avons donnée pour la premiere méthode de tracer un Cadran horisontal.

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

215. Concevons que le triangle BCS eſt élevé perpendiculairement ſur le plan du Cadran, & que le cercle FKGI eſt ſitué de maniere que la ligne AB ſe confond avec la ligne SB, le point A avec le ſommet S, & que le plan du cercle ſoit perpendiculaire à l'axe du Cadran : dans cette hypothèſe le cercle repréſentera un Cadran équinoctial, parce qu'il ſera parallele à l'équateur du monde. Par conſéquent les rayons qui ſont menés aux points de diviſion de la circonférence ſont les lignes horaires de ce Cadran équinoctial. Ainſi les points dans leſquels ces rayons coupent l'équinoctiale qui eſt l'interſection du cercle élevé avec le plan vertical déclinant, ſont des points horaires. Or ces points ne different pas de ceux auxquels les rayons rencontrent l'équinoctiale lorſque le cercle eſt couché ſur le plan du Cadran. Par conſéquent les points de l'équinoctiale déterminés par la méthode preſcrite, ſont des points horaires. Ainſi les lignes tirées du centre du Cadran à ces points ſont des lignes horaires. Fig. 18.

216. Il paroît par l'expoſition des différens articles de cette méthode que quand on trace un Cadran on n'a aucun égard aux lignes qui ont été tirées ſur le plan pour en trouver la déclinaiſon. Nous avons dit qu'on commence par mener la verticale ZPD & l'horiſontale HR : il ſeroit néanmoins plus commode dans la pratique de commencer par tirer la méridienne & l'horiſontale, après quoi il faudroit mener la ligne LD, faiſant avec la méridienne l'angle MLD égal à la déclinaiſon telle qu'on l'auroit trouvée : enſuite on tireroit la verticale ZPD parallele à la méridienne, ou, ce qui revient au même, perpendiculaire à l'horiſontale ; on tireroit, dis-je, cette verticale à quelle diſtance on voudroit de la méridienne. Si on commençoit ainſi, on ſeroit le maître de placer la méridienne à tel endroit du plan que l'on ſouhaiteroit. Il eſt à propos de la mettre au milieu de la largeur

Fig. 18. du plan lorſque la déclinaiſon de ce plan eſt petite ; par exemple, de 10 à 12^{d} ; mais ſi elle eſt grande, comme de 40 ou 50^{d}, il faut que la méridienne coupe la largeur du plan en deux parties inégales, dont la plus conſidérable ſoit du côté où l'on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires : autrement ces lignes ſeroient trop preſſées, à moins cependant que le plan ne fût extrêmement large, car alors cet inconvénient ne ſeroit pas à craindre.

J'ai dit qu'il faut faire l'angle MLD égal à la déclinaiſon du plan, parce que cet angle MLD eſt néceſſairement égal à l'angle alterne LDP, qui marque la déclinaiſon du plan.

217. PREMIERE REMARQUE. Avant de tracer le Cadran ſur le mur, il eſt bon d'en tracer un ſemblable ſur un carton ou ſur une feuille de papier : on verra par ce moyen la ſituation des lignes horaires les unes par rapport aux autres, & on jugera mieux de l'endroit où il faudra décrire la méridienne ſur le plan du mur. Il eſt à propos ſur-tout lorſque le plan du Cadran n'eſt pas bien étendu en largeur, de ſupprimer les lignes horaires qui ſont les plus éloignées de la ſouſtilaire, c'eſt-à-dire, celles qui marquent les dernieres heures dans les plans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident. Par-là il y aura plus d'eſpace entre les lignes horaires qui reſteront. On peut auſſi ſupprimer les premieres lignes horaires dans les plans qui déclinent vers l'orient, & les dernieres dans les autres, tant à cauſe que ces lignes ne ſervent que peu de tems pendant l'année, que parce que la réfraction cauſée par l'air éleve beaucoup le ſoleil dans ces momens ; ce qui fait avancer le Cadran le matin, & le fait retarder le ſoir. D'ailleurs il y a ſouvent des objets, comme des maiſons, des arbres, &c. qui empêchent que le cadran ne ſoit éclairé quand le ſoleil eſt près de l'horiſon. Nous verrons dans la ſuite quelles ſont les premieres & les dernieres heures qu'on peut marquer ſur un Cadran.

218. SECONDE REMARQUE. La souſtilaire doit être située différemment par rapport à la méridienne ſelon que le Cadran décline vers l'orient ou vers l'occident. Suppoſons d'abord que le plan eſt tourné obliquement au midi, alors s'il décline vers l'orient, la ſouſtilaire doit être à la gauche de la méridienne : mais ſi le Cadran décline vers l'occident, elle doit être à la droite. Suppoſons préſentement que le plan eſt tourné obliquement au ſeptentrion, le contraire arrivera : car s'il décline vers l'orient, la ſouſtilaire eſt à la droite de la méridienne; & s'il décline vers l'occident, la ſouſtilaire eſt à la gauche. On peut déterminer autrement la ſituation reſpective de ces deux lignes en diſant, que la ſituation de la ſouſtilaire doit être oppoſée à la déclinaiſon du plan ; c'eſt-à-dire, que ſi le plan décline vers l'orient, la ſouſtilaire ſera à l'occident de la méridienne, & s'il décline vers l'occident, elle ſera à l'orient, ſoit que le plan regarde le midi ou qu'il ſoit tourné vers le nord. Ce que nous venons de dire de la ſouſtilaire doit auſſi s'entendre de la verticale ZPD & de la ligne de déclinaiſon DL : car il eſt évident que l'une & l'autre doivent être du même côté de la méridienne que la ſouſtilaire. Fig. 181

219 De toutes ces lignes qui ont été décrites, il n'y a que les lignes horaires qui doivent reſter : c'eſt pourquoi il faut les tracer profondément avec un ſtile ; & toutes les autres qui ſervent ſeulement à décrire les lignes horaires, doivent être marquées légerement, afin qu'on les puiſſe effacer avec facilité.

On ſuppoſe dans la méthode de ce Problême que l'on trouvera le centre du Cadran en tirant la ligne CH, qui faſſe avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole. Mais ſi cette hauteur du pole ou la déclinaiſon du plan, ou l'une & l'autre enſemble ſont fort grandes, alors le centre du Cadran ſera trop éloigné de l'horiſontale, c'eſt-à-dire, que la ligne CH ne pourra rencontrer la méridienne qu'à une trop grande diſtance de l'horiſontale ; dans ce cas il faudra employer une autre méthode,

Fig. 18. qui consiste en ce que l'on mene une ligne parallele à l'équinoctiale, & cette parallele sera une autre équinoctiale. Nous allons expliquer cette méthode dans le Problême suivant.

PROBLÊME II.

220. *La déclinaison du plan & l'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connues, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, soit que le centre du Cadran soit fort éloigné de la ligne horisontale & de l'équinoctiale, soit qu'il en soit peu éloigné.* Les premiers articles de cette méthode ne sont pas différens de ceux de la méthode précédente.

Fig. 19. 1°. On tracera d'abord sur le plan du Cadran la ligne ZPD qui soit verticale, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'horison, ensuite l'horisontale HR selon la méthode du second Problême préliminaire.

2°. Il faut prendre du point d'intersection P, qui est le pied du stile, la ligne PD égale à sa hauteur. Or cette hauteur est prise à volonté, pourvû qu'elle ait quelque proportion avec la longueur de la méridienne, qu'elle en soit, par exemple, le tiers. Ensuite du point D, qui est le centre diviseur de l'horisontale, on décrira la ligne DL qui fasse l'angle PDL égal à la déclinaison du plan.

3°. On élevera du point L la perpendiculaire CLM sur l'horisontale HR, ce sera la méridienne: ensuite ayant pris sur l'horisontale la partie LH égale à l'hypotenuse DL, il faut mener du point H, qui est le centre diviseur de la méridienne (65), la ligne CH qui fasse l'angle CHL de la hauteur du pole sur l'horison du lieu.

4°. Du point H on élevera la perpendiculaire HM sur la ligne CH; le point M où la ligne HM rencontre la méridienne, est un des points de l'équinoctiale (172). Ensuite on élevera aussi du point D la perpendiculaire DR sur la ligne DL, le point R, qui est l'intersection

de DR avec l'horiſontale, ſera le point de ſix heures (172), qui eſt un autre point de l'équinoctiale : ſi donc on mene la ligne EN qui paſſe par le point M & par le point R, ce ſera l'équinoctiale. Fig. 193

5°. On tirera la ligne CPB qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpend. à l'équinoctiale, ce ſera la ſouſtilaire ; après quoi on élevera la perpendiculaire PS ſur la ſouſtilaire, qui ſoit égale à la hauteur du ſtile ; & du point S on menera la ligne SB au point B, qui eſt l'interſection de la ſouſtilaire avec l'équinoctiale : ce ſera le rayon équinoctial.

6°. Du point S on tirera CS perpendiculaire au rayon BS ; elle déſignera la poſition de l'axe par rapport à la ſouſtilaire : après cela du point *s* pris à volonté dans l'axe CS on élevera *sb* perpendiculaire à l'axe, & par conſéquent parallele au rayon SB ; & du point *b* de la ſouſtilaire on tirera *ebn* perpendiculaire à la ſouſtilaire, ou, ce qui revient au même, parallele à l'équinoctiale EBN ; on aura une autre équinoctiale.

7°. On prendra la partie BA de la ſouſtilaire qui ſoit égale au rayon SB, & auſſi la partie *ba* égale à l'autre rayon équinoctial *sb*. Après cela des points A & *a*, comme centres, & d'un intervalle pris à volonté, on décrira deux circonférences. (Il eſt à propos qu'elles ſoient égales pour plus grande facilité). Enſuite on tirera des centres A & *a* des rayons aux points M & *m* qui couperont les circonférences dans certains points K & *k*. Enfin on diviſera chaque circonférence en 24 parties égales, en commençant par les points K & *k*.

8°. On tirera des centres des cercles aux points de diviſion des rayons qui ſoient prolongés, s'il eſt néceſſaire, afin que ceux du premier cercle rencontrent la premiere équinoctiale, & que ceux du ſecond rencontrent auſſi la ſeconde ; les points de diviſion dans l'une & l'autre équinoctiales ſeront des points horaires. Si donc on tire des lignes dont chacune paſſe par deux points correſpondans des équinoctiales, qui ſoient,

Fig. 19. par exemple, l'un & l'autre les points de dix heures; ces lignes seront des lignes horaires qu'il faudra marquer par des chifres qui désignent les heures que ces lignes doivent montrer. La seconde équinoctiale peut être indifféremment au-dessus ou au-dessous de la premiere. Si du point *s* on abbaisse la perpendiculaire *sp* sur la soustilaire, & qu'on attache aux points P & *p* des stiles perpendiculaires au plan dont les parties qui sont hors du mur soient égales aux hauteurs PS & *ps*, la verge de fer soutenue par les extrémités des stiles sera l'axe de ce Cadran; par conséquent son ombre marquera les heures en tombant sur les lignes horaires. L'ombre de l'extrémité de l'un & de l'autre stile peut aussi montrer les heures: car il est évident que ces extrémités sont des points de l'axe. Il reste à prouver que les lignes qui passent par des points correspondans des deux équinoctiales sont des lignes horaires.

Démonstration.

Il est certain par le Problême précédent que les points déterminés, sur l'une & sur l'autre équinoctiale par les rayons des deux cercles sont des points horaires, puisque les centres de ces cercles sont les centres diviseurs des deux équinoctiales. D'ailleurs c'est la même soustilaire & le même axe par rapport à l'une & à l'autre équinoctiales. Par conséquent les lignes horaires de ces deux équinoctiales doivent aussi être les mêmes. Ainsi les lignes qui passent par les points correspondants des deux équinoctiales sont des lignes horaires dont chacune a sa position déterminée par les deux points correspondants par lesquels elle passe.

221. Remarque. Quand on a un grand compas fait à la maniere ordinaire, on peut décrire avec facilité une seconde équinoctiale: car il ne s'agit que de tirer une parallele à la premiere équinoctiale : or il est facile de tirer une parallele à quelle distance on veut

de la premiere équinoctiale. Pour cet effet il faut marquer ſur la ſouſtilaire la diſtance B*b* que l'on veut mettre entre les deux équinoctiales ; & ayant pris l'ouverture du compas égale à cette diſtance B*b*, on met une de ſes pointes ſur la premiere équinoctiale à la plus grande diſtance qu'on peut de B, je ſuppoſe que ce ſoit au point N, puis on décrit un arc, comme XY, de ce point N comme centre. Si on tire du point *b* une ligne, comme *bn*, qui ſoit tangente de cet arc, ce ſera une parallele à la premiere équinoctiale. Cela eſt évident, puiſque le point de contact *n* eſt autant éloigné de la premiere équinoctiale que le point *b*. Fig. 19.

222. Afin que l'erreur inévitable dans la pratique ſoit la plus petite qu'il ſoit poſſible dans la deſcription des lignes horaires, il faut que la ſeconde équinoctiale ſoit aſſez éloignée de la premiere, ou plutôt à peu-près autant que le permettra la hauteur du plan du Cadran.

223. Nous parlerons dans le Problême ſuivant de la diſtance du ſoleil au méridien, cette diſtance eſt toujours connue pour toutes les heures, parce que le ſoleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident : ainſi cette diſtance eſt de 15 degrés à 11 heures avant midi & à une heure après midi ; elle eſt de 30 degrés à 10 heures du matin & à 2 heures du ſoir, &c.

PROBLÊME III.

224. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan avec la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires déterminés par le calcul ſur la ligne équinoctiale, pourvû que le centre du Cadran ne ſoit pas trop éloigné de l'horiſontale & de cette équinoctiale.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé par le calcul trois angles, dont le premier, qui eſt au centre du Cadran, eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire, le ſecond eſt l'élévation du pole ſur le plan du Cadran, &

Fig. 18. le troisiéme est la différence des longitudes. (On trouve ces angles par les Problêmes X, XI & XII). Nous supposerons aussi qu'il y a trois lignes décrites, la méridienne CM, la soustilaire CB & l'équinoctiale EN. Nous expliquerons à la suite de ce Problême comment on tire ces lignes, dont les deux premieres déterminent le centre du Cadran, puisque c'est l'intersection de la méridienne & de la soustilaire. Cela posé, si on connoissoit les points horaires sur l'équinoctiale, il faudroit tirer des lignes droites du centre du Cadran à ces points, & ce seroit les lignes horaires. Par conséquent il s'agit de trouver ces points horaires de l'équinoctiale. Or ces points sont déterminés par différentes parties de l'équinoctiale B1, B3, B10, &c. comprise entre la soustilaire & les rayons tirés du centre A aux points de division de la circonférence FKGI, que l'on suppose partagée en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O, qui sont les intersections de la circonférence avec deux rayons, dont l'un passe par le point de midi, & l'autre par celui de 6 heures. Il faut donc chercher quelle est la longueur des lignes B1, B3, B10, c'est-à-dire, combien elles contiennent de parties égales à celles dans lesquelles on suppose que la hauteur du stile SP est divisée. Pour cet effet on cherchera d'abord quel est le nombre des parties du rayon équinoctial SB ou AB: or on trouvera ce nombre par le triangle rectangle SPB, comme nous le dirons ensuite. Après cela on observera qu'il peut y avoir trois cas dans la détermination des segmens B1, B3, B10, &c. de l'équinoctiale: car ou le point horaire est situé entre la méridienne & la soustilaire; tel est le point 1; ou au-delà de la soustilaire par rapport à la méridienne, comme le point 3; ou au-delà de la méridienne par rapport à la soustilaire, comme le point de 10 heures. Dans le premier & le second cas l'angle BA1 & BA3 est la différence entre la distance du soleil au méridien & la

différence des longitudes. Dans le troisiéme cas l'angle BA10 est la somme de la distance du soleil au méridien & de la différence des longitudes. Que la différence des longitudes ou l'angle BAM soit, par exemple, de 43 degrés, l'angle BA1 dans le premier cas sera de 28^{d}, puisque le nombre 28 est la différence entre 15 & 43. [La distance du soleil, ou plutôt du centre du Soleil au méridien à une heure après midi est de 15^{d}.] L'angle BA3 dans le second cas sera de 2 degrés, parce qu'à trois heures après midi le soleil est éloigné du méridien de 45^{d}. Or la différence entre 45 & 43 est 2. Enfin l'angle BA10 dans le troisiéme cas est de 73^{d}, parce qu'à 10 heures avant midi le soleil est éloigné du méridien de 30 degrés. Or la somme de 30 & de 43 est 73. Fig. 18.

Tout cela étant présupposé, on trouvera les points horaires par l'analogie suivante, dont le troisiéme terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler, *Comme le sinus total est au nombre des parties que contient* AB *ou le rayon équinoctial* SB, *ainsi la tangente de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, est au nombre des parties du segment* B1, *ou* B3, *ou* B10 *de l'équinoctiale*. Il s'agit de prouver que cette analogie est vraie.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle AB1, ou AB3 ou AB10 on prend le côté AB pour rayon, dont le centre soit le point A, l'autre côté B1, ou B3 ou B10 sera la tangente de l'angle BA1, BA3, ou BA10, qui est la différence ou la somme de la distance du soleil au méridien, & de la différence des longitudes. Par conséquent il est certain que la proportion énoncée ci-dessus est vraie, (Préparation art. 10) puisqu'elle consiste en ce que l'on considere d'abord le côté AB comme rayon, ensuite comme contenant un certain nombre de parties, & que l'on regarde pareillement B1, ou B3, ou B10,

Fig. 18. comme tangente de l'angle BA1, ou BA3 ou BA10, & comme contenant un nombre de parties égales à celles de AB. Voici cette proportion: *Comme le ſinus total eſt au côté* AB, *ainſi la tangente de la différence ou de la ſomme ſuſdite eſt au nombre des parties du ſegment* B1, *ou* B3, *ou* B10.

Si donc on prend ſur l'échelle des parties égales du compas à verge, le nombre de parties qui eſt marqué par le quatriéme terme, & qu'on tranſporte la longueur que ces parties compoſent, du point B à un autre point de l'équinoctiale, ce ſecond point ſera celui par lequel doit paſſer la ligne horaire. Nous ſuppoſons que les parties du côté AB ou du rayon équinoctial BS & de la hauteur PS ſont égales à celles qui ſont marquées ſur l'échelle. Si la ligne équinoctiale ne peut être prolongée à la diſtance néceſſaire pour qu'on y marque tous les points horaires dont on a beſoin, il faudra mener une autre équinoctiale parallele à la premiere & plus près du centre, ſur laquelle on marquera les points qu'on n'a pû marquer ſur la premiere. Nous expliquerons cela plus amplement dans le Problême ſuivant.

Voici un exemple dans lequel nous ſuppoſons que l'angle CHL ou la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt de $48^{d}52'$, la déclinaiſon du plan PDL eſt de 35^{d} : dans cette hypothèſe on trouvera l'angle LCP entre la méridienne & la ſouſtilaire de $26^{d}\,36'$; l'angle PCS, qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, ſera de $32\;\;36'$. Enfin l'angle BAM, qui eſt la différence des longitudes, contiendra $42^{d}\;55'$. Si on ſuppoſe de plus que la hauteur du ſtile PS contient 1053 parties égales on trouvera par le triangle rectangle SPB dont l'angle PSB eſt égal à PCS (177) que le rayon équinoctial SB eſt de 1250 parties, on le trouvera, dis-je, par la proportion ſuivante dans laquelle on conſidere l'hypotenuſe SB, comme le ſinus total, & le point B comme centre, auquel cas la hauteur SP devient le ſinus de

l'angle SBP, complément de PSB : *Le sinus de SBP est au sinus total, comme la hauteur du stile est au rayon équinoctial.* Voici les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion dans notre exemple : 992555, 1000000, 302243 par lesquels on trouvera le 4me nombre 309688 log. de 1250. Cela posé, les différentes parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les points horaires renfermeront les nombres des parties égales que nous allons indiquer : B1 = 662 parties, B2 = 286, B3 = 45, B4 = 384, B5 = 784, B6 = 1344, B7 = 2359, B8 = 5450. Voilà pour les heures d'après midi : voici pour celles du matin, B11 = 1994, B10 = 4067, B9 = 34362. Toutes ces parties sont égales à celles de la hauteur du stile. Fig. 18.

225. On peut facilement abréger la peine du calcul qu'il faut faire pour trouver les parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les lignes horaires. Pour cet effet on prendra un rayon équinoctial qui ne contienne que 1000 parties ; & pour lors ce calcul des parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les différentes lignes horaires, est d'une extrême facilité, ou plutôt il se trouve tout fait dans les tables des sinus & des tangentes, pourvû que dans les triangles rectangles AB11, AB10, AB9 ; &c. pour les heures du matin, & AB1, AB2, AB3, &c. pour les heures du soir, on considere le côté AB = SB, comme rayon ou sinus total divisé en 1000 parties, & les côtés B11, B10, B9, ou B1, B2, B3, comme les tangentes des angles en A : supposons, par exemple, qu'il faille trouver B3. La hauteur du pole du lieu, & la déclinaison du plan étant posées telles que nous les avons marquées ci-dessus, l'angle BA3 est de 2d 5' : il faut donc chercher la tangente de cet angle que je trouve dans les tables de 3637 ou plutôt 3638 : mais comme ce nombre suppose le rayon divisé en 100000 parties, & que dans notre hypothèse on

Fig. 18. retranche les deux derniers zeros, puisqu'il ne contient que 1000 parties, il faut aussi ôter les deux derniers chifres du nombre trouvé 3638 dans les tables, ainsi B3 ne contient que 36 parties égales. On trouvera de même les autres parties de l'équinoctiale dont le rayon est 1000.

On pourroit aussi prendre, si on y étoit déterminé par quelque circonstance, un rayon équinoctial qui différeroit de 1000 parties égales par quelques aliquotes du nombre 1000, par exemple, un rayon de 1500 parties, lequel surpasse 1000 de 500, qui est la moitié de 1000 : dans ce cas pour avoir B3, il faudroit ajouter au nombre 36 la moitié de ce nombre, sçavoir 18, la somme 54 seroit la ligne B3. Il faut entendre la même chose des autres parties de l'équinoctiale.

Ce moyen d'abreger les calculs est de plus grande importance que tout autre dans la Gnomonique à cause de sa grande facilité : sans cela on seroit obligé de faire autant de calculs que l'on voudroit tracer de lignes horaires, c'est-à-dire, environ 25 ou 30 : il faudroit même répéter ces calculs pour s'assurer qu'on n'y a point fait de faute.

226. Nous allons donner un exemple de la maniere de calculer un Cadran en supposant la déclinaison du plan de 20ᵈ 30′ vers l'occident, & l'élévation du pole sur l'horison du lieu de 48ᵈ 43′. Ensuite nous exposerons comment on applique sur le plan ce que l'on a trouvé par le calcul. Il faut d'abord faire les trois analogies marquées dans les Problêmes X, XI & XII, pour trouver 1°. l'angle au centre du Cadran compris entre la méridienne & la soustilaire, 2°. la hauteur du pole sur le plan, 3°. la différence des longitudes. Les analogies étant faites, on verra que le premier de ces angles est 17ᵈ 6′, le second 38ᵈ 10′; le troisiéme 26ᵈ 28′. Après cela on prendra pour rayon équinoctial une ligne de 1000 parties, & on considerera que dans les triangles rectangles ABM, AB1, AB3, AB10, &c.

le côté AB, qui est égal au rayon équinoctial BS, étant regardé comme sinus total, l'autre côté BM, ou B1, ou B3, ou B11, &c. sera tangente de l'angle opposé, dont il faudra chercher le nombre des parties, en supposant le rayon ou sinus total de 1000. Ainsi ces tangentes sont les distances du point d'intersection B aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale. Cela posé, voici ces distances telles qu'on les trouve sans calcul dans la table des tangentes : la premiere est la distance BM de la soustilaire à la méridienne, ou la tangente de la différence des longitudes, qui est de 26 degrés 28 minutes. Fig. 18.

Distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale.

Pour le point de midi...	498	tang. de 26ᵈ 28′.
Après midi entre la méridienne & la soustilaire.		
pour le point de midi$\frac{1}{4}$.	418$\frac{1}{2}$	tang. de 22ᵈ 43′.
pour le point de midi$\frac{1}{2}$.	343$\frac{1}{2}$	tang. de 18ᵈ 58′.
pour le point de midi$\frac{3}{4}$.	272	tang. de 15ᵈ 13′.
pour le point de 1ʰ.	203	tang. de 11ᵈ 28′.
pour le point de 1ʰ$\frac{1}{4}$.	135$\frac{1}{2}$	tang. de 7ᵈ 43′.
pour le point de 1ʰ$\frac{1}{2}$.	69	tang. de 3ᵈ 58′.
pour le point de 1ʰ$\frac{3}{4}$.	3$\frac{1}{2}$	tang. de 0ᵈ 13′.
Après midi au-delà de la soustilaire.		
pour le point de 2ʰ.	61$\frac{1}{2}$	tang. de 3ᵈ 32′.
pour le point de 2ʰ$\frac{1}{2}$.	195	tang. de 11ᵈ 2′.
pour le point de 3ʰ.	335	tang. de 18ᵈ 32′.
pour le point de 3ʰ$\frac{1}{2}$.	488$\frac{1}{2}$	tang. de 26ᵈ 2′.
pour le point de 4ʰ.	662$\frac{1}{2}$	tang. de 33ᵈ 32′.
pour le point de 4ʰ$\frac{1}{2}$.	870	tang. de 41ᵈ 2′.
pour le point de 5ʰ.	1131$\frac{1}{2}$	tang. de 48ᵈ 32′.
pour le point de 5ʰ$\frac{1}{2}$.	1484$\frac{1}{2}$	tang. de 56ᵈ 2′.
pour le point de 6ʰ.	2008$\frac{1}{2}$	tang. de 63ᵈ 32′.
pour le point de 6ʰ$\frac{1}{2}$.	2910	tang. de 71ᵈ 2′.
pour le point de 7ʰ.	4930	tang. de 78ᵈ 32′.

Avant midi.

Pour le point de $11^{h}\frac{3}{4}$.	$582\frac{1}{2}$	tang. de 30^{d} $13'$.
pour le point de $11^{h}\frac{1}{2}$.	$673\frac{1}{2}$	tang. de 33^{d} $58'$.
pour le point de $11^{h}\frac{1}{4}$.	773	tang. de 37^{d} $43'$.
pour le point de 11^{h}.	$883\frac{1}{2}$	tang. de 41^{d} $28'$.
pour le point de $10^{h}\frac{3}{4}$.	$1007\frac{1}{2}$	tang. de 45^{d} $13'$.
pour le point de $10^{h}\frac{1}{2}$.	1149	tang. de 48^{d} $58'$.
pour le point de $10^{h}\frac{1}{4}$.	$1313\frac{1}{2}$	tang. de 52^{d} $43'$.
pour le point de 10^{h},	1509	tang. de 56^{d} $28'$,
pour le point de $9^{h}\frac{1}{2}$.	2047	tang. de 63^{d} $58'$.
pour le point de 9^{h}.	2983	tang. de 71^{d} $28'$.
pour le point de $8^{h}\frac{1}{2}$.	$5128\frac{1}{2}$	tang. de 78^{d} $58'$.
pour le point de 8^{h}.	16195	tang. de 86^{d} $28'$.

227. Si le plan déclinoit vers l'orient de la même quantité qu'il décline vers l'occident, on trouveroit même angle entre la souſtilaire & la méridienne, même hauteur du pole ſur le plan, même différence des longitudes: les diſtances de la souſtilaire aux points horaires de l'équinoctiale ſeroient auſſi les mêmes: la ſeule différence qu'il y auroit à obſerver par rapport à ces diſtances, c'eſt que celles qui ſont ici pour les heures avant midi ſeroient pour les heures du ſoir également éloignées de midi; & les diſtances qui ſont ici pour les heures du ſoir ſeroient pour celles du matin: par exemple, le nombre 1509 qui marque la diſtance de la ſouſtilaire au point de 10^{h} du matin, ſeroit celle de la ſouſtilaire au point de 2^{h} du ſoir.

Fig. 18. 228. Voici comment on trouve ces différentes tangentes. La différence des longitudes BAM eſt 26^{d} $28'$. Or l'angle BA1 eſt moindre de 15^{d} que la différence des longitudes, parce que le ſoleil faiſant ſon tour en 24 heures, il doit avancer de 15 deg. dans une heure. Ainſi il faut ôter 15^{d} de 26^{d} $28'$, afin d'avoir l'angle BA1, qui ſera par conſéquent de $11^{d}28'$: mais ſi le ſoleil parcourt 15^{d} dans une heure, il avance donc de 3^{d} $45'$ dans un quart-d'heure. Ainſi pour avoir l'angle en

A qui répond à midi un quart, il faut ôter $3^d 45'$ de 26^d 28′, on aura le reste $22^d 43'$. De même pour avoir l'angle A qui répond à midi & demi, il faut ôter $3^d 45'$ de $22^d 43'$, on aura le reste $18^d 58'$. Pareillement pour avoir l'angle en A, qui répond à midi trois quarts, il faut ôter $3^d 45'$ du dernier reste $18^d 58'$, on aura le nouveau reste $15^d 13'$; ainsi de suite jusqu'à la soustilaire, en ôtant pour chaque quart-d'heure $3^d 45'$ du reste précédent, en sorte qu'il ne restera plus que 13′ après l'angle qui répond à $1^h \frac{3}{4}$: & comme on ne peut retrancher $3^d 45'$ de 13′, il faut ôter 13′ de $3^d 45'$, le reste $3^d 32'$ sera la valeur de l'angle BA2, lequel sera au-delà de la soustilaire, par rapport à la méridienne. Pour avoir les angles suivans, il ne faudra plus retrancher, mais au contraire ajouter $3^d 45'$ au précédent. Ainsi, par exemple, l'angle correspondant à 2 heures $\frac{1}{4}$ est $7^d 17'$. Il en est de même des heures qui sont avant midi; c'est-à-dire, qu'il faut ajouter $3^d 45'$ à l'angle précédent. Si on ne vouloit marquer les heures que de demi en demi, il faudroit ajouter $7^d 30'$ à l'angle précédent, ou les retrancher de cet angle. Fig. 184

229. On peut voir aisément si on ne s'est pas trompé dans les soustractions ou les additions. Il faut pour les heures du soir qui sont au-delà de la soustilaire retrancher la différence des longitudes du nombre des degrés que le soleil a parcourus depuis midi jusqu'à l'heure proposée. Par exemple, s'il s'agit de sept heures du soir, on retranchera $26^d 28'$ de 105 degrés, le reste $78^d 32'$ est la valeur de l'angle BA7: & pour les heures du matin il faut ajouter la différence des longitudes au nombre de degrés que le soleil doit parcourir depuis l'heure proposée jusqu'à midi. Ainsi la valeur de l'angle BA8 qui répond à 8 heures du matin est $86^d 28'$. Il suffit d'appliquer cette preuve sur la premiere & la derniere heure que l'on veut marquer.

230. Enfin il faut encore, soit avant, soit après avoir trouvé les distances de la soustilaire aux différens points

Fig. 18. horaires, il faut dis-je, chercher la distance CB du centre à l'équinoctiale en cette maniere : L'angle BCS du triangle CSB rectangle en S étant de 38^{d} $10'$, son complément CBS sera de 51^{d} $50'$. Or le rayon équinoctial BS étant pris pour sinus total dont le point B soit le centre, la ligne CB sera la sécante de l'angle CBS : il faut donc chercher dans la table des sécantes quelle est celle de 51^{d} $50'$. En supposant le rayon de 1000 parties, on trouvera qu'elle en contient 1618 : ainsi dans le Cadran dont il s'agit, la distance du centre à l'équinoctiale doit être de 1618 parties de l'échelle.

On peut trouver aussi la distance CB par l'analogie suivante fondée sur le triangle CSB rectangle en S dont le côté SB est supposé de 1000 parties, & l'angle C est de 38^{d} $10'$. *Le sinus de l'angle* C *est au côté* SB *comme le sinus total est au côté* CB.

231. Tout ce calcul étant achevé, voici comment on en fait l'application sur le plan, dont toutes les lignes tirées pour trouver la déclinaison sont inutiles, excepté peut-être la verticale & l'horisontale.

1°. Il faut décrire une ligne verticale dans quel endroit du plan on voudra, ce sera la méridienne. Il est à propos qu'elle divise en deux parties égales la largeur du plan lorsque sa déclinaison est peu considérable, comme de 10 ou 12 degrés. Mais si cette déclinaison est grande, par exemple, de 40 ou 50 degrés, il est bon que la partie du plan sur laquelle on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires soit plus étendue que l'autre, sans cela les heures seroient trop serrées dans cette premiere partie, à moins que le plan ne fût extrêmement large.

2°. On choisit un point au haut de la méridienne & du plan, que l'on prend pour centre du Cadran, dans lequel on enfonce un clou, sur la tête duquel il y a un petit trou, afin d'y pouvoir arrêter le bout de l'axe qui doit être pointu.

3°. On

3°. On tirera du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle que l'on aura trouvé par le Problême X, ce ſera la ſouſtilaire. Il faut la tirer à gauche de la méridienne, ſi le plan que l'on ſuppoſe tourné vers le midi décline vers l'orient : mais on la tirera à droite, ſi le plan décline vers l'occident. Ce ſeroit le contraire ſi le plan regardoit le nord : dans notre exemple elle doit être tirée à droite, & faire avec la méridienne un angle de 17 deg. 6.

4°. On prendra ſur l'échelle des parties égales la diſtance CB du centre à l'équinoctiale, qui dans notre exemple eſt 1618 ; & on la portera ſur la ſouſtilaire, en mettant une des pointes du compas ſur le centre : enſuite du point B de cette ligne où aboutira cette diſtance, on élevera une perpendiculaire EBN ſur la même ligne, c'eſt-à-dire, ſur la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoctiale. Il eſt à propos d'enfoncer au point d'interſection B un petit clou à la tête duquel il y ait un trou peu profond, pour y mettre une pointe de compas.

5°. Enfin on prendra ſur l'équinoctiale avec le compas à verge les diſtances qu'on aura trouvées par le calcul depuis le point B juſqu'aux différens points horaires, & on marquera ces points. Mais à meſure qu'on les marquera, on tirera du centre du Cadran des lignes qui paſſeront par ces points, ce ſeront les lignes horaires. On verra dans le Problême ſuivant ce qu'il faut faire lorſque l'équinoctiale n'eſt pas aſſez longue pour y marquer tous les points horaires.

Après avoir décrit l'équinoctiale, & avant de tirer les lignes horaires, il eſt à propos de s'aſſurer ſi l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, eſt tel qu'il doit être, & ſi l'équinoctiale eſt tracée comme il faut. Or cela eſt facile : il n'y a qu'à voir ſi BM diſtance de la ſouſtilaire à la méridienne, priſe ſur l'équinoctiale, contient autant de parties qu'elle en doit avoir. Dans notre exemple, elle en doit contenir 498.

PROBLÊME IV.

232. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires trouvés par le calcul ſur deux lignes équinoctiales, ſoit que la diſtance du centre du Cadran aux lignes équinoctiales ſoit grande, ou qu'elle ſoit petite.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé trois angles par le calcul, 1°. celui qui eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire. 2°. La hauteur du pole ſur le plan du Cadran. 3°. La différence des longitudes. Nous ſuppoſons de même que l'on a tracé la méridienne, l'équinoctiale & la ſouſtilaire de la maniere que nous expliquerons à la ſuite de ce Problême.

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problême précédent, les parties de l'équinoctiale BI, BXI, BX, &c. qui ſont compriſes entre la ſouſtilaire & les points horaires. Fig. 20.

2°. On cherchera la diſtance du centre du Cadran à l'équinoctiale: le rayon BS étant ſuppoſé de 1000 parties, on la trouvera aiſément: car dans le triangle CBS rectangle en S, ſi on regarde BS comme le ſinus total dont le centre ſoit B, la ligne CB ſera la ſécante de l'angle CBS. Or on connoît l'angle BCS qui eſt la hauteur du pole ſur le plan; ainſi on a auſſi la valeur de l'angle CBS qui eſt ſon complément. Il faudra donc chercher dans la table des ſécantes quelle eſt celle de l'angle CBS, le rayon étant ſuppoſé de 1000 parties; cette ſécante ſera la diſtance CB. On peut auſſi trouver cette diſtance par l'analogie de l'art. 230.

3°. La diſtance CB du centre du Cadran à l'équinoctiale étant trouvée, on choiſira le point *b* dans la ſouſtilaire qui ſoit éloigné de l'équinoctiale d'une partie aliquote de la diſtance CB, par exemple du quart, du tiers ou de la moitié: le point *b* peut être pris tantôt plus, tantôt moins éloigné du centre que l'équinoctiale: enſuite il faudra tirer une ligne par le point *b* qui ſoit perpendiculaire à la ſouſtilaire ou parallele à l'équinoctiale: cette

parallele sera la seconde équinoctiale. Fig. 20.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde équinoctiale; supposons qu'elle est plus proche du centre du Cadran que la premiere, de sorte que la ligne C*b* soit la moitié de la distance CB; alors les parties de la seconde équinoctiale entre la soustilaire & les points horaires ne seront que la moitié des parties correspondantes de la premiere : par exemple, *b*11 de la seconde équinoctiale ne sera que la moitié de BXI, qui est la partie correspondante de la seconde. Par conséquent si BXI renferme 1200 parties égales de l'échelle, *b*11 en contiendra 600. On aura donc par là le point 11. On trouvera de la même maniere les points horaires de la seconde équinoctiale. Si la distance CB étoit quadruple de C*b*, la partie BXI seroit quadruple de *b*11; mais si la seconde équinoctiale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance B*b* soit, par exemple, la quatriéme partie de CB, alors il faut ajouter à BXI la quatriéme partie de cette longueur BXI, & prendre *b*11 égale à la somme de cette addition, le point 11 désignera le point de la onziéme heure dans la seconde équinoct. Si par exemple, BXI contient 1200 parties, *b*11 en renfermera 1500.

5°. On menera des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux équinoctiales, par exemple, par les points XI & 11, & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge.

Après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, il n'y a qu'un seul article de cette méthode qui ait besoin de preuve; sçavoir, pourquoi la partie *b*11 de la seconde équinoctiale, est plus courte ou plus longue que la ligne BXI de la premiere équinoctiale, sçavoir, de la quatriéme partie de BXI, en supposant que B*b* est la quatriéme partie de CB: c'est pourquoi nous donnons la démonstration suivante, dans laquelle nous supposons la ligne CB plus grande que C*b*.

DÉMONSTRATION.

Fig. 20. Le triangle bC11 eſt ſemblable au triangle BCXI, à cauſe des baſes paralleles b11 & BXI; ainſi Cb. CB :: b11. BXI. Or la ligne Cb eſt plus courte que CB de la quatriéme partie de la diſtance CB, puiſque Bb eſt le quart de CB; donc la baſe b11 eſt auſſi plus petite que BXI de la quatriéme partie de BXI: ainſi pour avoir b11, il faut retrancher de BXI la quatriéme partie de cette baſe BXI, & le reſte ſera b11.

233. Pour ce qui eſt des trois lignes principales, c'eſt-à-dire, de la méridienne, la ſouſtilaire & l'équinoctiale: voici comment il faut faire pour les tirer ſur le plan.

1°. On décrit la méridienne de maniere que quand la déclinaiſon du plan eſt de 40 ou 50 degrès & au-delà, la partie du plan qui eſt du côté où il faut tirer plus de lignes horaires, ſoit plus grande que l'autre, à moins que le plan n'ait une largeur très-conſidérable.

2°. Quant à l'équinoctiale, ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de cette ligne, ce qui arrive toujours lorſque la déclinaiſon du plan eſt fort grande, c'eſt-à-dire, environ de 70 degrés ou plus dans le climat de la France, il faudra opérer en cette maniere: On tirera d'un point d'en-bas de la méridienne une ligne qui faſſe avec cette méridienne un angle CMB égal au complément de l'angle MCB compris entre la méridienne & la ſouſtilaire; cette ligne ſera l'équinoctiale. Cet angle aigu CMB doit être du même côté de la méridienne que la ſouſtilaire.

3°. On prendra avec le compas à verge la diſtance MB, c'eſt-à-dire, la tangente de la différence des longitudes, qui eſt la partie de l'équinoctiale qui doit être entre la méridienne & la ſouſtilaire, & du point B on élevera une perpendiculaire ſur l'équinoctiale : ce ſera la ſouſtilaire. Dans l'exemple que nous allons donner cette diſtance ſera de 2663 parties, en prenant le rayon équinoctial ſeulement de 500 parties.

234. On suppose la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaison du plan de 76^d vers l'orient; & par conséquent on trouvera 1°. l'angle de la soustilaire avec la méridienne de $40^d\ 22'$; 2°. La hauteur du pole sur le plan de $9^d\ 10'$; 3°. La différence des méridiens de $79^d\ 22'$. Cela posé, voici les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale. Fig. 202

Pour le point de midi...	2663	tang. de $79^d\ 22'$.
Avant midi entre la Méridienne & la Soustilaire.		
pour le point de 11^h.	1042	tang. de $64^d\ 22'$.
pour le point de 10^h.	582	tang. de 49^d 22.
pour le point de 9^h.	342	tang. de 34^d 22.
pour le point de 8^h.	175	tang. de 19^d 22.
pour le point de 7^h.	38	tang. de 4^d 22.
Avant midi au-delà de la Soustilaire.		
pour le point de 6^h.	93	tang. de $10^d\ 38'$.
pour le point de 5^h.	240	tang. de 25^d 38.
pour le point de 4^h.	429	tang. de 40^d 38.
Après midi.		
pour le point de midi$\frac{1}{2}$.	9133	tang. de $86^d\ 52'$.

Voilà les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur la premiere équinoctiale. Pour avoir les distances correspondantes sur une seconde équinoctiale, il faut chercher (232, num. 2) la distance du centre à la premiere équinoctiale ; on la trouvera de 3138 parties, le rayon équinoctial étant supposé de 500 : on prendra ensuite B*b* égale à 1569, c'est-à-dire, à la moitié de 3138, & on tirera (221) par le point *b* une parallele à la premiere équinoctiale, ce sera la seconde : les distances de la soustilaire aux différens points horaires prises sur cette seconde équinoctiale seront les moitiés de celles qui leur répondent sur la premiere.

235. Il arrive fort souvent que le plan n'est pas assez grand, afin que l'on puisse prolonger la premiere équinoctiale, c'est-à-dire, la plus éloignée du centre autant qu'il est nécessaire, pour y marquer tous les points ho-

Fig. 20. raires. Dans ce cas il en faut tirer une troisiéme qui coupe en deux parties égales au point $2b$ la distance Cb depuis le centre jusqu'à la seconde équinoctiale, & alors les intervalles pris sur cette troisiéme équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différents points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans dans la seconde équinoctiale. Pareillement si on ne peut pas assez prolonger cette seconde équinoctiale, il en faut tirer une quatriéme qui partage la distance C$2b$ du centre à la troisiéme en deux parties égales, & les intervalles pris sur cette nouvelle équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différens points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans sur la 3me, ainsi de suite.

236. Il faut bien prendre garde que dans les Cadrans qui sont tournés au midi, jamais il ne doit y avoir de lignes horaires qui passent au-dessus d'une ligne horisontale qui soit tirée par le centre du Cadran : parce que l'ombre du soleil ne pourroit tomber sur ces lignes pendant le jour, c'est-à-dire, pendant que cet astre est sur l'horison. Pour entendre la raison de ce que nous avançons, il faut concevoir un stile perpendiculaire au plan qui soit enfoncé dans le centre du Cadran : comme ce stile se trouve dans le plan de l'horison, ou, ce qui revient au même, dans un plan parallele à l'horison, il s'ensuit que quand le soleil est à l'horison, soit qu'il se leve ou qu'il se couche, l'ombre de ce stile tombe sur la ligne horisontale qui passe par le centre & qui est formée par le même plan ; & par conséquent quand le soleil est au-dessus de l'horison, l'ombre du stile est toujours au-dessous de cette ligne horisontale. A plus forte raison l'ombre de l'axe ne peut jamais tomber au-dessus de la même ligne pendant le jour, puisque cet axe incline vers le bas. On verra dans le quatriéme Livre comment on trouve quelles sont les premieres & les dernieres heures que l'on peut marquer sur les Cadrans.

Nous déduirons encore du Problême suivant une autre méthode de tracer des Cadrans verticaux.

PROBLÊME V.

237. *Connoissant la différence des longitudes & la hauteur du pole sur le plan, ou l'angle compris entre la soustilaire & l'axe, trouver les angles contenus entre la soustilaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Problême, qui sont les mêmes que ceux du troisiéme : car ou les lignes horaires tombent entre la méridienne & la soustilaire, comme la ligne C1, ou elles sont du côté de la soustilaire opposé à la méridienne, comme la ligne C3, ou elles sont du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, comme la ligne C10. Dans les deux premiers cas il faut prendre la différence entre la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, & la différence des longitudes : mais dans le troisiéme cas il faut prendre la somme de la distance du soleil, & de la différence des longitudes : ensuite on fera la proportion suivante, dont le troisiéme terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler : *Comme le sinus total au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, de même la tangente de la différence ou de la somme exposée ci-dessus, à la tangente de l'angle au centre du Cadran entre la soustilaire & la ligne horaire proposée.* Fig. 21.

Nous démontrerons cette proportion de la même maniere que celle du troisiéme Problême du premier Livre article 50. Pour cet effet considérons d'abord comment on désigne la distance du soleil au méridien à une heure proposée. L'angle au centre diviseur de l'équinoctiale, par exemple, l'angle MA1 dont le côté AM se termine à l'intersection de la méridienne avec l'équinoctiale, & l'autre côté A1 aboutit au point 1 de cette équinoctiale, lequel point représente le lieu du soleil rapporté à l'équateur ; cette angle, dis-je, désigne la distance du soleil au méridien à l'instant d'une heure après midi : c'est la propriété du centre diviseur. Cela étant on détermine de la maniere suivante la différence ou la somme des angles dont la tangente est le troisiéme terme de la proportion.

Fig. 21. La différence des longitudes est toujours l'angle BAM, & dans le premier cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA1. Or la différence entre l'un & l'autre est l'angle BA1 : ainsi la tangente de ce troisiéme angle est le troisiéme terme de la proportion. Dans le second cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA3. Or la différence entre BAM & MA3 est l'angle BA3, dont par conséquent la tangente est le troisiéme terme de l'analogie. Dans le troisiéme cas la distance du soleil au méridien est MA10. Or la somme de BAM & de MA10 est BA10 : ainsi la tangente de ce dernier angle est le troisiéme terme de la proportion.

Ces tangentes sont B1, B3, B10, en considérant AB comme sinus total, & le point A comme centre. Mais si on prend CB pour rayon, & pour centre le point C, les parties B1, B3, B10 de l'équinoctiale seront les tangentes des angles BC1, BC3, BC10 qui sont compris entre la soustilaire & les lignes horaires C1, C3, C10. Cela posé, nous prouverons ainsi la proportion énoncée ci-dessus, en appliquant le raisonnement à la tangente C1.

Démonstration.

Le triangle rectangle CB1 donne la proportion CB. B1 : : S-T. T-BC1, c'est-à dire, CB *est à* B1 *comme le sinus total à la tangente de l'angle* BC1, puisque considérant CB comme rayon, le côté B1 est la tangente de cet angle. De même le triangle rectangle BA1 donne la proportion AB. B1 : : S-T. T-BA1. On aura donc CB×T-BC1=B1×S-T pour la premiere proportion, & AB×T-BA1=B1×S-T pour la seconde. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CB×T-BC1 & AB×T-BA1 sont égaux ; d'où on tire la nouvelle proportion (Arith. Liv. 2. art. 43.) CB. AB : : T-BA1. T-BC1. Mais par la construction BS=AB (65). On aura donc la proportion suivante, CB. BS : : T-BA1.

T-BCI. Or en prenant CB pour rayon, la ligne BS est le sinus de l'angle BCS formé par la soustilaire & l'axe. Ainsi la derniere proportion se réduit à celle-ci qu'il falloit prouver, *Le sinus total est au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, comme la tangente de l'angle* BA1 *qui est la différence entre la distance du soleil au méridien & la différence des longitudes, à la tangente de l'angle* BC1 *entre la soustilaire, & la ligne d'une heure.* Fig. 21.

Voici un exemple dans lequel on cherche l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure, en supposant la différence des longitudes de $42^d\ 55'$, & la hauteur du pole sur le plan de $32^d\ 36'$. L'angle dont la tangente est le 3me terme de la proportion dans cet exemple, vaut $27^d\ 55'$, puisque c'est la différence entre $42^d\ 55'$ & 15^d : ainsi les logarithmes des trois premiers termes seront les nombres 1000000, 973140, 972415, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on trouve le reste 945555, qui est la tangente artificielle de $15^d\ 56'$: c'est la valeur de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure.

239. Si la déclinaison du plan n'est pas trop grande, si, par exemple, elle n'excede pas environ 70 degrés dans le climat de la France, & qu'on ait un compas à verge sur lequel il y ait deux échelles, dont une contienne 2000 parties égales ou même davantage, & l'autre montre combien les cordes des différens arcs contiennent de ces parties, on pourra tracer un Cadran par le moyen de ce Problême. Pour cela on decrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon soit égal à la corde de 60^d. Après cela, il faut du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire pris pour centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle compris entre la soustilaire & quelque ligne horaire qu'on veut tirer, il faut, dis-je, de ce point, comme centre, & de cet intervalle décrire un arc qui coupe la circonférence ; le point d'inter-

Fig. 21. section de cet arc & de la circonférence sera le point par lequel doit passer la ligne horaire. Si donc on tire du centre du Cadran une ligne à ce point, on aura la ligne horaire qu'on cherche : par exemple, si on veut tracer la ligne C3, il faut (Prépar. art. 29) du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle BC3 décrire un arc qui coupe la circonférence : ensuite on tirera du centre du Cadran au point où l'arc coupe la circonférence, une ligne droite : ce sera la ligne de 3 heures après midi.

240. On peut par les angles des lignes horaires avec la soustilaire trouver ceux que font ces mêmes lignes avec la méridienne. Voici la méthode dont il faut se servir pour cet effet : ou les lignes horaires sont entre la méridienne & la soustilaire , ou au delà de cette soustilaire , ou enfin du côté de la méridienne opposé à la soustilaire. Dans le premier cas, il faut soustraire l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire de l'angle LCP ou MCB formé par la méridienne & la soustilaire; le reste sera l'angle compris entre la méridienne & la ligne horaire. Dans le second cas, il faut ajouter l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire à l'angle MCB, la somme sera l'angle cherché. Dans le troisiéme cas, il faut retrancher l'angle MCB de l'angle formé par la soustilaire & la ligne horaire, la différence sera l'angle cherché compris entre la méridienne & la ligne horaire.

Nous allons donner des exemples des trois cas, en supposant toujours la hauteur du pole du lieu de 48 degrés 52 minutes, & la déclinaison du plan de 35 degrés vers l'occident, ce qui fera trouver l'angle MCB de 26 degrés 36 minutes. L'angle BC1 compris entre la soustilaire CB & la ligne horaire C1 a été trouvé de 15 deg. 56'. J'ôte donc 15 deg. 56' de 26 deg. 36', le reste $10^d\,40'$ sera l'angle MC1. On trouvera pareillement que l'angle MC2 est de $19^d\,33'$, qui est la diffé-

rence entre 26^{d} 36′, & l'angle BC2 de 7^{d} 3′. L'angle MC3 appartient au second cas, ainsi j'ajoute 1^{d} 7′, qui est la valeur de l'angle BC3 à l'angle MCB, qui est de 26 deg. 36′, la somme 27 deg. 43′ sera l'angle MC3, les angles suivans MC4, MC5, MC6, &c. se trouveront de la même maniere. Enfin l'angle MC11 appartient au troisiéme cas; J'ôte donc 26 deg. 35′ de 40 deg. 41′, qui est la valeur de l'angle BC11, il reste 14^{d} 5′ pour la valeur de l'angle MC11. On trouvera de même les angles MC10, MC9, &c. Fig. 21.

241. Les angles des lignes horaires avec la méridienne étant connus, on peut tracer ces lignes par rapport à la méridienne, de la même maniere qu'on les trace par rapport à la soustilaire, comme nous l'avons expliqué art. 239. Nous allons ajouter deux Problêmes pour trouver les points horaires sur une ou deux horisontales, comme on les a trouvés sur une ou deux équinoctiales.

PROBLÊME VI.

242. *La déclinaison du plan étant connue avec la hauteur du pole sur l'horison, trouver par le calcul les points horaires sur la ligne horisontale.*

Pour entendre la raison de la pratique de ce Problême, il faut concevoir un Cadran horisontal fait pour la même hauteur du pole sur l'horison que le Cadran vertical; il faut concevoir, dis-je, ce Cadran horisontal enfoncé perpendiculairement dans le plan vertical, de maniere qu'il fasse par son intersection avec ce plan la ligne horisontale du Cadran vertical, & que la méridienne du Cadran horisontal aille rencontrer la méridienne du vertical: il faut de plus imaginer que le Cadran horisontal est assez enfoncé dans le plan vertical afin que le bout de l'axe du vertical entre dans le centre D de l'horisontal: (il faut concevoir la ligne DP perpendiculaire au plan du Cadran vertical) alors la perpendiculaire DP tirée du centre sur la ligne horisontale sera la hauteur du stile du Cadran vertical, & Fig. 22.

Fig. 22. chaque ligne horaire, comme DIII; du Cadran horisontal sera l'hypotenuse du triangle rectangle DPIII, dont le côté DP peut être considéré comme le rayon qui a pour centre D, auquel cas la partie PIII de la ligne horisontale sera la tangente de l'angle PDIII du Cadran horisontal. Cela posé, voici la méthode de trouver les points horaires sur la ligne horisontale.

Ces points horaires sont ou du même côté de la méridienne que la soustilaire, ou du côté opposé. Dans le premier cas on prendra la différence entre l'angle horaire du Cadran horisontal & la déclinaison du plan, & ce reste sera l'angle dont la tangente sera une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire cherché: ainsi en prenant sur l'horisontale la longueur de la tangente depuis le pied du stile, on aura le point horaire cherché. Dans le second cas il faut ajouter ensemble la déclinaison & l'angle horaire au centre du Cadran horisontal, la somme sera l'angle qui aura pour tangente une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire proposé. Ainsi en cherchant la longueur de cette tangente, & la prenant depuis le pied du stile en allant vers la méridienne, on aura le point horaire dont il s'agit.

Voici des exemples de cette pratique: supposons que la déclinaison du plan est de 35 degrés vers l'occident, que la hauteur du pole sur l'horison est de 48^{d} $50'$, & que la hauteur du stile contient 1250 parties égales à celles de l'échelle que l'on a, le point d'une heure après midi se trouvera en cette maniere: la déclinaison LDP est de 35^{d}, l'angle horaire horisontal LDI est de $11^{d}\ 24'$: par conséquent la différence est $23^{d}\ 36'$, qui a pour tangente 43689; je dirai donc, *Comme le sinus total* 100000 *à la tangente* 43689, *ainsi* 1250 *à un quatriéme terme qui sera* 546. Ainsi il faut prendre sur la ligne horisontale depuis le pied du stile P une longueur égale à 546 parties de l'échelle, l'ex-

trémité sera le point d'une heure. Pour le point de III heures, on ôtera la déclinaison 35 deg. de l'angle horaire LDIII, qui contient 36 deg. 58', le reste sera 1[d] 58', dont la tangente est 3435. Ainsi en faisant une proportion pareille à celle que nous venons de faire, on trouvera que PIII contient 43 parties égales de l'échelle. On peut remarquer que le point I est moins éloigné de la méridienne que la soustilaire & que le point III en est plus éloigné. Cela vient de ce que l'angle horaire LDI est plus petit que la déclinaison du plan; au lieu que l'autre angle LDIII est plus grand que cette déclinaison. Fig. 22.

Pour avoir le point de X[h] qui est du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, il faut ajouter la déclinaison 35 à l'angle horaire LDX de 23[d] 30', la somme sera 58[d] 30', dont la tangente est 163185. Par conséquent en faisant une proportion semblable aux deux précédentes, on trouvera PX = 2040.

L'éclaircissement que nous avons donné avant l'exposition de la pratique, en est une démonstration, c'est pourquoi nous n'en mettrons point ici.

243. Afin de trouver les parties PI, PIII, PX, &c. avec plus de facilité, il faut prendre une hauteur du stile qui contienne 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, ou au moins un nombre qui soit composé d'aliquotes de 1000, comme 500, 750, 1250, 1500, 1750, 2000, (1250 contient 1000 plus le quart de 1000: 1500 renferme 1000 plus la moitié de 1000: 1750 contient 1000 plus les 3 quarts de 1000.) Ensuite on cherchera quelle doit être la distance du centre au pied du stile en prenant cette hauteur. Or on trouvera facilement cette distance CP en supposant qu'on connoît la hauteur du pole sur le plan, c'est-à-dire, l'angle PCS, qui est de 32[d] 38' dans notre hypothèse, dans laquelle la déclinaison du plan est de 35 deg. & la latitude de 48 deg. 50'. Voici ce qu'il faut observer.

244. Dans le triangle rectangle CPS on peut pren-

Fig. 22. dre PS pour rayon ou pour ſinus total, dont le centre ſoit le point S, & pour lors la diſtance CP eſt la tangente de l'angle oppoſé CSP, qui eſt le complément de PCS : ainſi le côté PS qui eſt la hauteur du ſtile auſſi-bien que DP étant de 1000 parties, il n'y a qu'à chercher dans la table la tangente du complément de 32ᵈ 38′, que l'on trouvera de 156165, & retrancher les deux derniers chifres, on aura 1561, ou plus exactement 1562, à cauſe que le chifre ſuivant 6 eſt plus grand que 5 : ainſi la hauteur du ſtile étant 1000, la diſtance du centre au pied du ſtile eſt 1562.

On a retranché deux chifres de la tangente telle qu'elle eſt dans les tables, parce que le rayon 1000 eſt moindre de deux chifres que le rayon 100000, qui eſt celui qu'on a ſuppoſé dans la conſtruction des tables.

245. Cela poſé, il n'y aura plus de difficulté à chercher les tangentes des angles, car elles ſe trouvent dans la table des tangentes ſans aucun calcul, comme on vient de trouver celle de l'angle CSP : par exemple, la tangente de 58 deg. 30′ eſt 1632, que l'on trouve dans les tables en effaçant les deux derniers chifres. Or ces tangentes ſont les diſtances du pied du ſtile aux différens points horaires.

Si la hauteur du ſtile qu'on a priſe avoit été 1500, comme ce nombre contient 1000 plus la moitié de 1000, la diſtance CP, c'eſt-à-dire, la tangente de l'angle CSP auroit été 2343, qui eſt la ſomme de 1562 & de la moitié de ce nombre. De même la tangente de 58 deg. 30′ auroit été 2448, qui contient 1632 plus la moitié de ce nombre.

246. Lorſqu'on a trouvé dans les tables des tangentes, les nombres des parties égales que doit contenir la diſtance depuis le pied du ſtile juſqu'à chaque point horaire pris ſur l'horiſontale, il eſt facile de tracer le Cadran ; pourvû qu'outre la hauteur du pole ſur le plan, on connoiſſe encore l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne. On trouvera cet angle par le Pro-

blême X, art. 178 : après quoi on opérera de la maniere ſuivante.

1°. On tirera une ligne verticale que l'on prendra pour la méridienne, au haut de laquelle on choiſira un point que l'on regardera comme le centre du Cadran, que je ſuppoſe tourné vers le midi. Nous avons dit (216) comment la méridienne, d[illegible]tre ſituée par rapport à la largeur du plan.

2°. On décrira du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle qu'on aura trouvé par le dixiéme Problême, ce ſera la ſouſtilaire : elle doit être à gauche de la méridienne quand le plan décline vers l'orient, & à droite quand il décline vers l'occident : c'eſt le contraire dans les Cadrans du nord.

3°. On prendra ſur la ſouſtilaire la diſtance du centre C au pied du ſtile P (244), & on tirera de ce point une perpendiculaire ſur la méridienne ; ce ſera l'horiſontale cherchée, ſur laquelle on marquera les points horaires avec une échelle de parties égales, en prenant ſur cette horiſontale depuis le pied du ſtile des diſtances égales aux tangentes des différens angles.

4°. Enfin on tirera des lignes du centre du Cadran qui paſſent par ces différens points horaires ; ce ſeront les lignes horaires. Mais ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de l'horiſontale, il faut mener une parallele à l'horiſontale, & trouver enſuite ſur cette parallele qui eſt une ſeconde horiſontale, les points horaires, comme on va l'enſeigner dans le Problême ſuivant.

PROBLÊME VII.

247 *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon étant connues, décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horiſontales, quelle que ſoit la diſtance du centre du Cadran à la premiere horiſontale.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé par le calcul deux principaux angles, ſçavoir 1°, celui qui doit être contenu entre la méridienne & la ſouſtilaire. 2°. La hau-

Fig. 22. teur du pole ſur le plan. Cela poſé,

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problême précédent les parties de l'horiſontale PI, PIII, PX, &c. compriſes entre la ſouſtilaire & les points horaires.

2°. On cherchera auſſi par le calcul la partie CP de la ſouſtilaire compriſe entre le centre du Cadran & l'horiſontale. Or cette diſtance ſe trouvera aiſément par le triangle CPS rectangle en P, en prenant pour hauteur du ſtile, qui eſt PS, une ligne de 1000 parties égales à celles de l'échelle dont on ſe ſert : car alors ſi on conſidere SP pour rayon, dont le centre ſoit S, CP devient la tangente de l'angle CSP, qui eſt le complément de PCS, hauteur du pole ſur le plan.

3°. Ayant trouvé la diſtance CP du centre du Cadran au pied du ſtile, il faut choiſir un point *p* de la ſouſtilaire qui ſoit éloigné du pied du ſtile d'une partie aliquote de la diſtance CP, par exemple, de la quatriéme ou de la troiſiéme partie ou de la moitié, ſoit que ce point *p* ſoit plus près ou plus loin du centre du Cadran que P, & mener par ce point une parallele à cette premiere horiſontale; cette parallele ſera la ſeconde horiſontale.

4°. Il faut marquer les points horaires ſur cette ſeconde horiſontale. Suppoſons qu'elle ſoit plus proche du centre du Cadran que la premiere, en ſorte que la ligne C*p* ſoit la moitié de la diſtance CP, alors on trouvera les points horaires de la ſeconde horiſontale, en faiſant les intervalles entre la ſouſtilaire & ces points, moitiés des intervalles correſpondans ſur la premiere horiſontale : *p*3 par exemple, doit être la moitié de PIII.

Si la ſeconde horiſontale eſt plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la diſtance P*p* ſoit, par exemple, le quart de la diſtance CP, alors on ajoutera à l'intervalle PIII le quart de cet intervalle, & la ſomme ſera égale à *p*3 de la ſeconde horiſontale. Ainſi

PIII

PIII étant ſuppoſé de 400 parties égales ; *p3* en contiendra 500. Fig. 225

5°. Il faut mener des lignes droites qui paſſent par les points correſpondans des deux horiſontales, par exemple, par les points III & 3, & on aura les lignes horaires qui ſe couperont au centre du Cadran, ſi on les prolonge juſqu'à ce point.

La démonſtration de ce Problême eſt la même que celle que nous avons donnée pour une méthode ſemblable de trouver les points horaires ſur deux lignes équinoctiales.

248. Lorſque le centre du Cadran eſt hors du plan, ce qui arrive quand la déclinaiſon eſt trop grande, comme, par exemple, de 70^{d} ou davantage, alors il faut opérer de la maniere ſuivante pour décrire la ſouſtilaire : je ſuppoſe la méridienne & l'horiſontale tirées : on prend ſur l'horiſontale la partie LP égale à la tangente de l'angle PDL, qui eſt la déclinaiſon du plan ; & on tire par le point P une ligne CP qui faſſe avec l'horiſontale l'angle CPL égal au complément de l'angle au centre, compris entre la méridienne & la ſouſtilaire ; cette ligne CP ſera la ſouſtilaire qu'on cherche.

249. Si on ne peut marquer tous les points horaires ſur la premiere horiſontale, il en faut tirer une troiſiéme ; & s'ils ne peuvent être encore tous ſur la ſeconde horiſontale, on en mene une quatriéme ; ainſi de ſuite, en obſervant ce que l'on a dit (235) touchant les différentes équinoctiales que l'on eſt ſouvent obligé de tirer.

250. Ces deux Problêmes peuvent ſervir de preuves dans la pratique aux Problêmes correſpondans dans leſquels on emploie les équinoctiales au lieu des horiſontales, parce que les lignes horaires doivent paſſer tant par les points horaires des horiſontales, que par ceux des équinoctiales, en ſuppoſant qu'on prend le même point de la ſouſtilaire pour centre du Cadran. Mais il aut pour lors prendre garde à la diſtance qui doit

être ſur la ſouſtilaire entre l'équinoctiale & l'horiſontale ſelon les longueurs que l'on donne au rayon équinoctial
Fig. 21. & à la hauteur du ſtile. Voici comment on connoîtra cette diſtance : on cherchera par le triangle rectangle CSB (230) la ſécante CB de l'angle SBC, complément de SCB ou de la hauteur du pole ſur le plan; cette ſécante eſt la diſtance du centre à l'équinoctiale. On cherchera de même (244) par le triangle rectangle CPS la tangente CP de l'angle CSP, qui eſt auſſi le complément de la hauteur du pole ſur le plan. On retranchera enſuite la plus petite de ces diſtances de la plus grande, le reſte ſera le ſegment PB de la ſouſtilaire compris entre l'horiſontale & l'équinoctiale. Si on prend le rayon équinoctial SB & la hauteur SP du ſtile, l'un & l'autre de 1000 parties, & que l'angle SCP ſoit de $32^d\ 36'$, on trouvera la ſécante CB de 1856 parties, & la tangente CP de 1564; & par conſéquent PB ſera de 292 parties.

251. On voit bien qu'en prenant ainſi le hauteur du ſtile de même longueur que le rayon équinoctial, ces 2 lignes ne peuvent partir du même ſommet, parce que le ſommet du ſtile demeurant le même, le rayon équinoctial qui eſt oblique au plan doit être plus long que la hauteur du ſtile, laquelle eſt perpendiculaire au même plan : c'eſt pourquoi on ne pourroit trouver dans ce cas le ſegment PB par l'analogie de l'art. 183.

252. Il eſt ſouvent utile dans la pratique d'employer deux horiſontales pour certaines lignes horaires, ſçavoir, celles qui ſont fort éloignées de la ſouſtilaire, & deux équinoctiales pour d'autres lignes horaires du même Cadran fort écartées de la méridienne : ſans cela on feroit obligé de prendre deux équinoctiales trop pres l'une de l'autre pour les lignes horaires du premier cas, ou deux horiſontales trop peu diſtantes entr'elles pour celles du ſecond.

de l'échelle, b 11 en contiendra 600. On aura donc par-là le point 11. On trouvera de la même maniere les points horaires de la seconde équinoctiale. Si la distance CB étoit quadruple de Cb, la partie BXI seroit quadruple de b11. Mais si la seconde équinoctiale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance Bb soit, par exemple, la quatriéme partie de CB, alors il faut ajouter à BXI la quatriéme partie de cette longueur BXI, & prendre b11 égale à la somme de cette addition, le point 11 désignera le point de la onziéme heure dans la seconde équinoctiale. Si, par exemple, BXI contient 1200 parties, b11 en renfermera 15000. Fig. 20.

5°. On menera des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux équinoctiales, par exemple, par les points XI & 11, & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge.

Après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, il n'y a qu'un seul article de cette méthode qui ait besoin de preuve; sçavoir, pourquoi la partie b11 de la seconde équinoctiale est plus courte ou plus longue que la ligne BXI de la premiere équinoctiale, sçavoir, de la quatriéme partie de BXI, en supposant que Bb est la quatriéme partie de CB : c'est pourquoi nous donnons la démonstration suivante, dans laquelle nous supposons la ligne CB plus grande que Cb.

DÉMONSTRATION.

Le triangle bC11 est semblable au triangle BCXI, à cause des bases paralleles b11 & BXI; ainsi Cb . CB :: b11 . BXI. Or la ligne Cb est plus courte que CB de la quatriéme partie de la distance CB, puisque Bb est le quart de CB; donc la base b11 est aussi plus petite que BXI de la 4me partie de BXI: ainsi pour avoir b11, il faut retrancher de BXI la 4me partie de cette base BXI, & le reste sera b11.

Fig 20. 233. Pource qui eſt des 3 lignes principales, c'eſt-à-dire, de la méridienne, la ſouſtilaire & l'équinoct. voici comment il faut faire pour les tirer ſur le plan.

1°. On décrit la méridienne de maniere, que quand la déclinaiſon eſt de 40 ou 50 degrés & au-delà, la partie du plan qui eſt du côté où il faut tirer plus de lignes horaires, ſoit plus grande que l'autre, à moins que le plan n'ait une largeur très-conſidérable.

2°. Quant à l'équinoctiale, ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de cette ligne, ce qui arrive toujours lorſque la déclinaiſon du plan eſt fort grande, c'eſt-à-dire, environ de 70 degrés ou plus dans le climat de la France, il faudra opérer en cette maniere: On tirera d'un point d'en-bas de la méridienne une ligne qui faſſe avec cette méridienne un angle CMB égal au complément de l'angle MCB compris entre la méridienne & la ſouſtilaire; cette ligne ſera l'équinoctiale.

3°. On prendra avec le compas à verge la diſtance MB, c'eſt-à-dire, la tangente de la différence des longitudes, qui eſt la partie de l'équinoctiale qui doit être entre la méridienne & la ſouſtilaire, & du point B on élevera une perpendiculaire ſur l'équinoctiale: ce ſera la ſouſtilaire. Dans l'éxemple que nous allons donner cette diſtance ſera de 2663 parties, en prenant le rayon équinoctial ſeulement de 500 parties.

234. On ſuppoſe la latitude de 48^d $51'$, la déclinaiſon du plan de 76^d vers l'orient; & par conſéquent on trouvera 1° l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne de 40^d $22'$, 2°, La hauteur du pole ſur le plan de 9^d $10'$, 3°, La différence des méridiens de 79^d $22'$. Cela poſé, voici les diſtances de la ſouſtilaire aux différens points horaires pris ſur l'équinoctiale.

Pour le point de midi...	2663	tang. de 79^d $22'$.

Avant midi entre la Méridienne & la Souſtilaire.

pour le point de 11^h.	1042	tang. de 64^d $22'$.
pour le point de 10^h.	582	tang. de 49^d 22.

pour le point de 9^h. 342 tang. de 34^d 22′.
pour le point de 8^h. 175 tang. de 19^d 22.
pour le point de 7^h. 38 tang. de 4^d 22.

Avant midi au-delà de la Soustilaire.

pour le point de 6^h. 93 tang. de 10^d 38′.
pour le point de 5^h. 240 tang. de 25^d 38.
pour le point de 4^h. 429 tang. de 40^d 38.

Après midi.

pour le point de midi $\frac{1}{2}$. 9133 tang. de 86^d 52′.

Voilà les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur la premiere équinoctiale. Pour avoir les distances correspondantes sur une seconde équinoctiale, il faut chercher (232, num. 2) la distance du centre à la premiere équinoctiale; on la trouvera de 3138 parties, le rayon équinoctial étant supposé de 500: on prendra ensuite B*b* égale à 1569, c'est-à-dire, à la moitié de 3138, & on tirera (221) par le point *b* une parallele à la premiere équinoctiale, ce sera la seconde: les distances de la soustilaire aux différens points horaires prises sur cette seconde équinoctiale seront les moitiés de celles qui leur répondent sur la premiere.

235. Il arrive fort souvent que le plan n'est pas assez grand, afin que l'on puisse prolonger la premiere équinoctiale, c'est-à-dire, la plus éloignée du centre autant qu'il est nécessaire, pour y marquer tous les points horaires. Dans ce cas il en faut tirer une troisiéme qui coupe en deux parties égales au point 2*b* la distance C*b* depuis le centre jusqu'à la seconde équinoctiale, & alors les intervalles pris sur cette 3me équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différents points horaires seront les moitiés des intervalles correspondans dans la seconde équinoctiale. Pareillement si on ne peut pas assez prolonger cette seconde équinoctiale, il en faut tirer une quatriéme qui partage la distance C2*b* du centre à la troisiéme en deux parties

égales, & les intervalles pris ſur cette nouvelle équinoctiale depuis la ſouſtilaire juſqu'aux différens points horaires ſeront les moitiés des intervalles correſpondans ſur la troiſiéme, ainſi de ſuite.

236. Il faut bien prendre garde que dans les Cadrans qui ſont tournés au midi jamais il ne doit y avoir de lignes horaires qui paſſent au-deſſus d'une ligne horiſontale qui ſoit tirée par le centre du Cadran : parce que l'ombre du ſoleil ne pourroit tomber ſur ces lignes pendant le jour, c'eſt-à-dire, pendant que cet aſtre eſt ſur l'horiſon. Pour entendre la raiſon de ce que nous avançons, il faut concevoir un ſtile perpendiculaire au plan qui ſoit enfoncé dans le centre du Cadran : comme ce ſtile ſe trouve dans le plan de l'horiſon, ou, ce qui revient au même, dans un plan parallele à l'horiſon, il s'enſuit que quand le ſoleil eſt à l'horiſon, ſoit qu'il ſe leve ou qu'il ſe couche, l'ombre de ce ſtile tombe ſur la ligne horiſontale qui paſſe par le centre & qui eſt formée par le même plan ; & par conſéquent quand le ſoleil eſt au-deſſus de l'horiſon, l'ombre du ſtile eſt toujours au-deſſous de cette ligne horiſontale. A plus forte raiſon l'ombre de l'axe ne peut jamais tomber au-deſſus de la même ligne pendant le jour, puiſque cet axe incline vers le bas. On verra dans le 4me Livre comment on trouve quelles ſont les premieres & les dernieres heures que l'on peut marquer ſur les Cadrans.

Nous déduirons encore du Problême ſuivant une autre méthode de tracer des Cadrans verticaux.

PROBLÊME V.

237. *Connoiſſant la différence des longitudes & la hauteur du pole ſur le plan, ou l'angle compris entre la ſouſtilaire & l'axe, trouver les angles contenus entre la ſouſtilaire & les lignes horaires.*

Fig. 21. Il y a trois cas dans ce Problême, qui ſont les mêmes que ceux du précédent : car ou les lignes horaires tombent entre la méridienne & la ſouſtilaire, comme

la ligne C1, ou elles ſont du côté de la ſouſtilaire opposé à la méridienne, comme la ligne C3, ou elles ſont du côté de la méridienne opposé à la ſouſtilaire, comme la ligne C10. Dans les deux premiers cas il faut prendre la différence entre la diſtance du ſoleil au méridien à l'heure propoſée, & la différence des longitudes: mais dans le 3me cas il faut prendre la ſomme de la diſtance du ſoleil & de la différence des longitudes; enſuite on fera la proportion ſuivante, dont le troiſiéme terme eſt la tangente de la différence ou de la ſomme dont on vient de parler: *Comme le ſinus total au ſinus de l'angle entre la ſouſtilaire & l'axe, de même la tangente de la différence ou de la ſomme expoſée ci-deſſus, à la tangente de l'angle au centre du Cadran entre la ſouſtilaire & la ligne horaire propoſée.*

DÉMONSTRATION.

Il faut d'abord faire voir comment on détermine la la différence ou la ſomme dont la tangente eſt le 3me terme de cette proportion. La diſtance du ſoleil au méridien eſt meſurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire auquel répond le ſoleil. Mais cet arc eſt auſſi la meſure de l'angle au centre diviſeur de la ligne équinoctiale, par exemple, de l'angle MA3, dont le côté AM tend à l'interſection de la méridienne avec l'équinoct. & l'autre côté A3 aboutit au point 3 de l'équinoct. lequel point repréſente le lieu du ſoleil rapporté à l'équateur. C'eſt pourquoi la diſtance du ſoleil au méridien eſt déſignée par l'angle au centre diviſeur de l'équinoct. dont la baſe eſt, par exemple M3, qui eſt la partie de l'équinoct. compriſe entre la méridienne & le point 3, c'eſt-à-dire, l'interſection de la ligne équinoctiale avec la ligne horaire de trois heures. Cela poſé, on détermine facilement la différence ou la ſomme des angles de laquelle la tangente eſt le troiſiéme terme de notre proportion. Fig. 21.

La différence des longitudes eſt toujours l'angle

BAM, & dans le 1er cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt l'angle MA1. Or la différence entre l'un & l'autre eſt l'angle BA1 : ainſi la tangente de ce 3me angle eſt le troiſiéme terme de la proportion. Dans le ſecond cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt l'angle MA3. Or la différence entre BAM & MA3 eſt l'angle BA3, dont par conſéquent la tangente eſt le troiſiéme terme de l'analogie. Dans le troiſiéme cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt MA10. Or la ſomme de BAM & de MA10 eſt BA10 : ainſi la tangente de ce dernier angle eſt le 3me terme de la proportion.

Or dans ces trois cas ſi on prend la ligne CB pour rayon, & le point C pour centre, les parties de l'équinoctiale B1, B3, B10 ſeront les tangentes des angles BC1, BC3, BC10, qui ſont compris entre la ſouſtilaire & les lignes horaires C1, C3, C10. De plus dans le triangle rectangle CSB le côté BS eſt le ſinus de l'angle BCS compris entre la ſouſtilaire & l'axe, le côté CB étant toujours conſidéré comme rayon. Or par la conſtruction AB=BS ; ainſi dans la proportion qu'il faut prouver le ſecond & le 4me termes ſuppoſent le même rayon, ſçavoir CB : pareillement le premier & le troiſiéme termes ſuppoſent auſſi un même rayon qui eſt AB. Voici cette proportion tirée des triangles rectangles AB1, AB3, AB10, *Le ſinus total eſt au ſinus de l'angle entre la ſouſtilaire & l'axe, comme la tangente de la différence ou de la ſomme expoſée ci-deſſus, à la tangente de l'angle entre la ſouſtilaire & la ligne horaire propoſée.* C'eſt comme ſi l'on diſoit, Si le ſinus total AB contient un certain nombre de parties de CB, ſçavoir, celui qu'on trouve dans les tables pour le ſinus de l'angle BCS, combien la tangente de l'angle en A contient-il de ces parties.

Voici un exemple dans lequel on cherche l'angle compris entre la ſouſtilaire & la ligne d'une heure, en ſuppoſant la différence des longitudes de 42^{d} 55', & la hauteur du pole ſur le plan de 32^{d} 36'. L'angle dont la

tangente est le 3me terme de la proportion dans cet éxemple vaut $27^d\ 55'$, puisque c'est la différence entre $42^d\ 55'$ & 15^d : ainsi les logarithmes des 3 premiers termes seront les nombres 1000,000,973140,972415, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on trouve le reste 945555, qui est la tangente artificielle de $15^d\ 56'$: c'est la valeur de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure.

238. La proportion de ce Problême est différente de celle qui a été prouvée dans le troisiéme Problême, en ce que le côté AB a été considéré en second lieu dans ce troisiéme Problême, comme une ligne qui contient un certain nombre de parties égales à celles de la hauteur du stile, au lieu que dans le présent Problême on regarde en second lieu le côté AB comme le sinus de l'angle compris entre la soustilaire & l'axe. Fig. 21.

239. Si la déclinaison du plan n'est pas trop grande, si, par éxemple, elle n'excede pas environ 70 degrés dans le climat de la France, & qu'on ait un compas à verge sur lequel il y ait deux échelles, dont une contienne 2000 parties égales ou même davantage, & l'autre montre combien les cordes des différens arcs contiennent de ces parties, on pourra tracer un Cadran par le moyen de ce Problême. Pour cela on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon soit égal à la corde de 60 degrés. Après cela, il faut du point d'interfection de la circonférence & de la soustilaire pris pour centre & d'un intervalle égal à la corde de l'angle compris entre la soustilaire & quelque ligne horaire qu'on veut tirer, il faut, dis-je, de ce point, comme centre, & de cet intervalle décrire un arc qui coupe la circonférence;le point d'intersection de cet arc & de la circõférence sera le point par lequel doit passer la ligne horaire. Si donc on tire du centre du Cadran une ligne à ce point, on aura la ligne horaire qu'on cherche : par éxemple, si on veut

tracer la ligne C3, il faut (Prépar. art. 29) du point d'interſection de la circonférence & de la ſouſtilaire, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle BC3 décrire un arc qui coupe la circonférence : enſuite on tirera du centre du Cadran au point où l'arc coupe la circonférence, une ligne droite : ce ſera la ligne de 3 heures après midi.

240. On peut par les angles des lignes horaires avec la ſouſtilaire trouver ceux que font ces mêmes lignes avec la méridienne. Voici la méthode dont il faut ſe ſervir pour cet effet : ou les lignes horaires ſont entre la méridienne & la ſouſtilaire, ou au-delà de cette ſouſtilaire, ou enfin du côté de la méridienne oppoſé à la ſouſtilaire. Dans le premier cas il faut ſouſtraire l'angle compris entre la ſouſtilaire & la ligne horaire de l'angle LCP ou MCB formé par la méridienne & la ſouſtilaire; le reſte ſera l'angle compris entre la méridienne & la ligne horaire. Dans le ſecond cas, il faut ajouter l'angle compris entre la ſouſtilaire & la ligne horaire à l'angle MCB, la ſomme ſera l'angle cherché. Dans le 3me cas, il faut retrancher l'angle MCB de l'angle formé par la ſouſtilaire & la ligne horaire, la différence ſera l'angle cherché compris entre la méridienne & la ligne horaire.

Nous allons donner des exemples des trois cas, en ſuppoſant toujours la hauteur du pole du lieu de 48^{d} 52′, & la déclinaiſon du plan de 35^{d} vers l'occident, ce qui fera trouver l'angle MCB de 26^{d} 36′. L'angle BC1 compris entre la ſouſtilaire CB & la ligne horaire C1 a été trouvé de 15^{d} 56′. J'ôte donc 15^{d} 56′ de 26^{d} 36′, le reſte 10^{d} 40′ ſera l'angle MC1. On trouvera pareillement que l'angle MC2, eſt de 19^{d} 33′, qui eſt la différence entre 26^{d} 36′, & l'angle BC2 de 7^{d} 3′. L'angle MC3 appartient au ſecond cas, ainſi j'ajoute 1^{d} 7′, qui eſt la valeur de l'angle BC3 à l'angle MCB, qui eſt de 26 deg. 36′ la ſomme 27 deg. 43′ ſera l'angle MC3

les angles ſuivans MC4, MC5, MC6, &c. ſe trouveront de la même maniere. Enfin l'angle MC11 appartient au troiſiéme cas; J'ôte donc 26 deg. 36′ de 40 deg. 41′, qui eſt la valeur de l'angle BC11, il reſte 14ᵈ 5′ pour la valeur de l'angle MC11. On trouvera de même les angles MC10, MC9, &c.

241. Les angles des lignes horaires avec la méridienne étant connus, on peut tracer ces lignes par rapport à la méridienne, de la même maniere qu'on les trace par rapport à la ſouſtilaire, comme nous l'avons expliqué art. 239. Nous allons ajouter deux Problêmes pour trouver les points horaires ſur une ou deux horiſontales, comme on les a trouvés ſur une ou deux équinoctiales.

PROBLÊME VI.

242. *La déclinaiſon du plan étant connue avec la hauteur du pole ſur l'horiſon, trouver par le calcul les points horaires ſur la ligne horiſontale.*

Pour entendre la raiſon de la pratique de ce Problême, il faut concevoir un Cadran horiſontal fait pour la même hauteur du pole ſur l'horiſon que le Cadran vertical; il faut concevoir, dis-je, ce Cadran horiſontal enfoncé perpendiculairement dans le plan vertical, de maniere qu'il faſſe par ſon interſection avec ce plan la ligne horiſontale du Cadran vertical, & que la méridienne du Cadran horiſontal aille rencontrer la méridienne du vertical: il faut de plus imaginer que le Cadran horiſontal eſt aſſez enfoncé dans le plan vertical afin que le bout de l'axe du vertical entre dans le centre D de l'horiſontal: (il faut concevoir la ligne DP perpendicul. au plan du Cadran vertical) alors la perpendicul. DP tirée du centre ſur la ligne horiſontale ſera la hauteur du ſtile du Cadran vertical, & chaque ligne horaire, comme DIII, du Cadran horiſontal ſera l'hypotenuſe du triangle rectangle DPIII, dont le côté DP peut être conſideré comme le Fig. 22.

Fig. 22. rayon qui a pour centre D, auquel cas la partie PIII de la ligne horiſontale ſera la tangente de l'angle DPIII du Cadran horiſontal. Cela poſé, voici la méthode de trouver les points horaires ſur la ligne horiſontale.

Ces points horaires ſont ou du même côté de la méridienne que la ſouſtilaire, ou du côté oppoſé. Dans le premier cas on prendra la différence entre l'angle horaire du Cadran horiſontal & la déclinaiſon du plan, & ce reſte ſera l'angle dont la tangente ſera une partie de la ligne horiſontale, laquelle partie ſera compriſe entre le pied du ſtile & le point horaire cherché : ainſi en prenant ſur l'horiſontale la longueur de la tangente depuis le pied du ſtile, on aura le point horaire cherché. Dans le ſecond cas il faut ajouter enſemble la déclinaiſon & l'angle horaire au centre du Cadran horiſontal, la ſomme ſera l'angle qui aura pour tangente une partie de la ligne horiſontale, laquelle partie ſera compriſe entre le pied du ſtile & le point horaire propoſé. Ainſi en cherchant la longueur de cette tangente, & la prenant depuis le pied du ſtile en allant vers la méridienne, on aura le point horaire dont il s'agit.

Voici des éxemples de cette pratique : ſuppoſons que la déclinaiſon du plan eſt de 35 deg. vers l'occident, que la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt de 48^{d} $50'$, & que la hauteur du ſtile contient 1250 parties égales à celles de l'échelle que l'on a, le point d'une heure après midi ſe trouvera en cette maniere : la déclinaiſon LDP eſt de 35^{d}, l'angle horaire horiſontal LDI eſt de 11^{d} $24'$: par conſéqueut la différence eſt 23^{d} $36'$, qui a pour tangente 43689 ; je dirai donc, *Comme le ſinus total* 100000 *à la tangente* 43689, *ainſi* 1250 *à un quatriéme terme qui ſera* 546. Ainſi il faut prendre ſur la ligne horiſontale depuis le pied du ſtile P une longueur égale à 546 parties de l'échelle, l'extrémité ſera le point d'une heure. Pour le point de III

heures, on ôtera la déclinaiſon 35 deg. de l'angle horaire LDIII, qui contient 36 deg. 58′, le reſte ſera 1ᵈ 58′, dont la tangente eſt 3435. Ainſi en faiſant une proportion pareille à celle que nous venons de faire, on trouvera que PIII contient 43 parties égales de l'échelle. On peut remarquer que le point I eſt moins éloigné de la méridienne que la ſouſtilaire & que le point III en eſt plus éloigné. Cela vient de ce que l'angle horaire LDI eſt plus petit que la déclinaiſon du plan; au lieu que l'autre angle LDIII eſt plus grand que cette déclinaiſon.

Pour avoir le point de X^h qui eſt du côté de la méridienne oppoſé à la ſouſtilaire, il faut ajouter la déclinaiſon 35 à l'angle horaire LDX de $23^d\ 30'$, la ſomme ſera $58^d\ 30'$, dont la tangente eſt 163185. Par conſéquent en faiſant une proportion ſemblable aux deux précédentes, on trouvera PX=2040.

L'éclairciſſement que nous avons donné avant l'expoſition de la pratique, en eſt une démonſtration, c'eſt pourquoi nous n'en mettrons point ici.

243. Afin de trouver les parties PI, PIII, PX, &c. avec plus de facilité, il faut prendre une hauteur du ſtile qui contienne 1000 parties égales de l'échelle dont on ſe ſert, ou au moins un nombre qui ſoit compoſé d'aliquotes de 1000, comme 500, 750, 1250, 1500, 1750, 2000, (1250 contient 1000 plus le quart de 1000 : 1500 renferme 1000 plus la moitié de 1000: 1750 contient 1000 plus les 3 quarts de 1000.) Enſuite on cherchera quelle doit être la diſtance du centre au pied du ſtile en prenant cette hauteur. Or on trouvera facilement cette diſtance CP en ſuppoſant qu'on connoît la hauteur du pole ſur le plan, c'eſt-à-dire, l'angle PCS, qui eſt de $32^d\ 38'$ dans notre hypothèſe, dans laquelle la déclinaiſon du plan eſt de 35 deg. & la latitude de 48 deg. 50′. Voici ce qu'il faut obſerver.

244. Dans le triangle rectangle CPS on peut pren-

dre PS pour rayon ou pour ſinus total, dont le centre ſoit le point S, & pour lors la diſtance CP eſt la tangente de l'angle oppoſé CSP, qui eſt le complément de PCS : ainſi le côté PS étant de 1000 parties, il n'y a qu'à chercher dans la table la tangente du complement de 32^{d} 38′, que l'on trouvera de 15,616,540, & retrancher les quatre derniers chifres, on aura 1561, ou plus éxactement 1562, à cauſe que le chifre ſuivant 6 eſt plus grand que 5 : ainſi la hauteur du ſtile étant 1000, la diſtance du centre au pied du ſtile eſt 1562.

On a retranché quatre chifres de la tangente telle qu'elle eſt dans les tables, parce que le rayon 1000 eſt moindre de 4 chifres que le rayon 1000 000, qui eſt celui qu'on a ſuppoſé dans la conſtruction des tables.

245. Cela poſé, il n'y aura plus de difficulté à chercher les tangentes des angles, car elles ſe trouvent dans la table des tangentes ſans aucun calcul, comme on vient de trouver celle de l'angle CSP : par éxemple, la tangente de 58 deg. 30′ eſt 1632, que l'on trouve dans les tables en effaçant les quatre derniers chifres. Or ces tangentes ſont les diſtances du pied du ſtile aux différens points horaires.

Si la hauteur du ſtile qu'on a priſe avoit été 1500, comme ce nombre contient 1000 plus la moitié de 1000, la diſtance CP, c'eſt-à-dire, la tangente de l'angle CSP auroit été 2343, qui eſt la ſomme de 1562 & de la moitié de ce nombre. De même la tangente de 58 deg. 30′ auroit été 2448, qui contient 1632 plus la moitié de ce nombre.

246. Lorſqu'on a trouvé dans les tables des tangentes, les nombres des parties égales que doit contenir la diſtance depuis le pied du ſtile juſqu'à chaque point horaire pris ſur l'horiſontale, il eſt facile de tracer le Cadran; pourvû que outre la hauteur du pole ſur le plan, on connoiſſe encore l'angle de la ſouſtilaire

avec la méridienne. On trouvera cet angle par le Problême X, art. 184 : après quoi on opérera de la maniere ſuivante.

1°. On tirera une ligne verticale que l'on prendra pour la méridienne, au haut de laquelle on choiſira un point que l'on regardera comme le centre du Cadran, que je ſuppoſe tourné vers le midi. Nous avons dit (216) comment la méridienne doit être ſituée par rapport à la largeur du plan.

2°. On décrira du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle qu'on aura trouvé par le dixiéme Problême, ce ſera la ſouſtilaire : elle doit être à gauche de la méridienne quand le plan décline vers l'orient, & à droite quand il décline vers l'occident : c'eſt le contraire dans les Cadrans du nord.

3°. On prendra ſur la ſouſtilaire la diſtance du centre C au pied du ſtile P (244) & on tirera de ce point une perpendiculaire ſur la méridienne ; ce ſera l'horiſontale cherchée, ſur laquelle on marquera les points horaires avec une échelle de parties égales, en prenant ſur cette horiſontale depuis le pied du ſtile des diſtances égales aux tangentes des différens angles.

4°. Enfin on tirera des lignes du centre du Cadran qui paſſent par ces différens points horaires ; ce ſeront les lignes horaires. Mais ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de l'horiſontale, il faut mener une parallele à l'horiſontale, & trouver enſuite ſur cette parallele, qui eſt une ſeconde horiſontale, les points horaires, comme on va l'enſeigner dans le Problême ſuivant.

PROBLÊME VII.

247. *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon étant connues, décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horiſontales, quelle que ſoit la diſtance du centre du Cadran à la premiere horiſontale.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé par le calcul deux principaux angles, ſçavoir 1°. celui qui doit être con-

tenu entre la méridienne & la soustilaire. 2o. La hauteur du pole sur le plan. Cela posé,

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le
Fig. 22. Problême précédent les parties de l'horisontale PI, PIII, PX, &c. comprises entre la soustilaire & les points horaires.

2°. On cherchera aussi par le calcul la partie CP de la soustilaire comprise entre le centre du Cadran & l'horisontale. Or cette distance se trouvera aisément par le triangle CPS rectangle en P, en prenant pour hauteur du stile, qui est PS, une ligne de 1000 parties égales à celles de l'échelle dont on se sert: car alors si on considere SP pour rayon, dont le centre soit S, CP devient la tangente de l'angle CSP, qui est le complément de PCS, hauteur du pole sur le plan.

3°. Ayant trouvé la distance CP du centre du Cadran au pied du stile, il faut choisir un point *p* de la soustilaire qui soit éloigné du pied du stile d'une partie aliquote de la distance CP, par exemple, de la quatriéme ou de la troisiéme partie ou de la moitié, soit que ce point *p* soit plus près ou plus loin du pied du stile, & mener par ce point une parallele à cette premiere horisontale; cette parallele sera la seconde horisontale.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette secōde horisontale. Supposons qu'elle soit plus proche du centre du Cadran que la premiere, en sorte que la ligne C*p* soit la moitié de la distance CP, alors on trouvera les points horaires de la seconde horisontale, en faisant les intervalles entre la soustilaire & ces points, moitiés des intervalles correspondans sur la premiere horisontale: *p*3 par exemple, doit être la moitié de PIII.

Si la seconde horisontale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance P*p* soit, par exemple, le quart de la distance CP, alors on

ajoutera à l'intervalle PIII le quart de cet intervalle, & la ſomme ſera égale à *p3* de la ſeconde horiſontale. Ainſi PIII étant ſuppoſé de 400 parties égales, *p3* en contiendra 500.

5°. Il faut mener des lignes droites qui paſſent par les points correſpondans des deux horiſontales, par éxemple, par les points III & 3, & on aura les lignes horaires qui ſe couperont au centre du Cadran, ſi on les prolonge juſqu'à ce point.

La démonſtration de ce Problême eſt la même que celle que nous avons donnée pour une méthode ſemblable de trouver les points horaires ſur deux lignes équinoctiales.

248. Lorſque le centre du Cadran eſt hors du plan, ce qui arrive quand la déclinaiſon eſt trop grande, comme, par éxemple, de 70^{d} ou davantage, alors il faut opérer de la maniere ſuivante pour décrire la ſouſtilaire: je ſuppoſe la méridienne & l'horiſontale tirées: on prend ſur l'horiſontale la partie LP égale à la tangente de l'angle PDL, qui eſt la déclinaiſon du plan; & on tire par le point P une ligne CP qui faſſe avec l'horiſontale l'angle CPL égal au complément de l'angle au centre, compris entre la méridienne & la ſouſtilaire; cette ligne CP ſera la ſouſtilaire qu'on cherche.

249. Si on ne peut marquer tous les points horaires ſur la premiere horiſontale, il en faut tirer une troiſiéme; & s'ils ne peuvent être encore tous ſur la ſeconde horiſontale, on en mene une quatriéme; ainſi de ſuite, en obſervant ce que l'on a dit (235) touchant les différentes équinoctiales que l'on eſt ſouvent obligé de tirer.

250. Ces 2 Problêmes peuvent ſervir de preuves dans la pratique aux Problêmes correſpondans dans leſquels on emploie les équinoctiales au lieu des horiſontales, parce que les lignes horaires doivent paſſer tant par les points horaires des horiſontales, que par ceux des équinoctiales, en ſuppoſant qu'on prend le même

point de la soustilaire pour centre du Cadran. Mais il faut pour lors prendre garde à la distance qui doit être sur la soustilaire entre l'équinoctiale & l'horisontale selon les longueurs que l'on donne au rayon équi-
Fig. 21. noctial & à la hauteur du stile. Voici comment on connoîtra cette distance : on cherchera par le triangle rectangle CSB (230) la sécante CB de l'angle SBC, compl. de SCB ou de la hauteur du pole sur le plan; cette sécante est la distance du centre à l'équinoctiale. On cherchera de même (244) par le triangle rectangle CPS la tangente CP de l'angle CSP, qui est aussi le complément de la hauteur du pole sur le plan. On retranchera ensuite la plus petite de ces distances de la plus grande, le reste sera le segment PB de la soustilaire compris entre l'horisontale & l'équinoctiale. Si on prend le rayon équinoctial SB & la hauteur SP du stile, l'un & l'autre de ces 1000 parties, & que l'angle SCP soit de $32^{d}\ 36'$, on trouvera la sécante CB de 1856 parties, & la tangente CP de 1564; & par conséquent PB sera de 292 parties.

251. On voit bien qu'en prenant ainsi la hauteur du stile de même longueur que le rayon équinoct. ces 2 lignes ne peuvent partir du même sommet, parce que le sommet du stile demeurant le même, le rayon équinoctial qui est oblique au plan doit être plus long que la hauteur du stile, laquelle est perpendiculaire au même plan : c'est pourquoi on ne pourroit trouver dans ce cas le segment PB par l'analogie de l'art. 183.

252. Il est souvent utile dans la pratique d'emploïer deux horisontales pour certaines lignes horaires, sçavoir, celles qui sont fort éloignées de la soustilaire, & deux équinoctiales pour d'autres lignes horaires du même Cadran fort écartées de la méridienne : sans cela on seroit obligé de prendre 2 équinoct. trop près l'une de l'autre pour les lignes horaires du 1[r] cas, ou 2 horisontales trop peu distantes entr'elles pour celles du second.

253. Lorſqu'il y a déja ſept lignes horaires tirées de ſuite, on peut tracer toutes les autres indépendamment des équinoxiales & des horiſontales, en ſe ſervant de la méthode preſcrite à l'art. 16 du premier Livre, laquelle conſiſte à tirer une ligne, comme OR, parallele à celle de 9 heures (je ſuppoſe que les ſept lignes tirées ſont celles de 9, de 10, de 11, de 12, de 1, de 2, & de 3 heures) en ſorte que cette parallele coupe les lignes de 3 heures, de 2 & de 1, les points Q & O de la parallele autant éloignés de la ligne de 3 heures que les interſections T & R de la même parallele avec les lignes de 2^h & de 1^h: ces points, dis-je, ſeront ceux par leſquels doivent paſſer les lignes de 4 & de 5 heures du ſoir. Si donc on tire des lignes du centre du Cadran à ces points, ce ſeront les lignes horaires que nous venons de nommer. Mais ſi le centre du Cadran n'eſt pas ſur le plan du mur, il faudra tirer une ſeconde parallele à la premiere, qui en ſoit le plus éloignée que l'on pourra, & qui coupe auſſi la ligne de trois heures : on marquera ſur cette parallele des points de la même maniere que ſur la premiere, les lignes qui paſſeront par les points correſpondans des deux paralleles ſeront les lignes horaires cherchées. Planche 11 du Ier Livre.

Afin d'entendre la raiſon de cette méthode, il faut faire attention que les lignes horaires ne ſont que les interſections du plan du Cadran avec les cercles horaires que l'on conçoit autour de l'axe du Cadran. Or deux cercles horaires qui ſe ſuivent immédiatement, c'eſt-à-dire, entre leſquels il n'y a qu'une heure d'intervalle, ſont éloignés l'un de l'autre de 15 degrés : par conſéquent les cercles horaires entre leſquels il y a un intervalle de ſix heures, tels que ſont ceux qui forment les lignes de 9 heures du matin & de 3^h du ſoir, ſont entr'eux un angle de 90^d, & ſont perpendiculaires l'un ſur l'autre : Si donc on conçoit un plan qui faſſe

l'interſection OR en coupant le plan du Cadran, & qui ſoit parallele au cercle de 9^{h}, il ſera perpendiculaire au cercle de 3^{h}, & de plus ce plan par OR ſera parallele à l'axe qui eſt contenu dans le plan du cercle de 9 heures, de même que dans le plan des autres cercles horaires. Cela étant, les interſections des différens cercles horaires avec le plan par OR ſeront paralleles au cercle de 3 heures, & celles qui ſeront formées de côté & d'autre de ce cercle par les cercles horaires qui en ſont également diſtans, ſeront auſſi également éloignées de ce même cercle. D'où il ſuit que la ligne OR qui eſt ſur le plan parallele au cercle de 9 heures eſt coupée en parties égales, en prenant ces parties deux à deux, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre côté du cercle de trois heures. Par conſéquent, ſi pour tracer les lignes horaires on prend LQ égale à LT, & LR à LO, les points Q & O ſont ceux par leſquels doivent paſſer les lignes de 4 & de 5 heures. Cette méthode eſt générale, je veux dire qu'elle peut s'appliquer aux plans, ſoit horiſontaux, ſoit verticaux, ſoit inclinés.

Fin du ſecond Livre.





LIVRE TROISIEME.

DES CADRANS INCLINÉS.

APRÈS avoir traité aſſez au long des Cadrans verticaux, il nous reſte peu de choſes à dire ſur les inclinés pour en faire comprendre la conſtruction.

Les Cadrans inclinés ſont ceux dont le plan fait un angle aigu avec l'horiſon, & l'inclinaiſon eſt cet angle aigu que le plan fait avec l'horiſon. Il y a deux ſortes de Cadrans inclinés, les uns ſont ſupérieurs, qui ſont tournés vers le ciel; & les autres inférieurs, qui regardent la terre. De plus les Cadrans inclinés ſont ou déclinants ou non déclinants. Les non déclinants, c'eſt-à-dire, qui n'ont point de déclinaiſon, ſont tournés directement ou vers le midi, ou vers le nord, ou vers l'orient, ou vers l'occident. Les déclinants regardent obliquement ou le midi, ou le nord, & les uns & les autres déclinent ou vers l'orient ou vers l'occident. ART. I.

2. On peut remarquer d'abord que les Cadrans inclinés ſupérieurs du midi n'ont pas toujours le pole méridional élevé ſur leur plan; car ſuppoſons, par exemple, un Cadran incliné ſupérieur du midi qui ne ſoit pas déclinant: ſi l'inclinaiſon de ce plan eſt moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu; alors le pole méridional ne ſera pas au-deſſus de ce Cadran, mais au-deſſous. Si donc on l'appelle un Cadran du midi, c'eſt parce qu'il eſt tourné vers la partie méridionale de l'horiſon. Il faut entendre la même choſe des Cadrans inclinés inférieurs du nord: car ces Ca-

drans ne regardent pas le pole ſeptentrional lorſqu'ils ont une inclinaiſon moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon. On ſuppoſe ici que les Cadrans ſont ſitués dans la partie ſeptentrionale du monde.

Avant de parler de la deſcription des différentes eſpeces de Cadrans inclinés, nous allons en premier lieu établir quelques propoſitions qui nous ſerviront de principes pour la conſtruction de toutes ſortes de Cadrans inclinés, ſoit déclinants, ſoit non déclinants; enſuite nous ferons quelques remarques.

3. Nous avons dit en parlant des Cadrans verticaux que la ſouſtilaire & l'équinoctiale ſe coupent à angles droits. Cette propoſition eſt encore vraie dans les Cadrans inclinés, parce que dans ces Cadrans la ſouſtilaire étant formée par l'interſection d'un méridien perpendiculaire au plan, & d'ailleurs tout méridien coupant l'équateur à angles droits, il eſt néceſſaire que les deux lignes du plan formées par ces deux cercles ſoient perpendiculaires l'une ſur l'autre (liv. 2. art. 8).

4. Par la même raiſon la verticale du plan & l'horiſontale doivent auſſi ſe couper à angles droits, parce que la verticale eſt l'interſection d'un plan par un cercle vertical perpendiculaire à ce plan, lequel cercle eſt perpendiculaire à l'horiſon comme tous les autres cercles verticaux.

5. Afin de concevoir la remarque ſuivante, il faut ſçavoir ce qu'on entend par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan : c'eſt le point de ce plan auquel aboutiroit une ligne tirée du zenith ou du nadir du ciel, & qui paſſeroit par le ſommet du ſtile. Ce point du plan nous l'appellerons point vertical, parce que toutes les lignes qui repréſentent les cercles verticaux paſſent par ce point. Il paroît 1°. par cette notion qu'il n'y a point de zenith ni de nadir ſur les plans verticaux ; 2°. que ce point eſt le même que le pied du ſtile ſur le plan horiſontal ; 3°. qu'il en eſt différent dans le plan incliné, en ſorte qu'il eſt au-deſſous du pied du ſtile &

de la ligne horisontale dans le plan supérieur, & au-dessus de l'un & de l'autre dans le plan inférieur. On voit par ce qu'on vient de dire qu'il y a bien de la différence entre le zenith du plan & le zenith du lieu. (Il en faut dire autant du nadir). Le zenith du plan est un point du ciel qui répond au stile droit du plan. C'est le pied du stile qui désigne ce zenith dans toutes sortes de plans. L'autre, je veux dire celui du lieu, est un point du ciel qui répond à un stile perpendiculaire à l'horison, il est toujours marqué sur les plans inclinés par un point différent du pied du stile. C'est ce dernier qu'il faut toujours entendre quand on parle du zenith sans spécifier duquel on parle. Le point du plan qui désigne ce zenith, ou le nadir opposé, est celui que nous appellons le point vertical. Cela posé, voici plusieurs remarques qu'il faut bien retenir.

6. 1°. La verticale du plan doit passer par le zenith ou le nadir marqué sur le plan, parce que tous les cercles verticaux se coupent à ces deux points du ciel. Cette ligne doit aussi passer par le pied du stile (liv. 2 art. 6.) puisqu'elle est l'intersection du plan par un cercle qui est perpendiculaire à ce plan. Par la raison contraire l'horisontale ne doit pas passer par le pied du stile.

7. 2°. La méridienne passe par le zenith ou le nadir marqué sur le plan, puisque le méridien passe par les points du ciel que ceux-ci désignent: d'ailleurs cette ligne doit aussi rencontrer le centre du Cadran, (Notions prélim. art. 13.) & de plus un point de l'horisontale par lequel passe la ligne de déclinaison DL. Fig. 6.
(liv. 2 art. 100.) Deux de ces trois points suffisent pour tracer la méridienne.

8. 3°. La soustilaire passe par le pied du stile, parce que cette ligne est l'intersection du plan par un méridien perpendiculaire à ce plan. Elle doit aussi rencontrer le centre du Cadran, de même que la méridienne,

parce que ces deux lignes sont formées par deux méridiens qui sont des cercles horaires. Or tous les méridiens passent par les deux poles du monde, dont un est représenté par le centre du Cadran.

9. 4°. L'équinoctiale doit passer par le point de six heures pris sur l'horisontale. Cela vient de ce que les deux points dans lesquels l'équateur est coupé par l'horison, sont chacun éloignés du méridien de 90 degrés. Or 90 degrés de l'équateur répondent à six heures, puisque le Soleil parcourt 15 degrés de ce cercle par heure. Cette équinoctiale passe aussi par un point de la méridienne, parce que l'équateur coupe le méridien. Ainsi quand on connoît ces deux points, on peut tracer l'équinoctiale: & même si la soustilaire est tracée, un de ces deux points suffit pour mener l'équinoctiale, parce que cette ligne doit être perpendiculaire à la soustilaire. Par la même raison le point de la soustilaire où doit passer cette équinoctiale suffit seul pour la tracer. Nous allons faire l'application de ces remarques pour la description de quelques lignes & pour la détermination de quelques points qui serviront à la construction des Cadrans inclinés. Il faut d'abord chercher le pied du stile, que l'on détermine de la même maniere sur les plans inclinés que sur les verticaux.

10. Après avoir trouvé le pied du stile il faut tracer la verticale; nous proposerons deux méthodes pour décrire cette ligne. La premiere consiste à tracer d'abord une horisontale par le moyen d'un niveau d'air: ce qui se fera aisément de la maniere que nous avons exposée touchant les plans verticaux (liv. 2 art. 84). Lorsque cette ligne horisontale sera décrite, il faudra tirer du pied du stile une perpendiculaire sur cette ligne, ce sera la verticale cherchée. Cette méthode se pratique plus aisément sur les plans dont l'inclinaison est grande, c'est-à-dire, ceux qui ne s'écartent pas

beaucoup de la ſituation verticale. Il faut obſerver qu'il n'eſt pas néceſſaire que l'horiſontale qu'on a tirée ſoit la ligne horiſontale du plan, dont la diſtance du pied du ſtile eſt déterminée par l'inclinaiſon du plan & par la hauteur du ſtile.

11. La ſeconde méthode dépend de la détermination de deux points ſur le plan; ſçavoir le pied du ſtile & le zenith ou le nadir. Il faut avoir un plomb dont l'extrémité inférieure finiſſe en pointe, laquelle ſoit dans l'axe de ce plomb; ſi on le tient ſuſpendu par une ficelle mince, ou plutôt un fil, qui touche le ſommet du ſtile, & qu'on hauſſe ou baiſſe ce plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan, le point de contact ſera le point vertical. Je ſuppoſe que le plan eſt ſupérieur. Si le plan incliné étoit inférieur, il faudroit obſerver à quel point du plan au-deſſus du ſtile aboutiroit la ficelle qui paſſe par le ſommet du ſtile & qui ſoutient le plomb; ce point ſeroit le vertical cherché. Quand on a trouvé le point vertical, il faut tirer une ligne droite qui paſſe par ce point & par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

12. Après cela on pourra trouver l'inclinaiſon du plan en tirant du pied du ſtile une perpend. à la verticale, ſçavoir PY, ſur laquelle on prendra depuis ce pied P, Fig. 6.
une partie PX égale à la hauteur du ſtile, l'extrêmité X ſera le centre diviſeur de la verticale, duquel on tirera une ligne XV au point vertical, l'angle PXV compris entre ces deux lignes ſera égal à l'inclinaiſon du plan; car cet angle ayant ſon ſommet au centre diviſeur de la verticale, a pour meſure l'arc repréſenté par la partie PV de cette ligne. Or cet arc eſt la meſure de l'inclinaiſon du plan: pour le prouver j'obſerve que la partie PV de la verticale étant terminée par le pied du ſtile P & par le point vertical V, l'arc que cette partie repréſente eſt entre deux points du ciel, qui ſont le zenith du plan & le zénith du lieu, que les points

du plan P & V désignent. Il faut donc montrer que l'arc compris entre ces deux zeniths est la mesure de l'inclinaison du plan. Pour cet effet soit la figure 1,
Fig. 1. dans laquelle la ligne HR représente le plan horisontal, la ligne AB perpendiculaire à HR est l'axe de l'horison, & le point A est le zenith du lieu, la ligne FG est le plan incliné, la ligne OP perpendiculaire à FG est l'axe de ce plan, & le point O en est le zenith. Il paroît que l'angle FCH est l'inclinaison du plan, & que l'arc AO est compris entre les deux zeniths A & O. Il faut donc prouver que cet arc AO est la mesure de l'angle FCH; je le démontre ainsi: L'angle ACH est droit, puisque par la construction AB est perpendiculaire à HR. Pareillement l'angle FCO est est droit, à cause de OP perpendiculaire à FG, ainsi ces deux angles ACH & FCO sont égaux; donc en retranchant la partie commune ACF, les restes FCH & ACO sont égaux. Or l'arc AO est la mesure de l'angle ACO; donc il est aussi celle de l'inclinaison FCH. Nous exposerons dans la suite une autre méthode de trouver l'inclinaison du plan; c'est en la mesurant avec un instrument dont nous expliquerons l'usage.

13. Si la verticale du plan est tracée, & qu'on connoisse l'inclinaison du plan, on pourra trouver le point vertical de la maniere suivante: Soit la verticale OPV
Fig. 6. qui passe par le pied du stile P, dont la hauteur soit égale à PX perpendiculaire à OPV, le centre diviseur de la verticale sera le point X (liv. 2 art. 62). De ce centre je tire vers le bas la ligne XV qui fasse avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaison du plan, le point V de la verticale auquel aboutit la ligne XV sera le zenith du lieu; car je suppose que le plan est supérieur. S'il avoit été inférieur, il auroit fallu tirer la ligne XV au-dessus de XP. La raison de cette pratique est fondée sur ce que nous venons de dire: car si en tirant du centre diviseur X une ligne au point ver-

tical V, l'angle PXV eſt égal à l'inclinaiſon du plan, il faut réciproquement, ſi l'angle PXV eſt égal à l'inclinaiſon du plan, il faut, dis-je, que le côté XV aboutiſſe au même point vertical.

14. Lorſqu'on a trouvé le zenith ou le nadir, il eſt facile de tracer l'horiſontale, il n'y a qu'à tirer la ligne XO perpendiculaire à XV, c'eſt-à-dire, faire l'angle droit OXV, le point O de la verticale auquel aboutira la ligne XO, ſera celui par lequel doit paſſer la ligne horiſontale qui doit être perpendiculaire à la verticale. La raiſon de cette pratique pour tracer l'horiſontale eſt encore fondée ſur la notion du centre diviſeur: car puiſque l'arc compris entre le zenith ou le nadir du ciel & l'horiſon, eſt de 90 degrés, il faut que la partie de la verticale compriſe entre le point vertical & la ligne horiſontale, repréſente un arc de 90 degrés. Or cette partie repréſente effectivement un arc de 90 degrés, ſi l'angle OXV eſt droit, puiſqu'il a ſon ſommet au centre diviſeur de la verticale. Il eſt évident que l'angle PXO eſt le complément de l'inclinaiſon du plan PXV.

Après avoir établi toutes les notions précédentes, nous parlerons d'abord des Cadrans inclinés qui ne ſont point déclinants, en commençant par les ſupérieurs du midi & les inférieurs du nord.

DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS *du Midi ou inférieurs du Nord qui ne ſont point déclinants.*

15. Ces Cadrans ſe font de la même maniere que les horiſontaux des lieux qui ont une latitude égale à la hauteur du pole ſur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole ſe trouve facilement: car l'inclinaiſon de ces Cadrans eſt ou plus grande que l'élévation du pole ſur l'horiſon, ou plus petite, ou égale.

Dans les deux premiers cas la hauteur du pole ſur le plan eſt égale à la différence de l'inclinaiſon du plan & de l'élévation du pole ſur l'horiſon : par éxemple, ſi l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu eſt de 50 deg. & l'inclinaiſon du Cadran de 60, la hauteur du pole ſur le plan du Cadran ſera de 10 degrés: mais ſi l'inclinaiſon du Cadran eſt de 35 deg. l'élévation du pole ſur l'horiſon étant toujours de 50 deg. la hauteur du pole ſur le plan ſera de 15^{d}. Ainſi dans la premiere hypothèſe il faudra tracer le Cadran incliné de la même maniere qu'un Cadran horiſontal pour un lieu qui auroit 10 deg. de latitude, ou d'élévation du pole. Dans la ſeconde hypothèſe le Cadran incliné doit être tracé comme un Cadran horiſontal d'un lieu qui a 15 deg. de latitude; la raiſon en eſt que ces Cadrans inclinés ſont paralleles aux plans horiſontaux qui ſont ſur ces degrés de latitude. Dans le troiſiéme cas dans lequel on ſuppoſe l'inclinaiſon du Cadran égale à l'élévation du pole ſur l'horiſon, la hauteur du pole ſur le plan eſt nulle, parce que l'un & l'autre pole eſt dans le plan, ſi on le conçoit prolongé juſqu'au ciel. Ainſi le Cadran eſt polaire, & doit être tracé de la même maniere qu'un Cadran horiſontal ſur l'équateur. Or nous avons vu (liv. 1 art. 18) que dans ce Cadran les lignes horaires ſont paralleles.

16. Ire. REMARQUE. Dans ces trois cas les heures du matin doivent être marquées à la gauche de la méridienne dans les Cadrans ſupérieurs du midi, & à la droite dans les inférieurs du nord, en déterminant la gauche & la droite par rapport à une perſonne qui eſt tournée vers le Cadran. Les heures ſont ſituées de la même maniere par rapport à la ſouſtilaire & à la verticale du plan, parce que dans ces Cadrans ces deux lignes ſe confondent avec la méridienne.

17. SECONDE REMARQUE. Le centre eſt au-deſſus de la ligne horiſontale & de l'équinoctiale dans les Cadrans ſupérieurs qui appartiennent au premier cas.

Pour les supérieurs du second cas le centre est au-dessous de l'une & de l'autre ; c'est le contraire dans les Cadrans inférieurs. Enfin dans le troisiéme cas il n'y a pas de centre. Pour entendre la raison de cette situation du centre par rapport à l'équinoctiale & à l'horisontale, il faut imaginer une ligne parallele à l'axe du monde, laquelle passe par le sommet du stile, le point auquel cette ligne rencontrera le plan est le centre du Cadran. D'ailleurs l'horisontale est l'intersection faite sur le Cadran par un plan parallele à l'horison que l'on conçoit passer par l'extrêmité du stile. Enfin l'équinoctiale est l'intersection d'un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, & qui passe aussi par le sommet du stile. Cela posé, la situation du centre marquée ci-dessus pourra aisément s'entendre par la figure 2, Fig. 2. dans laquelle la ligne IL désigne un plan incliné dont l'inclinaison est plus grande que celle de l'axe sur l'horison, ou, ce qui revient au même, plus grande que l'élévation du pole sur l'horison. Le stile droit du plan IL est PS ; ainsi le sommet du stile est S & le pied P, la ligne XM est l'axe, ou, si on veut, une parallele à l'axe, laquelle passe par l'extrêmité du stile, le point C sera le centre du Cadran. La ligne HR représente un plan horisontal qui passe par le sommet S ; ainsi la ligne horisontale du plan est au point H. Enfin EN représente un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, lequel plan passe par le sommet S ; ainsi le point E marque le lieu de l'équinoctiale. Or il est clair par cette figure que le centre est au-dessus de l'horisontale & de l'équinoctiale ; mais il seroit au-dessous, si l'inclinaison étoit moindre que celle de l'axe sur l'horison, comme il paroît par la figure 3, sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter pour l'expliquer.

18. C'est le contraire dans les Cadrans inférieurs du nord ; car s'il s'agit de ceux dont l'inclinaison est plus grande que l'élévation du pole, on conçoit que l'axe qui

paſſe par le ſommet du ſtile ne rencontre le plan qu'au deſſous du pied du ſtile, & ſi l'inclinaiſon eſt moindre que l'élévation du pole, l'axe rencontre le plan au-deſſus du pied du ſtile.

19. IIIme REMARQUE. Il eſt clair que dans tous ces Cadrans, ſoit ſupérieurs ſoit inférieurs, l'horiſontale & l'équinoctiale ſont paralleles, parce que l'une & l'autre ſont perpendiculaires à la méridienne, qui eſt auſſi la ſouſtilaire & la verticale du plan.

DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS du Nord & inférieurs du Midi, qui ne ſont pas déclinants.

20. Ces Cadrans ſe font auſſi de la même maniere que les Cadrans horiſontaux des lieux dont la latitude eſt égale à la hauteur du pole ſur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole ſur le plan eſt aiſée à trouver. Car ou l'inclinaiſon du plan eſt plus grande que celle de l'équateur, ou elle eſt plus petite, ou enfin ces deux inclinaiſons ſont égales. Dans le premier cas il faut ajouter le complément de l'inclinaiſon du plan à celle de l'équateur, ou au complément de l'élévation du pole ſur l'horiſon, la ſomme ſera la hauteur du pole ſur le plan: par éxemple, ſi l'inclinaiſon du plan eſt de 64 degrés, & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 26 à 40, la ſomme 66 ſera la hauteur du pole ſur le plan. Ainſi il faudra faire ce Cadran ſemblable à l'horiſontale d'un lieu dont la latitude eſt de 66 degrés. Dans le ſecond cas on ajoutera l'inclinaiſon du plan à l'élevation du pole ſur l'horiſon, la ſomme ſera la hauteur du pole ſur le plan: par éxemple, ſi l'inclinaiſon du plan eſt de 25 degrés & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 25 à 50, qui eſt l'élévation du pole ſur l'horiſon, la ſomme 75 ſera la hauteur du pole ſur le plan. Il faudra donc faire le Ca-

dran incliné semblable au Cadran horisontal d'un lieu dont la latitude est de 75 degrés. Dans le troisiéme cas, le Cadran sera parallele au plan de l'équateur ; ainsi il sera équinoctial, & par conséquent on le tracera en divisant une circonférence en 24 parties égales, & en tirant des rayons aux points de division qui seront les lignes horaires, pourvû qu'on ait commencé la division de la circonférence à l'un ou à l'autre point d'intersection de la verticale du plan qui passe par le centre de la circonférence.

21. Pour prouver que dans le premier cas la hauteur du pole sur le plan est égale à la somme du complément de l'inclinaison du plan & du complément de l'élévation du pole sur l'horison, nous nous servirons de la figure 4, dans laquelle HR représente l'horison, Fig. 4. AB perpendiculaire à HR le premier plan vertical, XM l'axe du monde, EN perpendiculaire à XM l'équateur, IL un plan incliné non déclinant, dont l'inclinaison ICR est plus grande que ECR, qui est celle de l'équateur : la hauteur du pole sur le plan incliné ou l'angle aigu que fait l'axe sur ce plan, est XCI. Or je dis que cet angle XCI est égal à la somme du complément de l'inclinaison du plan & du complément de l'élévation du pole sur l'horison : car la ligne AB étant perpendiculaire sur HR, l'angle ACR est droit : & par conséquent l'angle ACI est le complément de l'inclinaison du plan ICR. De même l'angle ACH étant droit, l'angle ACX est le complément de XCH élévation du pole sur l'horison. Or il est évident que la hauteur du pole sur le plan, sçavoir XCI, est égal à la somme des deux complémens ACI & XCA. On prouvera pareillement que dans le second cas la hauteur du pole sur le plan incliné est égale à la somme de l'élévation du pole sur l'horison & de l'inclinaison du plan : car soit la ligne *il* qui représente le plan incliné dont l'inclinaison *i*CR est moindre que ECR, qui est celle de l'équateur, la hauteur du pole sur le plan sera

l'angle aigu XC*l*. Or cet angle XC*l* eſt égal à l'élévation du pole XCH plus à l'inclinaiſon du plan *l*CH ou *i*CR.

Il faut concevoir que la quatriéme figure, auſſi-bien que les trois premieres, ſont tracées ſur le méridien du lieu, parce que tous les plans dont il eſt parlé ſont perpendiculaires à ce cercle.

22. Ire Remarque. Dans les trois cas les Cadrans ſupérieurs doivent avoir les heures du matin à la droite de la méridienne, qui dans ces Cadrans eſt la même ligne que la ſouſtilaire & la verticale du plan : & les inférieurs doivent avoir ces heures du matin à la gauche de cette même ligne.

23. II. Remarque. Dans le premier cas, c'eſt-à-dire, quand l'inclinaiſon du plan eſt plus grande que celle de l'équateur, le centre du Cadran eſt au-deſſous de l'équinoctiale & de l'horiſontale du Cadran ſupérieur; mais il eſt au-deſſus de ces lignes dans le Cadran inférieur. C'eſt le contraire dans le ſecond cas : on entendra la raiſon de cette ſituation du centre par ce que nous avons dit ci-deſſus touchant les Cadrans du midi (17). On peut auſſi remarquer que l'horiſontale & l'équinoctiale ſont paralleles, comme dans les Cadrans ſupérieurs du midi & inférieurs du nord.

Des Cadrans Inclinés orientaux & occidentaux.

24. Ces Cadrans, qui ſont auſſi appellés *Déclinants de l'horiſon*, ſont ceux dont le plan eſt tourné directement vers l'orient ou vers l'occident, en ſorte que la ſection de ce plan avec l'horiſon eſt une méridienne. Nous allons en expliquer la conſtruction, en prenant pour exemple un ſupérieur tourné vers l'orient.

25. Il faut décrire à l'ordinaire la verticale du plan ; laquelle repréſente dans ce Cadran le premier cercle vertical. Enſuite on fera au centre diviſeur X de cette
Fig. 5. ligne l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan, puis on tirera la ligne XO perpendiculaire à XV, on aura les deux points V & O, dont le premier eſt le zenith,

par lequel doit passer la méridienne, & l'autre est l'intersection de la verticale avec l'horisontale. Or dans cette espece de Cadran la méridienne est perpendiculaire à la verticale du plan, car le méridien & le premier vertical se coupant à angles droits, & d'ailleurs le premier vertical étant perpendiculaire au plan du Cadran, puisqu'il est le vertical de ce plan, il faut que les lignes qui représentent ces deux cercles se coupent aussi à angles droits (liv. 2 art. 8.) Si donc on éleve une perpendiculaire au point V sur la verticale, & une autre au point O, la premiere sera la méridienne, & la seconde sera l'horisontale, lesquelles sont nécessairement paralleles entr'elles. On prendra ensuite sur la verticale la partie FV égale à XV, le point F sera le centre diviseur de la méridienne, auquel si on fait l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur sur l'horison, le point C de la méridienne sera le centre du Cadran, comme nous le prouverons bientôt : ensuite il faudra tirer une ligne qui passe par ce centre & par le pied du stile, ce sera la soustilaire sur laquelle on élevera la perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on tirera la ligne CS qui sera l'axe. Si donc du point S on éleve une perpendiculaire SB à cet axe, le point B de la soustilaire sera celui par lequel passera la ligne équinoctiale (liv. 2 art. 177), qui doit être perpendiculaire à la soustilaire. Le reste se fera comme dans les Cadrans verticaux.

26. Nous avons dit qu'en faisant l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hauteur du pole du lieu, le point d'intersection C de la méridienne est le centre du Cadran ; c'est-à-dire, le point du plan qui représente le pole élevé sur le plan, lequel dans cette espece de Cadran est le même que le pole élevé sur l'horison. Pour s'en convaincre, il faut faire attention que le point F est le centre diviseur de la méridienne, parce que la verticale est perpendiculaire à cette ligne, & que d'ailleurs par la

construction FV est égale à XV. Cela étant, supposons pour un moment que le point C est le centre du Cadran, il sera facile de voir que l'angle CFV est égal au complément de la hauteur du pole : car puisque la ligne OPV représente le premier vertical, & le point C le pole élevé sur l'horison, l'angle CFV doit avoir pour mesure l'arc du méridien compris entre le premier vertical & le pole élevé. Or cet arc est le complément de la hauteur du pole, puisqu'en ajoutant à cet arc celui qui mesure la hauteur du pole, c'est-à-dire, l'arc depuis le pole jusqu'à l'horison, la somme est un quart de cercle. L'angle CFV est donc égal au complément de la hauteur du pole, en supposant que le point C représente le pole élevé, ou qu'il est le centre du Cadran. Par conséquent si on fait l'angle CFV de cette grandeur, le point d'intersection C sera le centre du Cadran.

27. Le Cadran incliné occidental supérieur se fait de la même maniere que l'oriental, avec cette différence que l'angle CFV est à la droite de la verticale, parce que le centre du Cadran doit se trouver de ce côté-là. Pour ce qui est des Cadrans inférieurs soit orientaux, soit occidentaux, on les trace aussi de la même maniere que les supérieurs, en observant que la méridienne & le centre doivent être au-dessus de l'horisontale.

28. Remarque. Un Cadran incliné oriental ou occidental se décrit de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaison est égale à l'inclinaison du Cadran oriental ou occidental, & qui est situé dans un lieu dont la hauteur du pole sur l'horison est égale au complément de la latitude du lieu où est le Cadran incliné. Par éxemple, un Cadran oriental incliné de 35 degrés sur l'horison d'un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole est de 49^{d}, se fait de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaison est de 35 degrés, & qui est situé dans un

lieu qui a 41 degrés de latitude. Pour se convaincre de la vérité de cette remarque, il suffit de regarder la ligne OPV comme l'horisontale du plan ; & PX comme une partie de la verticale de ce plan : pour lors l'angle PXV sera la déclinaison du plan, & l'angle CFV sera la hauteur du pole sur l'horison.

Des Cadrans Inclinés déclinants.

29. Il est à propos de relire ce que nous avons dit au commencement de ce Livre art. 6, 7, 8 & 9, afin de sçavoir bien par quels points doivent passer la verticale du plan, l'horisontale, la méridienne, la soustilaire & l'équinoctiale. Nous avons dit dans les articles 10, 11, & 14 comment on trace la verticale du plan & l'horisontale : nous allons donner les méthodes de tirer la méridienne, la soustilaire, l'équinoctiale, &c. en prenant pour exemple un plan supérieur du midi déclinant vers l'orient. Nous supposerons ici qu'on connoît la déclinaison du plan : nous remettons à en parler à la fin de ce Livre.

30. Le point vertical étant trouvé & l'horisontale décrite, on pourra tracer la méridienne par la méthode suivante, qui suppose qu'on connoît aussi la déclinaison du plan. Il faut d'abord chercher le centre diviseur de l'horisontale, qui est toujours un point de la verticale. Voici comment on le trouvera : on prendra avec un compas la longueur de XO, & on la portera sur la verticale depuis O jusqu'à D ; ce point D sera le centre diviseur de l'horisontale (liv. 2 art. 65) : ensuite on fera l'angle ODL égal à la déclinaison du plan, le point L de l'horisontale auquel aboutira la ligne DL sera un des points de la méridienne. Si donc on tire une ligne du point vertical V au point L, comme VML ; ce sera la méridienne. Cela suit de la remarque de l'art. 7. Fig. 6.

31. Pour sçavoir de quel côté de la verticale il faut

Fig. 6. tirer la ligne de déclinaiſon DL ſur un Cadran du midi ſoit ſupérieur ſoit inférieur, il faut éxaminer vers quel endroit le plan décline; ſi c'eſt vers l'orient on tirera la ligne de déclinaiſon à droite de la verticale: ſi c'eſt vers l'occident, on la tirera à gauche. Il n'importe que l'inclinaiſon ſoit plus grande ou plus petite que l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu. Dans les Cadrans du nord ſupérieurs ou inférieurs on tirera la ligne de déclinaiſon à gauche de la verticale quand ils déclinent vers l'orient, & on la tracera à droite, lorſqu'ils déclinent vers l'occident. Cela eſt toujours vrai, quelle que ſoit l'inclinaiſon du plan grande ou petite. C'eſt la même raiſon pour ces Cadrans que pour les verticaux.

32. On pourra auſſi connoître la ſituation de la ligne de déclinaiſon avec la verticale par l'ombre de l'extrémité du ſtile à midi; car cette ombre doit toujours tomber ſur la mérid. dans ce tems-là. Par conſéquent on peut juger par cette ombre de quel côté de la verticale ſera la mérid. Or la ligne de déclinaiſon doit être du même côté de la verticale que la méridienne.

33. Si on connoît le centre du Cadran avec le point vertical, cela ſuffira pour tracer la méridienne, puiſqu'elle doit paſſer par ces deux points. Or on peut déterminer le centre du Cadran ſi on connoît la hauteur du pole ſur le plan, pourvû que d'ailleurs la ſouſtilaire ſoit décrite, il n'y a qu'à tirer au ſommet S du ſtile une ligne CS qui faſſe l'angle CSP égal au complément de la hauteur du pole ſur le plan; le point de rencontre C de la ſouſtilaire ſera le centre du Cadran. On peut trouver la hauteur du pole ſur le plan par l'art. 191 du ſecond Livre, & la poſition de la ſouſtilaire par l'art. 166 du même Livre.

34. Voici une autre méthode pour décrire la ſouſtilaire, qui ſuppoſe qu'on a tracé la méridienne, ſoit de la maniere qu'on a expliqué d'abord (30), ſoit autrement. Il faut tirer du pied du ſtile la ligne PG perpendicu-

laire sur la méridienne, cette perpendiculaire contiendra le centre diviseur de la méridienne (liv. 2 art. 61). Ensuite du point L & de l'intervalle LD on décrira un arc qui coupe la perpendiculaire PG à un point comme G; ce point sera le centre de la méridienne, parce que l'horisontale & la méridienne se coupant au point L, leurs centres diviseurs D & G sont egalement distants de ce point d'intersection (liv. 2 art 69). Après cela on menera la ligne GL, & on tirera la ligne GC qui fasse l'angle LGC égal à la hauteur du pole sur l'horison, le point C où cette ligne rencontrera la méridienne sera le centre du Cadran; car puisque l'angle LGC est égal à la hauteur du pole sur l'horison, ou à la distance qui est entre l'horison & un des poles, & que d'ailleurs le point L est dans l'horisontale, il faut que le point C de la méridienne représente le pole élevé sur le plan, c'est-à-dire, celui vers lequel ce plan est tourné : ainsi ce point est le centre du Cadran. Si donc on trace une ligne qui passe par les points P & C, qui sont le pied du stile & le centre du Cadran, cette ligne sera la soustilaire. Fig. 6.

35. On doit mener GC au-dessus ou au-dessous de la ligne GL, selon que le centre du Cadran doit être situé au-dessus ou au-dessous de l'horisontale. Or ce centre qui représente un des poles, sçavoir celui qui est élevé sur le plan, doit être au-dessus de l'horisontale, lorsque le pole caché sous l'horison est élevé sur le plan du Cadran, parce que tous les points du ciel qui sont sous l'horison doivent être marqués au-dessus de l'horisontale (liv. 2 art. 12). Par la raison contraire le centre est au-dessous de cette ligne quand le pole qui est sur l'horison est élevé sur le plan.

36. Quand la soustilaire sera tracée, on tirera l'équinoctiale par la méthode suivante : Il faut mener la ligne DH qui fasse avec DL l'angle droit LDH, le point H où cette ligne DH rencontrera l'horisontale

Fig. 6. ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale : car l'angle LDH étant droit, & ayant ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, la baſe LH repréſente un quart de cercle de l'horiſon (liv. 2 art. 67 & 68), lequel étant terminé d'une part à l'interſection de l'horiſon & du méridien marquée par L doit avoir ſon autre extrêmité au point où l'équateur rencontre l'horiſon. Le point H qui eſt celui de 6^h étant trouvé, on tirera de ce point une perpendiculaire ſur la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoctiale cherchée, comme il paroît par l'art. 9.

37. On peut auſſi employer cette autre méthode. On élevera du pied du ſtile ſur la ſouſtilaire, la perpendiculaire PS égale à la hauteur du ſtile, & on tracera l'axe CS qui paſſe par le centre & par le ſommet S du ſtile : enſuite on élevera du point S la perpendiculaire SB ſur l'axe CS, ce ſera le rayon équinoctial; ainſi le point B où ce rayon rencontrera la ſouſtilaire, ſera celui par où doit paſſer l'équinoctiale (liv. 2 art. 177); par conſéquent ſi on éleve de ce point une perpendiculaire à la ſouſtilaire, on aura l'équinoctiale.

38. Enfin on peut tirer cette ligne indépendamment de la ſouſtilaire, en déterminant deux points par leſquels doit paſſer cette équinoctiale, un ſur l'horiſontale, c'eſt le point de 6 heures, & l'autre ſur la méridienne, dont on détermine la poſition en cette maniere : Il faut tirer la ligne GM qui faſſe avec GC l'angle droit CGM, le point M auquel cette ligne rencontrera la méridienne, ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale : cela vient de ce que l'arc du méridien compris entre le pole du monde & l'équateur, eſt un quart de cercle, ou la meſure d'un angle droit. Nous ajouterons à la fin de ce livre un problême qui contiendra encore une méthode de tracer l'équinoctiale ſans connoître la déclinaiſon du plan ni la poſition d'aucune autre ligne.

39. Après qu'on a trouvé toutes ces lignes, on peut aiſément décrire les lignes horaires de la même ma-

niere que dans les Cadrans verticaux, c'est-à-dire, qu'il faut prendre sur la soustilaire la partie BA égale au rayon équinoctial BS, & du point A comme centre & d'un intervalle pris à discrétion décrire une circonférence, ensuite on tirera un rayon du centre A au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale & de la méridienne : ce rayon prolongé, s'il est nécessaire, coupera la circonférence au point K. Il faudra la diviser en 24 parties égales, en commençant au point K, & tirer les rayons par les points de division. Ces rayons étant prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui seront les points horaires. Si donc on tire du centre du Cadran des lignes droites qui passent par ces points, ce seront les lignes horaires. Au lieu de mener d'abord un rayon qui aille aboutir au point M, qui est celui de 12 heures, on auroit pû tirer un autre rayon au point H, qui est celui de 6^h, lequel rayon auroit rencontré la circonférence au point I, & commencer par ce point la division de la circonférence en 24 parties égales; on auroit trouvé les mêmes points horaires sur l'équinoctiale, que ceux qu'on a trouvés. Si le centre du Cadran est trop éloigné de l'équinoctiale, il en faut tirer une seconde, comme dans les Cadrans verticaux, & mener les lignes horaires de la maniere qui a été exposée en traitant de ces Cadrans (liv. 2 art. 232). Afin de retenir plus facilement la construction des différentes especes de Cadrans inclinés qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, nous allons faire quelques remarques touchant la situation des points & des lignes dont nous avons parlé. Fig. 6.

40. 1°. Dans les Cadrans supérieurs, soit du midi, soit du nord, le point vertical est au-dessous du pied du stile, & la ligne horisontale est toujours au-dessus de l'un & de l'autre. Dans les Cadrans inférieurs c'est le point vertical qui est au-dessus de ce pied, & la ligne

horisontale au-dessous de l'un & de l'autre point.

41. 2°. Dans les Cadrans supérieurs du midi, dont l'inclinaison est moindre que la hauteur du pole sur l'horison, le centre est au-dessous de l'horisontale (liv. 2 art. 12), parce que ces Cadrans sont tournés vers le pole élevé sur l'horison, c'est-à-dire, le pole septentrional; car je suppose ici le plan dans la partie septentrionale du monde: le contraire arrive dans les Cadrans inférieurs opposés. Mais si l'inclinaison des Cadrans supérieurs du midi est plus grande que la hauteur du pole, quelquefois le centre sera au-dessus de l'horisontale, quelquefois au-dessous. Il sera au-dessus si le pole méridional est élevé sur le plan, & au-dessous si c'est le pole septentrional, comme il arrive quand la déclinaison du plan est fort grande.

42. Pour éclaircir cette remarque nous ferons usage des deux termes extrêmes de la déclinaison, qui sont le Cadran incliné méridional, dont la déclinaison est nulle ou infiniment petite, & le Cadran incliné oriental ou occidental, dont la déclinaison est la plus grande qu'il soit possible, c'est-à-dire, de 90 degrés, puisque le plan de ce Cadran fait un angle droit avec le premier vertical. Or dans ces deux termes extrêmes le centre du Cadran est au-dessous de l'horisontale, quand le plan du Cadran, que je suppose supérieur, a une inclinaison moindre que la hauteur du pole du lieu (liv. 2 art. 12), parce que dans ces deux cas le pole élevé sur le plan est au-dessus de l'horison; donc ce centre est aussi au-dessous de l'horisontale dans les Cadrans supérieurs dont la déclinaison est moyenne entre celle de ces deux termes. Mais si l'inclinaison du plan est plus grande que la hauteur du pole du lieu, le centre du Cadran est au-dessus de l'horisontale dans le Cadran méridional, parce que le pole élevé sur ce Cadran est au-dessous de l'horison. Par la raison contraire le centre est au-dessous de l'horisontale dans le Cadran supérieur orien-

tal ou occidental; par conséquent le centre du Cadran supérieur, qui a aussi une inclinaison plus grande que la hauteur du pole du lieu, & dont la déclinaison est moyenne entre les deux extrêmes, ce centre, dis-je, est au-dessus ou au-dessous de l'horisontale, selon que ce Cadran approche du premier ou du dernier terme.

43. 3°. Le centre est au-dessous de l'horisontale dans les Cadrans supérieurs du nord, quelle que soit l'inclinaison du plan, ou plus grande, ou plus petite que l'élévation de l'équateur sur l'horison; car dans ces Cadrans le centre représente toujours le pole élevé sur l'horison, c'est-à-dire, le pole septentrional, parce que ces Cadrans sont toujours tournés vers ce pole; c'est le contraire dans les Cadrans inférieurs opposés. Nous supposons ici que le Cadran est dans la partie septentrionale de la terre.

44. 4°. La méridienne est à droite de la verticale dans les Cadrans supérieurs & inférieurs du midi qui déclinent vers l'orient: elle est à gauche dans ceux qui déclinent vers l'occident. Quant aux Cadrans supérieurs & inférieurs du nord, la méridienne est à la gauche de la verticale dans ceux qui déclinent vers l'orient. Elle est à droite dans ceux qui déclinent vers l'occident. C'est la même raison que pour les Cadrans verticaux. On voit bien que le centre du Cadran & la ligne de déclinaison doivent avoir la même situation par rapport à la verticale, que la méridienne. Ainsi il est inutile de faire d'autres remarques pour en avertir.

45. Après ces observations nous allons reprendre en peu de mots ce que nous avons déduit assez au long touchant la description du Cadran incliné déclinant que nous supposons supérieur & tourné vers le midi en déclinant vers l'orient.

1°. Après avoir trouvé le pied du stile P on tracera la verticale OPV, soit par le moyen d'une horisontale qu'on tirera d'abord, soit par celui du zenith qu'on Fig. 6.

Fig. 6. aura marqué sur le plan. Puis on tirera du pied du stile P la ligne PX perpendiculaire à la verticale & égale à la hauteur du stile ; son extrêmité X sera le centre diviseur de la verticale.

2°. On peut marquer le zenith V par l'art. 11, alors on menera la ligne XV à ce point, ce qui fera connoître l'inclinaison du plan qui est égal à l'angle PXV; mais si le point V n'est pas marqué, & qu'on connoisse d'ailleurs l'inclinaison du plan, on menera vers le bas la ligne XV qui fasse avec XP l'angle PXV égale à l'inclinaison du plan que nous supposons connue, le point d'intersection V de cette ligne XV avec la verticale sera le zenith cherché. Ensuite on menera la ligne XO perpendiculaire à XV, le point O auquel cette ligne rencontrera la verticale sera celui par où doit passer l'horisontale. Par conséquent si du point O on éleve une perpendiculaire sur la verticale, ce sera l'horisontale.

3°. On prendra sur la verticale OPV prolongée vers O la partie OD égale à la ligne XO, le point D sera le centre diviseur de l'horisontale, duquel on tirera à droite de la verticale la ligne DL qui fasse l'angle ODL égal à la déclinaison du plan, l'intersection de cette ligne avec l'horisontale sera un point par lequel doit passer la méridienne, aussi-bien que par le zenith V. Si donc on tire une ligne droite VML du point V par le point L, ce sera la méridienne.

4°. On abbaissera du pied du stile P une perpendiculaire PG sur la méridienne, & on décrira du point L, comme centre, & de l'intervalle LD, un arc qui coupe cette perpendiculaire à un point comme G, ce point sera le centre diviseur de la méridienne (liv. 2 art. 69). On menera la ligne GL & la ligne GC qui fasse avec GL l'angle LGC égal à l'élévation du pole sur l'horison du lieu, le point d'intersection C de la ligne GC avec la méridienne sera le centre du Cadran,

qui doit être tantôt au-dessus de l'horisontale, tantôt au dessous selon que le pole élevé sur le plan, c'est-à-dire, vers lequel le plan est tourné, est inférieur ou supérieur à l'horison: on tracera ensuite une ligne CPB qui passe par le pied du stile & par le centre du Cadran; ce sera la soustilaire. Fig. 6.

5°. On élevera la ligne DH perpendiculaire sur DL, le point H où elle coupera l'horisontale sera le point de 6 heures, par lequel doit passer l'équinoctiale. Si donc on tire de ce point une perpendiculaire HBM sur la soustilaire, on aura l'équinoctiale qui doit aussi passer par un point M de la méridienne, lequel on déterminera en tirant du point G une ligne GM qui soit perpendiculaire avec GC. Ces deux points H & M suffisent pour mener l'équinoctiale indépendamment de la soustilaire. On peut encore la tracer par une troisiéme méthode que nous expliquerons ensuite.

6°. On élevera du pied du stile P la perpend. PS sur la soustilaire, laquelle soit égale à la hauteur du stile; ensuite on tirera du point S au point B le rayon équinoctial BS, & on prendra BA égale à BS, le point A sera le centre diviseur de l'équinoctiale. On décrira de ce point, comme centre, & d'un intervalle arbitraire une circonférence, laquelle on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point d'intersection K d'un rayon mené au point M, ou par le point I, qui est est l'intersection d'un autre rayon mené au point H. Enfin on menera des rayons qui passent par les points de divisions de la circonférence. Ces rayons prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui seront les points horaires. Si donc on mene du centre du Cadran des lignes à ces points, ce seront les lignes horaires, que l'on pourroit aussi tracer par le moyen de deux équinoctiales, comme nous l'avons dit.

Comment on se sert du calcul pour trouver plusieurs points des Cadrans Inclinés & pour tracer plusieurs lignes.

Fig. 6. 46. On pourroit se servir du calcul des triangles rectangles pour trouver quelques-uns des points, & pour décrire plusieurs lignes des Cadrans inclinés. Par éxemple, la verticale du plan étant tirée, & la hauteur du stile étant connue avec le pied du stile, si on connoît aussi l'inclinaison du plan, on trouvera facilement la position du zenith V par le moyen du triangle rectangle XPV, dont on connoît le côté XP, qui est la hauteur du stile, & l'angle PXV qui est l'inclinaison du plan. Il ne s'agit que de chercher la longueur de PV, qui est la tangente de l'inclinaison en supposant qu'on prend la hauteur XP pour rayon, & le point X pour centre. De même on trouvera le point O par où doit passer l'horisontale, en se servant du triangle rectangle XPO, dont l'angle PXO est le complément de l'inclinaison, puisque l'angle OXV est droit (14) : Il suffira de chercher PO, qui est la tangente de PXO, en regardant la hauteur XP comme sinus total ou rayon. Pareillement connoissant la déclinaison du plan, qui est l'angle ODL, & ayant mesuré DO, qui est égal à XO, on pourra déterminer le point L par où doit passer la méridienne, en se servant du triangle rectangle DOL, il ne faut que chercher la longueur de OL, qui est la tangente de la déclinaison ODL en regardant le côté DO comme rayon. On trouvera aussi par le triangle rectangle DOH le point H par lequel doit passer l'équinoctiale : car dans ce triangle on connoît l'angle ODH, qui est le complément de la déclinaison du plan, puisl'angle LDH est droit à cause de la base LH qui représente un quart de cercle, sçavoir l'arc de l'horison

compris entre le méridien & l'équateur. Par conſé- Fig. 6.
quent on trouvera le côté OH, qui eſt la tangente de l'angle ODH en prenant le côté DO pour rayon.

47. Le zenith V ayant été déterminé, comme auſſi le point L, on tracera la méridienne en la faiſant paſſer par ces deux points. Mais il peut arriver que le point vertical V ſoit hors de l'étendue du plan, à cauſe de la grande inclinaiſon de ce plan, auquel cas on ſeroit peut-être embarraſſé pour tracer la méridienne, ſi d'ailleurs le centre n'étoit pas connu, ou s'il étoit auſſi hors de l'étendue du plan, à cauſe de ſon grand éloignement. Dans ce cas pour décrire cette ligne on pourroit employer la méthode ſuivante, qui ſuppoſe ſeulement qu'on a trouvé l'inclinaiſon & la déclinaiſon du plan. On fera cette proportion pour trouver l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne, qui eſt l'angle V du triangle rectangle VOL, *La ſécante de l'inclinaiſon du plan eſt à la tangente de ſa déclinaiſon, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle cherché.* Pour appercevoir la raiſon de cette proportion, il faut conſidérer les deux triangles rectangles OXV & DOL, qui ont les côtés OX & DO égaux par la conſtruction. Or ſi dans le premier triangle je regarde le côté OX comme rayon, qui ait pour centre le point O, le côté OV ſera la ſécante de l'angle XOV, que l'on peut prendre pour l'inclinaiſon du plan, puiſqu'il eſt égal à l'angle PXV, à cauſe que chacun des deux eſt le complément du troiſiéme OXP. De même ſi dans l'autre triangle DOL on regarde DO comme rayon qui ait pour centre D, le côté OL ſera la tangente de la déclinaiſon ODL; ainſi dans le triangle rectangle VOL, le côté OV peut être regardé comme la ſécante de l'inclinaiſon du plan, & en même-tems comme ſinus total, dont le centre eſt V, & le côté OL, comme tangente de la déclinaiſon du plan, & comme tangente de l'an-

Fig. 6. V compris entre la verticale du plan & la méridienne. On aura donc la proportion, *La ſécante de l'inclinaiſon du plan eſt à la tangente de la déclinaiſon, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne.* Après qu'on aura trouvé cet angle on connoîtra ſon complément OLV ou CLR que la méridienne fait avec l'horiſontale; ainſi pour tracer la méridienne, il n'y aura qu'à tirer une ligne par le point L, qui faſſe avec l'horiſontale un angle égal au complément de l'angle trouvé OVL, ce ſera la méridienne.

Si on ſuppoſe que l'inclinaiſon du plan eſt de 60 degrés & ſa déclinaiſon de 45[d], la proportion marquée ci-deſſus ſe réduira à celle-ci, 20000. 10000 :: 10000. 5000. Or ce quatriéme terme eſt la tangente de 26 deg. 34 min. c'eſt la valeur de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne. Ainſi ſon complément 63 deg. 26 min. eſt l'angle que doit faire la méridienne avec l'horiſontale.

Méthode de trouver par le calcul les points horaires ſur l'équinoctiale ou ſur l'horiſontale, & de tracer les lignes horaires.

48. On peut auſſi trouver les points horaires ſur l'équinoctiale, & tracer les lignes horaires par le moyen du calcul. Pour cet effet il faut meſurer 1°. l'angle PSB égal à SCP qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, (on peut auſſi trouver cet angle par l'art. 191 du ſecond Liv.) 2°. l'angle BAM, qui eſt la différence des longitudes. La valeur de l'angle SCP étant connue, on imaginera le rayon SB augmenté ou diminué juſqu'à ce qu'il contienne 1000 parties égales de l'échelle que je ſuppoſe que l'on a, & on regardera ce côté du nouveau triangle rectangle CSB comme le ſinus total, dont le centre eſt B; auquel cas le côté BC ſera la ſécante de l'angle CBS, qui eſt le complém. de la hauteur du pole

ſur le plan ; par conſéquent on trouvera dans la table des ſécantes combien la ligne BC doit contenir de parties égales à celles dont la ligne SB en contient 1000 ; & par-là on connoîtra la diſtance du centre du Cadran à l'équinoctiale. Fig. 6.

49. Après que les deux angles PSB & BAM auront été meſurés, on pourra ôter le faux ſtile & effacer toutes les lignes qui avoient été tirées pour déterminer ces deux angles, excepté peut-être la ſouſtilaire, ſi on la trouve bien placée par rapport à l'étendue du plan : ſi on ne la trouve pas bien ſituée, il faut avant de l'effacer lui tirer une parallele en quel endroit du plan on voudra, laquelle on prendra pour la ſouſtilaire. Après cela on choiſira ſur cette ligne un point que l'on regardera comme le centre du Cadran : on le prendra au haut du plan, ſi le centre doit être au-deſſus de l'équinoctiale. On marquera enſuite un autre point ſur la ſouſtilaire, qui ſoit diſtant du centre autant que l'équinoctiale en doit être éloignée (cette diſtance eſt la ſécante de l'angle CBS :) & on élevera ſur ce point une perpendiculaire à la ſouſtilaire ; ce ſera l'équinoctiale. Après cela on cherchera combien la tangente de l'angle BAM, qui eſt la différence des longitudes, doit contenir de parties égales à celles dont le rayon équinoctial AB en contient 1000, & on prendra BM ſur l'équinoctiale avec l'échelle des parties égales, laquelle ligne BM contienne le nombre des parties que doit avoir cette tangente ; le point M ſera le point de midi ſur l'équinoctiale. Si donc on tire du centre C une ligne qui paſſe par le point M, ce ſera la méridienne. On trouvera tous le points horaires ſur l'équinoctiale par le calcul de la même maniere qu'on les a trouvés pour les Cadrans verticaux dans le troiſiéme Problême (liv. 2 art. 224 & 225), & on menera du centre du Cadran des lignes aux points horaires ; ce ſeront des lignes horaires. Si le centre eſt trop éloi-

Fig. 6. gné de l'équinoctiale on tirera une seconde équinoctiale, puis une troisiéme, & ensuite une quatriéme & une cinquiéme, s'il est nécessaire, comme nous l'avons dit dans le quatriéme Problême (liv. 2 art. 232), sur la description des Cadrans verticaux.

50. Quand on connoît l'inclinaison & la déclinaison du plan, on pourroit par le seul calcul trouver la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes ou des méridiens, sans mesurer ces angles, comme nous l'avons prescrit : mais il faudroit pour expliquer cette méthode proposer & démontrer plusieurs Problêmes, que nous omettons afin d'abréger. On peut les voir à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1707.

51. REMARQUE. Le rayon équinoctial BS étant supposé de 1000 parties, la hauteur du stile n'est plus la même qu'elle étoit lorsque ce rayon avoit une longueur différente. Mais si on vouloit sçavoir quelle est pour lors la hauteur du stile, on la trouveroit aisément en regardant le côté BS du triangle rectangle SPB, comme le rayon dont le point B est le centre; car pour lors la hauteur SP est le sinus de l'angle aigu SBP dont on connoît la valeur, puisqu'il est le complément de l'autre angle aigu en S que l'on a mesuré. On trouvera pareillement quelle doit être la longueur du côté PB en supposant le rayon équinoctial BS de 1000 parties. Il faut pour cela regarder le point S comme centre du sinus total BS, & le côté BP sera le sinus de l'angle S. On voit bien que la hauteur & le pied du stile étant changés, toutes les autres lignes changent de place, & ne se coupent plus au même point, excepté la soustilaire, & même l'équinoctiale pourvû qu'on conserve le même point B.

52. On peut encore marquer les points horaires sur la ligne horisontale, en suivant la méthode expliquée dans le sixiéme Problême touchant la constru-

ction des Cadrans verticaux (liv. 2 art. 242), pourvû qu'on regarde la ligne DO égale à XO, comme le rayon ou le ſinus total dans tous les triangles rectangles, tels que DO12, DO11, DO10, DO9, DO1, DO2, DO3, &c. formés par cette ligne DO, par les différentes tangentes OL ou O12, O11, O10, O9, &c. ou bien O1, O2, O3, &c. enfin par les lignes qu'on conçoit tirées du point D à tous les points horaires; en ſorte que le point O qui eſt l'interſection de la verticale du plan avec l'horiſontale tiendra la place du point P dans les Cadrans verticaux. Fig. 6.

53. Pour trouver aiſément dans cette méthode la longueur des tangentes O12, O11, O1, O2, &c. il faut ſuppoſer le ſinus total DO égal à 1000 parties, ou à un autre nombre qui contienne des parties aliquotes de 1000, & chercher par le triangle rectangle XPO, dont le côté XO eſt égal à DO, quelle doit être la hauteur du ſtile XP ou SP dans cette ſuppoſition, afin de trouver enſuite par le triangle rectangle SPC la diſtance CP, qui eſt la tangente de CSP complément de l'angle meſuré PSB, en prenant SP pour rayon, & le point S pour centre: on cherchera auſſi par le triangle XPO le côté OP, qui eſt la diſtance de l'horiſontale au pied du ſtile. Il s'agit préſentement d'expliquer comment on trouve l'inclinaiſon & la déclinaiſon des Cadrans inclinés.

Comment on meſure l'inclinaiſon d'un plan.

54. Afin de meſurer l'inclinaiſon d'un plan, il faut avoir un inſtrument tel que CABD de métail, par éxemple, de cuivre, qui ſoit un quarré ou un rectangle dans lequel il y ait un quart de cercle EF de 7 à 8 pouces de rayon, dont le centre ſoit le point C, auquel on doit faire un petit trou pour paſſer un fil de ſoie qui ſoutienne un plomb. Le quart de cercle doit être diviſé en degrés, & même en minutes de 5 en 5 Fig. 7.

Fig. 7. ou de 10 en 10, par le moyen des circonférences concentriques & des lignes droites transversales qu'il faut marquer sur le limbe ou la largeur du quart de cercle. Les quatre côtés de cet instrument sont des regles de cuivre, dont celle qui est marquée par CA doit avoir une échancrure entre E & A, afin que le plomb puisse y tenir, lorsque le fil qui le soutient passe par zero, ou le commencement de la division, que je suppose être au point E. Il faut aussi faire un échancrure semblable dans la regle CD entre F & D, afin que le plomb puisse s'y loger lorsque le fil passe à la fin du 90me degré. L'instrument étant construit de cette maniere, si on applique la regle AB sur la verticale d'un plan supérieur désigné par IL, ou sur une parallele à cette verticale, l'angle ECG compris entre le côté CA & le fil CGP, lequel angle est mesuré par l'arc EG, sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le prouver soit tirée la ligne horisontale HOR, l'angle AOH ou ROL sera l'inclinaison du plan. Or je dis que l'angle ECG est égal à l'angle AOH: car le triangle CAO étant rectangle, l'angle ECG est le complément de AOC. Or AOH est aussi complément de AOC, à cause de l'angle droit COH: donc les angles ECG & AOH sont égaux; ainsi pour connoître l'inclinaison du plan, il n'y aura qu'à voir combien l'arc EG contient de degrés & de minutes. Il est évident que si le plan IL étoit horisontal, comme HR, alors l'angle ECG seroit nul, parce que le fil passeroit par le point E, qui est le commencement des degrés marqués sur l'arc de cercle.

Fig. 8. 55. Si le plan est inférieur, il faut appliquer la regle CD opposée à AB sur une parallele à la verticale du plan, & alors l'angle ECG sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le faire voir il faut tirer l'horisontale HCR, l'angle ICH ou RCL sera l'inclinaison du plan. Or ICH est égal à ECG; car ICH est le

le complément de l'angle HCE, parce que l'angle ICA est droit, aussi-bien que ACD. Pareillement ECG est le complément du même angle HCE à cause de l'angle droit HCG; par conséquent les angles ICH & ECG sont égaux entr'eux. On voit bien que si le plan IL étoit vertical, alors l'angle ECG seroit droit, parce que le fil passeroit par le point F.

56. Quoique nous ayons dit qu'il faut appliquer un des côtés de l'instrument sur une parallele à la verticale du plan, afin d'en mesurer l'inclinaison, il n'est pourtant pas nécessaire que la verticale soit tracée afin de faire cette opération, parce que l'on connoîtra que la regle répond à une de ces paralleles, quand l'instrument donne une plus grande inclinaison que s'il étoit appliqué de toute autre maniere sur le plan (je suppose qu'il est toujours perpendiculaire au plan). D'ailleurs il suffit que la regle soit à peu-près posée le long d'une de ces paralleles.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode de trouver l'inclinaison du plan, que nous avons expliquée au commencement de ce Livre (12).

Plusieurs Méthodes de trouver la déclinaison d'un plan incliné.

On trouve la déclinaison du plan incliné à peu-près de la même maniere que celle d'un plan vertical, c'est pourquoi nous en parlerons en peu de mots, en rappellant quelques méthodes que nous avons proposées touchant les plans verticaux, & en avertissant de ce qu'il faut y changer quand on en fait l'application aux plans inclinés.

57. Ainsi par rapport à la premiere méthode expliquée dans le quatriéme Problême (liv. 2 art. 103), il faut prendre plusieurs points d'ombre, comme *f*, Fig. 9.
F, G; ensuite tirer des lignes du point vertical V qui

Fig. 9. passent par les points d'ombre, & qui coupent l'horisontale aux points *i*, I, K : ces lignes V*i*, VI, VK représenteront les verticaux auxquels répond le Soleil dans les instans où l'on a pris les points d'ombre. Après cela on mesurera avec le compas à verge les lignes O*i*, OI, OK qui représentent les arcs de l'horison compris entre le vertical du plan & les verticaux du Soleil : on mesurera aussi la ligne DO. Quand on aura pris la grandeur de ces lignes, qui sont des côtés des triangles rectangles DO*i*, DOI, DOK, on cherchera par le calcul quels sont les angles en D de ces triangles. Or on trouvera ces angles, par exemple ODI, par l'analogie suivante, dans laquelle on considere DO comme sinus total, & D comme centre, auquel cas OI devient tangente de l'angle ODI : DO *est à* OI, *comme le sinus total est à la tangente de l'angle* ODI. Cet angle, qui est celui que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan, à cause qu'il a son sommet au centre diviseur de l'horisontale, & que d'ailleurs OI représente l'arc de l'horison compris entre ces deux cercles, cet angle, dis-je, étant connu, on cherchera quelle étoit la hauteur du Soleil à l'instant qu'on a marqué le point d'ombre ; (nous en expliquerons ensuite la méthode). Enfin on cherche l'angle du vertical du Soleil avec le méridien (liv. 2 art. 104) ; ce qui suppose qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaison du Soleil & sa hauteur sur l'horison. Quand on a trouvé les deux angles que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan & avec le méridien, on les compare, soit en les ajoutant, soit en retranchant l'un de l'autre, & la somme ou la différence est la déclinaison du plan (liv. 2 art. 103).

58. Voici comment on peut trouver la hauteur du Soleil par l'ombre du stile attaché à un plan incliné. Soit le point d'ombre F, il faut tirer la verticale VFI & la ligne DI, après quoi on abbaissera du point P la

perpendiculaire P*d* ſur cette verticale, & du point I, comme centre, & d'un intervalle égal à DI, on décrira un arc qui coupe cette perpendiculaire au point *d*; ce point ſera le centre diviſeur de la verticale VI; parce que l'horiſontale & cette verticale ſe coupant au point I, les centres diviſeurs D & *d* de ces deux lignes doivent être à égale diſtance du point d'interſection (Liv. II, art. 69). Le centre diviſeur *d* étant trouvé, on tirera de ce point une ligne au point F, lequel déſigne le lieu du Soleil, & une autre au point I de l'horiſontale, l'angle F*d*I ſera la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, puiſque cet angle a pour meſure l'arc du vertical repréſenté par FI, lequel arc eſt entre le Soleil & l'horiſon. Il s'agit donc de trouver cet angle; ce qui ſe fera en meſurant les trois lignes *dp*, *p*I & *p*F, afin de connoître deux côtés de chacun des triangles rectangles *dp*I & *dp*F, dans leſquels il faut regarder *dp* comme le ſinus total, dont le centre eſt *d*; & alors les côtés *p*I & *p*F ſeront les tangentes des angles oppoſés *pd*I & *pd*F, dont le ſecond étant ôté du premier, le reſte ſera l'angle F*d*I, qui eſt la hauteur cherchée. Fig. 9.

59. La ſixiéme méthode expliquée dans l'article 144 du ſecond Livre, a auſſi lieu pour les plans inclinés. Il faut prendre des points d'ombre correſpondans, c'eſt-à-dire, à des inſtans également éloignés de midi, tels que les points F & G; enſuite mener du point vertical V des lignes qui paſſent par ces points F, G, & qui ſoient prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'horiſontale aux points I & K. Si on tire du centre diviſeur D de l'horiſontale des lignes DI, DK, l'angle IDK qui a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a pour meſure l'arc de l'horiſon compris entre les verticaux déſignés par VI, VK; ainſi cet angle eſt

Fig. 9. égal à celui que font ces deux verticaux. Mais l'angle que font les mêmes verticaux est coupé en deux parties égales par le méridien : donc si on partage également l'angle IDK par la ligne DL, elle aboutira à un point de l'horisontale par lequel doit passer la méridienne ; donc l'angle ODL formé par la verticale du plan & par la ligne DL, est la déclinaison du plan (Liv, II, art. 43).

Outre ces méthodes on peut encore déduire la déclinaison du plan de la description des lignes méridienne, soustilaire & équinoctiale. Nous allons parler de chacune en peu de mots, en supposant toujours que la verticale & l'horisontale sont tracées, & qu'on a marqué le point vertical & le centre diviseur de cette derniere ligne.

60. 1°. On peut décrire la méridienne en prenant un point d'ombre à midi : car une ligne tirée du point vertical & qui passe par ce point d'ombre est la méridienne. Or la méridienne étant tirée, on trouve facilement la déclinaison du plan, puisque si on tire une ligne du centre diviseur D au point L, où je suppose que la méridienne coupe l'horisontale, l'angle ODL sera la déclinaison du plan (Liv. II, art. 43), parce qu'il est égal à celui qui est compris entre le vertical du plan & le méridien.

61. 2°. On trace la soustilaire par la méthode générale expliquée dans le troisiéme Problême de la seconde section du Livre II, article 93. Cette ligne étant décrite, on cherchera encore la hauteur du pole sur le plan par la méthode exposée au Liv. II, articles 96 & 98. Or ces deux choses étant connues,
Fig. 6. on tirera du pied du stile sur la soustilaire une perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on menera la ligne SB qui fasse l'angle PSB égal à la hauteur du pole sur le plan, & le point d'intersection de la

perpendiculaire P*d* ſur cette verticale, & du point I, Fig. 9.
comme centre, & d'un intervalle égal à DI, on décrira un arc qui coupe cette perpendiculaire au point *d*; ce point ſera le centre diviſeur de la verticale VI, parce que l'horiſontale & cette verticale ſe coupant au point I, les centres diviſeurs D & *d* de ces deux lignes doivent être à égale diſtance du point d'interſection (liv. 2 art. 69). Le centre diviſeur *d* étant trouvé, on tirera de ce point une ligne au point F, lequel déſigne le lieu du Soleil, & un autre au point I de l'horiſontale, l'angle F*d*I ſera la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, puiſque cet angle a pour meſure l'arc du vertical repréſenté par FI; lequel arc eſt entre le Soleil & l'horiſon. Il s'agit donc de trouver cet angle; ce qui ſe fera en meſurant les trois lignes *dp*, *p*I & *p*F; afin de connoître deux côtés de chacun des triangles rectangles *dp*I & *dp*F, dans leſquels il faut regarder *dp* comme le ſinus total, dont le centre eſt *d*, & alors les côtés *p*I & *p*F ſeront les tangentes des angles oppoſés *pd*I & *pd*F, dont le ſecond étant ôté du premier, le reſte ſera l'angle F*d*I, qui eſt la hauteur cherchée.

59. La ſeconde méthode expliquée dans l'art. 126 du ſecond Livre, a auſſi lieu pour les plans inclinés. Il faut prendre des points d'ombres correſpondans, c'eſt-à-dire, à des inſtans également éloignés de midi, tels que les points F & G, enſuite mener du point vertical V des lignes qui paſſent par ces points F, G, & qui ſoient prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'horiſontale aux points I & K. Si on tire du centre diviſeur D de l'horiſ. des lignes DI, DK, l'angle IDK qui a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a pour meſure l'arc de l'horiſon compris entre les verticaux déſignés par VI, VK : ainſi cet angle eſt égal à celui que font ces deux verticaux. Mais l'angle que font les mêmes verticaux eſt coupé en deux parties égales par le méridien : donc ſi on partage également

Fig. 9. l'angle IDK par la ligne DL, elle aboutira à un point de l'horisontale par lequel doit passer la méridienne: donc l'angle ODL formé par la verticale du plan & par la ligne DL, est la déclinaison du plan (liv. 2, art. 43).

La troisiéme méthode de l'art. 140 du second Livre peut aussi s'appliquer aux plans inclinés. Cela ne souffre aucune difficulté, après ce que nous avons dit touchant l'application de la premiere. Il faut seulement observer que le point marqué par P sur les plans verticaux est ici désigné parO.

Outre ces méthodes on peut encore déduire la déclinaison du plan de la description des lignes méridienne, soustilaire & équinoctiale. Nous allons parler de chacune en peu de mots, en supposant toujours que la verticale & l'horisontale sont tracées, & qu'on a marqué le point vertical & le centre diviseur de cette derniere ligne.

60. 1°. On peut décrire la méridienne en prenant un point d'ombre à midi : car une ligne tirée du point vertical & qui passe par ce point d'ombre est la méridienne. Or la méridienne étant tirée, on trouve facilement la déclinaison du plan, puisque si on tire une ligne du centre diviseur D au point L, où je suppose que la méridienne coupe l'horisontale, l'angle ODL sera la déclinaison du plan (liv. 2 art. 43), parce qu'il est égal à celui qui est compris entre le vertical du plan & le méridien.

61. 2°. On trace la soustilaire par la méthode générale expliquée dans le VIIIme Probl. (liv. 2 art. 166). Cette ligne étant décrite, on cherchera encore la hauteur du pole sur le plan par la méthode exposée à la suite du XIme Problême. Or ces deux choses étant
Fig. 6. connues, on tirera du pied du stile sur la soustilaire une perpendicul. PS égale à la hauteur du stile, & on menera la ligne SB qui fasse l'angle PSB égal à la hauteur du pole sur le plan, & le point d'intersection de la

ligne SB avec la souſtilaire, ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale, qui doit être perpendiculaire à la souſtilaire. Or l'équinoctiale étant tirée, on trouve la déclinaiſon du plan, comme on le dira à la fin de ce Livre. On peut déterminer la longueur de PB par le calcul, ſans avoir beſoin de tirer les lignes SP & SB, il ſuffit de les concevoir, puiſque ſi on conſidere SP comme ſinus total, & le point S comme centre, PB eſt la tangente de l'angle connu PSB; ainſi il n'y aura qu'à faire cette proportion : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme la hauteur du ſtile SP eſt à* PB.

3°. Nous allons ajouter un Problême pour mener la ligne équinoctiale par une méthode qui ne ſuppoſe ni la connoiſſance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaiſon du plan, & qui peut être employée tant pour les plans verticaux que pour les inclinés.

PROBLÊME.

62. *Deux points d'ombres étant donnés ſur un plan avec la déclinaiſon du Soleil au tems où l'on a pris les deux points d'ombre, trouver la ligne équinoctiale.* Fig. 10.

Soit S le ſommet du ſtile ST, les deux points d'ombre V & X, qu'il faut prendre fort éloignés l'un de l'autre.

1°. On tirera la ligne *ſv* égale à la diſtance du ſommet du ſtile au point d'ombre V, & on fera l'angle *vſh* égal à la déclinaiſon du Soleil dans le tems qu'on a pris le point d'ombre V. Il eſt bon de ſe ſervir d'une planche dont la ſurface ſoit unie & plane, afin de tirer la ligne *ſv*, & de faire l'angle *vſh*.

2°. On décrira enſuite du point V, comme centre, & d'un intervalle pris à diſcretion, une circonférence FG, & du point V on tirera pluſieurs rayons, comme VF & VG. On décrira auſſi une ſeconde circonférence *fg* du point *v* comme centre, & du même intervalle dont on a décrit la premiere.

Fig. 10. 3°. On prendra avec le compas la diſtance du ſommet du ſtile au point F ; & gardant cette diſtance, on mettra une pointe du compas ſur le point *ſ*, & on décrira un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *f*. On prendra de même la diſtance du ſommet S au au point G, & appliquant une pointe du compas en *ſ*, on décrira avec cette diſtance un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *g*. On fera la même choſe pour les autres points marqués ſur la premiere circonférence.

4°. On tirera des rayons du centre de la ſeconde circonférence *fg* au point d'interſection des arcs avec cette circonférence, & on prolongera ces rayons, s'il eſt néceſſaire, juſqu'à ce qu'ils coupent la ligne *ſk* aux points *h* & *k* : après quoi on prendra avec le compas les diſtances *uh* & *uk* que l'on portera ſur les rayons VF & VG depuis V, & on tirera une courbe HK qui paſſe par les points H & K qui termineront ces diſtances, & par pluſieurs autres qu'on déterminera de la même maniere.

5°. On fera la même choſe pour l'autre point d'ombre X, & on décrira une ſeconde courbe NR, comme on a décrit la premiere en faiſant un angle *xſn* égal à la déclinaiſon du Soleil dans le tems qu'on aura marqué ce ſecond point d'ombre, lequel angle ait le côté *ſx* égal à la diſtance depuis le ſommet du ſtile au point X.

Je dis que ſi on tire une ligne droite qui ſoit tangente de l'une & de l'autre courbe, cette tangente ſera l'équinoctiale par rapport au ſommet du ſtile. Lorſque l'on verra à peu-près l'endroit de l'une & de l'autre courbe par où doit paſſer la tangente, il faudra tirer vers ce côté-là pluſieurs rayons des centres V & X, & déterminer un plus grand nombre de points des courbes, afin de les tracer plus éxactement dans cet endroit.

DÉMONSTRATION.

Si le Soleil étoit à l'équateur dans le tems qûe l'on prend les deux points d'ombre, la ligne équinoctiale passeroit par ces deux points; parce que la ligne que décrit l'ombre du Soleil dans un jour sur un plan, représente le cercle que décrit le Soleil pendant ce jour. Mais si le Soleil est à quelque distance de l'équateur, il est évident que la ligne qui passeroit alors par les deux points d'ombre ne seroit pas l'équinoctiale. Or pour déterminer la position de cette équinoctiale, il faut imaginer un angle égal à la déclinaison qu'avoit le Soleil dans l'instant auquel on a marqué le premier point d'ombre V, dont le sommet soit à l'extrémité du stile, & dont un des côtés soit la ligne SV tirée de cette extrêmité à ce point d'ombre. Si on conçoit que l'autre côté de l'angle tourne autour du premier côté qui aboutit à ce point d'ombre, ce second côté, qu'il faut toujours concevoir prolongé jusqu'à la surface du mur, décrira en tournant une ligne courbe sur le plan, laquelle marquera par quelqu'un de ses points la distance de la ligne équinoct. au premier point d'ombre; ainsi cette ligne touchera la courbe au point qui marquera cette distance. Il faut pareillement imaginer un autre angle égal à la déclinaison qu'avoit le Soleil dans le tems qu'on a pris le second point d'ombre, lequel ait aussi son sommet à l'extrêmité du stile & un de ses côtés aboutissant à ce point d'ombre: en concevant que ce second angle tourne comme le premier autour du côté qui se termine au point d'ombre, l'autre côté décrira aussi une courbe autour de ce point: & cette courbe marquera par quelqu'un de ses points la distance de l'équinoctiale au second point d'ombre; par conséquent cette ligne touchera aussi la seconde courbe au point qui marquera cette distance: ainsi l'équinoctiale doit être tangente de l'une & de

l'autre courbe. Si donc on tire une ligne qui touche les deux courbes, elle ſera l'équinoctiale cherchée. Or en faiſant réflexion à la méthode preſcrite dans ce Problême, on verra que ces deux courbes décrites par la révolution des deux angles ſont les mêmes que celles qui ont été décrites par cette méthode. Par conſéquent en ſuivant cette méthode ou trouve l'équinoctiale.

63. On peut tirer une tangente ou à la partie ſupérieure des courbes ou à la partie inférieure. Mais il eſt facile de déterminer à laquelle des deux il faut mener la tangente. Car lorſque la déclinaiſon du Soleil eſt ſeptentrionale, alors l'équinoctiale touche la partie ſupérieure des courbes; parce que le Soleil étant alors plus près de notre zenith que quand il eſt à l'équateur, on conçoit que les points d'ombre ſont plus bas que lorſqu'il répond à l'équateur, ou, ce qui eſt la même choſe, les points d'ombre du Soleil, lorſqu'il décrit l'équateur, ſont au-deſſus de ceux qui tombent ſur le même plan lorſqu'il eſt plus près de notre zenith que l'équateur. Or, comme nous avons dit, l'équinoctiale doit paſſer par les points d'ombre du Soleil lorſqu'il eſt à l'équateur. Par la raiſon contraire il faut tirer la tangente à la partie inférieure des courbes, lorſque la déclinaiſondu Soleil eſt méridionale. On parle ici des plans qui ſont dans la partie ſeptentrionale de la terre hors des deux tropiques. Cela ſuppoſé, la Regle eſt généralement vraie pour tous les plans verticaux, mais s'il s'agit des plans inclinés, il faut excepter les ſupérieurs du nord & les inférieurs du midi, lorſque les uns & les autres ont une inclinaiſon moindre que l'élévation de l'équateur, & que d'ailleurs leur déclinaiſon n'eſt pas bien grande; parce que ſur ces deux eſpeces de plans l'équinoct. doit être au-deſſous des points d'ombre du Soleil, quand il répond aux ſignes ſeptentrionaux.

64. Si on marquoit la trace de l'ombre du Soleil ſur

un plan, cette trace ne ſeroitu ne ligne droite que quand le Soleil décriroit l'équateur (liv. 2, art. 5.), parce que de tous les cercles que le Soleil décrit chaque jour pendant l'année, il n'y a que l'équateur qui ait pour centre l'extrêmité du ſtile, laquelle peut être conſidérée comme le centre de la terre.

65. L'équinoctiale HBM étant décrite, on trouvera ainſi la déclinaiſon du plan : il faut tirer du point H où cette ligne coupe l'horiſontale, une ligne DH au centre diviſeur de l'horiſontale, & du point D on élevera une perpendiculaire DL ſur DH ; on aura l'angle ODL qui ſera la déclinaiſon du plan ; car l'angle HDL étant droit, & le point H étant l'interſection de l'horiſontale avec l'équinoctiale, le point L doit être l'interſection de la même ligne avec la méridienne, puiſque l'arc de l'horiſon compris entre l'équateur & le méridien eſt un quart de cercle. Or cela étant ainſi l'angle ODL doit être la déclinaiſon du plan (liv. 2 art. 43,) parce qu'il eſt égal à celui qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien. Fig. 6.

66. Quand l'équinoct. eſt tracée, on peut tirer facilement la ſouſtil. il ſuffit de mener du pied du ſtile une perpendic. ſur l'équinoct. Ainſi on pourra meſurer PB qui eſt la partie de la ſouſtil. compriſe entre le pied du ſtile & l'équinoct. Or connoiſſant PB & la hauteur du ſtile SP qui ſont deux côtés du triangle rectangle SPB, on trouvera l'angle PSB égal à SCP qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, on trouvera, dis-je, cet angle en faiſant l'analogie ſuivante : *La hauteur du ſtile* SP *eſt à* PB *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PSB. Si le plan eſt vertical, on trouvera par cet angle la déclinaiſon du plan, en ſe ſervant de l'analogie de l'art. 190 du ſecond livre.

Fin du troiſiéme Livre.



LIVRE QUATRIEME.

DANS ce quatriéme Livre nous parlerons de plusieurs choses que nous n'aurions pû insérer commodément dans les Livres précédens en donnant aux matieres une étendue convenable ; sçavoir 1°. des premieres & des dernieres heures ; 2°. de la maniere de placer l'axe ; 3°. de la description de la méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen ; 4°. des arcs des Signes & des arcs diurnes ; 5°. de l'Anneau astronomique.

DES PREMIERES ET DES DERNIERES heures qu'il faut marquer sur les Cadrans.

ART. I. LOrsqu'il s'agit des Cadrans horisontaux on marque toutes les heures depuis le lever du Soleil jusqu'au coucher au plus long jour de l'année, c'est-à-dire au solstice d'Eté ; parce le Soleil éclaire le plan horisontal pendant tout le tems qu'il est sur l'horison. Or voici l'analogie par laquelle on trouvera ce qu'il faut ajouter à 6 heures pour avoir la moitié de la durée du plus long jour de l'année : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du Soleil, qui est alors de* $23^d\ 28'$, *comme le sinus total est au sinus d'un nombre de degrés* qu'il faudra réduire en heures, & les ajouter ensuite à six heures, la somme sera la moitié du plus long jour de l'année (liv. 4 de la Sphere, art. 18); & par conséquent ce sera la derniere heure du soir qu'il faudra marquer sur le Cadran horisontal. Cette

heure fera trouver la premiere du matin, parce qu'elles sont l'une & l'autre également éloignées de midi.

2. Il n'en est pas de même des Cadrans verticaux; car afin qu'ils reçoivent directement la lumiere du Soleil, il est nécessaire non-seulement que le Soleil soit au-dessus de l'horison, mais aussi devant le plan vertical, puisque s'il étoit derriere ce plan, il ne pourroit l'éclairer que par réflection, & non pas directement: en un mot, afin que les rayons du Soleil tombent directement sur le plan vertical, il faut qu'il soit levé tant par rapport à ce plan, que par rapport à l'horison.

Avant d'expliquer la maniere de trouver les premieres & les dernieres heures des Cadrans verticaux, qui sont les seuls dont nous nous proposons de parler sur cette matiere, nous ferons quelques remarques qui contribueront à l'intelligence de ce que nous avons à dire.

3. 1°. Tout plan qui ne passe pas par les poles de la Terre ou du Monde, a une de ses faces tournée vers le midi ou le sud, & l'autre vers le septentrion ou le nord: ainsi il peut être considéré comme un plan du midi d'un côté, & comme un plan du nord de l'autre côté. Si ce plan ne décline pas, il sera méridional par une de ses faces, & septentrional par l'autre: mais s'il décline, ce sera vers l'orient d'un côté & vers l'occident de l'autre. On entendra cela par la fig. 1, dans laquelle Fig. 1.
le cercle ESOM représente l'horison; SM le méridien, ou plutôt l'intersection du méridien avec l'horison; EO, celle du premier vertical ou de l'équateur, ou d'un plan soit méridional soit septentrional; enfin AB, celle d'un plan déclinant avec le même horison; les points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qu'on appelle *Est* & *Ouest*, sont E & O: ceux du septentrion & du midi sont S & M; il est évident que si on considere AB en tant qu'il est tourné vers M, c'est un plan

du midi déclinant vers l'orient E ; & si on regarde AB en tant qu'il est tourné vers S, c'est un plan du nord déclinant vers l'occident O.

4. 2°. Le Soleil ne peut en même-tems éclairer les deux faces d'un plan : quand il est devant l'une il est nécessairement caché par rapport à l'autre : & s'il se leve sur l'une, il se couche à l'égard de l'autre.

5. 3°. Lorsque l'amplitude du Soleil est égale à la déclinaison du plan, alors le Soleil se leve ou se couche à l'intersection de ce plan avec l'horison (il faut concevoir le plan prolongé jusqu'à la circonference de l'horison). Or quand le Soleil se leve au point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors ce plan commence plutôt à être éclairé que tous les autres jours de l'année : & quand le Soleil se couche à l'autre point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors le plan cesse plus tard d'être éclairé que les autres jours. (Fig. 1.) Pour entendre la raison de ce que nous avançons, supposons le plan du midi *ab* dont la déclinaison soit moindre que l'amplitude qu'a le Soleil aux solstices, & que cette amplitude soit ET & OR, ou E*t* & O*r* : il est évident qu'à mesure que le Soleil levant ira du point *t* au point *a*, il éclairera plutôt le plan, parce que le Soleil se leve plus matin à mesure qu'il s'approche du tropique du Cancer TR ; & d'ailleurs il éclaire le plan aussi-tôt qu'il est levé, jusqu'à ce qu'il soit arrivé en *a* : mais quand il est parvenu au-delà de ce point, il n'éclaire plus en se levant la face de ce plan tournée au midi, parce qu'il est au nord, eu égard au plan : c'est pourquoi le Soleil éclaire ce plan du midi le plutôt qu'il est possible le jour qu'il se leve au point d'intersection du plan avec l'horison. De même le Soleil allant du point *r* au point *b*, se couche tous les jours plus tard, & par conséquent il éclaire le plan plus long-tems au soir, parce que le plan est alors éclairé jusqu'à ce que le Soleil se couche : mais quand

le Soleil a passé le point *b*, il n'éclaire plus le plan du midi *ab* jusqu'au tems du coucher, puisqu'en se couchant il est pour lors du côté du nord par rapport au plan: ainsi le Soleil éclaire ce plan du midi le plus tard qu'il soit possible, quand il se couche au point d'intersection du plan avec l'horison.

6. Afin de trouver le jour auquel le Soleil se leve le plutôt ou se couche le plus tard qu'il est possible, il faut chercher quelle doit être la déclinaison du Soleil quand son amplitude est égale à la déclinaison du plan : on se servira pour cet effet de l'analogie de l'art. 26 du quatriéme Livre de la Sphere, que l'on trouvera ci-après; or quand on connoîtra la déclinaison du Soleil, on verra par le moyen des tables de la déclinaison du Soleil que nous ajouterons à la fin de ce Livre, quel est le jour auquel cette déclinaison est telle qu'on l'aura trouvée.

7. Mais il peut se faire que le Soleil ne se leve jamais ni ne se couche au point d'intersection de l'horison & du plan: sçavoir quand la déclinaison de ce plan est plus grande que l'amplitude orientale ou occidentale du Soleil aux solstices, plus grande, dis-je, que n'est cette amplitude par rapport au lieu où est situé le plan: par éxemple, si la déclinaison du plan vertical, qui est à la latitude de Paris, est plus grande qu'environ 37 degrés, le Soleil ne pourra se lever ni se coucher au point d'intersection de l'horison & du plan. Afin d'entendre la raison de ce que nous avançons, il faut remarquer que quand le plan est méridional ou septentrional, alors il coupe l'horison aux mêmes points que l'équateur: ces points sont l'orient & l'occident des équinoxes, que l'on appelle le *vrai orient* & *le vrai occident*; par conséquent lorsque le plan décline, il rencontre l'horison ou plutôt la circonférence de ce cercle à deux points, dont l'un est dans la partie septentrionale, & l'autre dans la partie mé-

ridionale ; tous les deux à des diſtances des points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qui ſont chacune égales à la déclinaiſon du plan. Si donc cette déclinaiſon excéde l'amplitude du Soleil aux ſolſtices qui eſt la plus grande de toute l'année, il ne pourra ſe lever ni ſe coucher aux points de rencontre du plan & de l'horiſon.

Fig. 1. 8. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la figure 1, dans laquelle les points de rencontre du plan déclinant avec la circonférence de l'horiſon ſont A & B, la déclinaiſon du plan eſt l'angle ACE ou BCO, dont la meſure eſt l'arc AE ou BO de l'horiſon, leſquels arcs ſont auſſi les diſtances des points d'interſection A & B aux autres points E & O. Cela poſé, on voit clairement que ſi les diſtances AE & BO ſont plus grandes que les amplitudes du Soleil au tems des ſolſtices, leſquelles amplitudes ſe meſurent auſſi par des arcs de l'horiſon pris depuis les points de l'orient & de l'occident des équinoxes juſqu'aux points où le Soleil ſe leve ou ſe couche alors ; on voit, dis-je, que ſi les diſtances AE & BO ſont plus grandes que ces amplitudes, le Soleil ne pourra ni ſe lever ni ſe coucher aux points A & B, qui ſont ceux où le plan déclinant rencontre la circonférence de l'horiſon.

9. Il paroît par ce que nous avons dit (5.), que ſi la déclinaiſon du plan eſt moindre que la plus grande amplitude du Soleil, cet aſtre ſe montre le plûtôt ou diſparoît le plus tard qu'il ſoit poſſible par rapport au plan, les deux jours auxquels ſon amplitude eſt égale à la déclinaiſon du plan, parce que c'eſt alors que le Soleil ſe leve ou ſe couche au point d'interſection du plan & de la circonférence de l'horiſon. Si donc un plan du midi décline vers l'orient, ce ſera au Printemps & en Eſté que le Soleil paroîtra le plutôt par rapport au plan, c'eſt-à-dire, quand il parcourra les Signes ſeptentrionaux ; & il ſe cachera le plus tard

pour ce plan dans les deux autres saisons : Soit, par exemple, le plan *ab* qui est tourné vers le midi M, & qui décline vers l'orient E : il est évident que le Soleil se levera le plutôt qu'il soit possible pour le plan quand il paroîtra le matin au point *a*, lequel point répond aux Signes septentrionaux, puisqu'il est du côté du septentrion S. Il est clair aussi que le Soleil se couchera le plus tard pour le plan quand il passera le soir par le point *b* qui est vers le midi. Si le plan du midi décline vers l'occident, comme *fg*, le Soleil se montrera le plutôt à ce plan quand il sera au point *g* dans les signes méridionaux, & se cachera le plus tard qu'il soit possible par rapport au même plan, lorsqu'il sera au point *f* dans les signes septentrionaux. Fig. 1.

10. Pour ce qui est des plans du nord, il en faut juger tout autrement. S'ils n'avoient point de déclinaison, ils ne jouïroient pas de la présence du Soleil pendant l'Automne & l'Hyver, parce qu'il éclaire alors la face opposée des plans, c'est-à-dire, la face méridionale (liv. 2 art. 24), pendant tout le jour. Ils commenceroient seulement à en jouïr à l'équinoxe du Printems, & continueroient jusqu'à l'autre équinoxe ; mais s'ils déclinent vers l'orient, comme *fg* en tant qu'il est tourné vers S & vers E, ils sont éclairés du Soleil le matin avant l'équinoxe du Printems, & après celui d'Automne, sçavoir quand l'amplitude méridionale du Soleil est plus petite que leur déclinaison E*g*, & ne le voient le soir que quelque tems après l'équinoxe du Printems, & avant celui d'Automne, sçavoir lorsque l'amplitude septentrionale est plus grande que leur déclinaison O*f*.

11. Lorsque la déclinaison d'un plan du midi est égale ou même plus grande que la plus grande amplitude du Soleil, alors si le plan décline vers l'orient, le Soleil paroîtra tous les jours devant le plan au même moment qu'il se levera sur l'horison du lieu ;

car ſoit le plan AB dont on prenne la face qui eſt du côté du point M, ce ſera un plan du midi déclinant vers l'orient E : je dis que ſi la déclinaiſon AE excede la plus grande amplitude du Soleil, ou lui eſt égale, il ſera éclairé le matin tout auſſi-tôt que cet Aſtre paroîtra ſur l'horiſon, puiſque l'amplitude n'étant pas plus grande que la déclinaiſon du plan, le Soleil ſera devant le plan auſſi-tôt qu'il ſe levera : & ſi le plan eſt ſitué hors de la zone torride, il ſera éclairé juſqu'après midi ; car le Soleil eſt toujours du côté du pole méridional par rapport à ce plan juſqu'à ce qu'il ait paſſé le méridien, & qu'il ſoit même à quelque diſtance au-delà. Il eſt facile de prouver de la même maniere que ſi le plan décline vers l'occident, comme FG, en tant qu'il eſt tourné en partie vers M, & en partie vers O, il ne ceſſera d'être éclairé que quand le Soleil ſe couchera.

12. Lorſque la déclinaiſon d'un plan du nord eſt plus grande que l'amplitude du Soleil aux ſolſtices, ſi le plan décline vers l'orient, comme FG, qui eſt un plan du nord en tant qu'il eſt tourné vers S, le Soleil ſe montrera le matin au plan pendant toute l'année, & ne paroîtra jamais le ſoir, parce que depuis midi, & même avant juſqu'au ſoir, le Soleil eſt du côté de la face de ce plan, qui eſt tournée vers le midi. Si le plan décline vers l'occident, comme la face de AB tournée vers S, le Soleil paroîtra après midi devant ce plan pendant toute l'année, & jamais avant midi. On ſuppoſe ici que le plan eſt ſitué hors de la zone torride.

13. Voici une méthode de trouver quelles ſont les premieres & les dernieres heures qu'il faut marquer ſur un Cadran du midi dont la déclinaiſon eſt moindre que la plus grande amplitude du Soleil. Il faut concevoir un Cadran horiſontal qui coupe le Cadran vertical, comme nous l'avons ſuppoſé (liv. 2 art. 242), de maniere que l'axe de celui-ci rencontre le centre du premier, & que la méridienne du premier aille aboutir

à celle

à celle du ſecond; les autres lignes horaires du premier qui rencontrent le plan vertical iront auſſi aboutir aux autres lignes horaires correſpondantes du ſecond, puiſque les deux Cadrans ayant le même axe, ce ſont les mêmes cercles horaires qui en coupant les deux plans font les lignes horaires ſur l'un & ſur l'autre plan. Or de toutes les lignes horaires du Cadran horiſontal, c'eſt celle qui eſt parallele au plan vertical qui déſigne la premiere & la derniere heure qu'il faut marquer ſur le Cadran vertical. Voici comment on trouve cette ligne horaire du Cadran horiſontal.

14. Que la ligne CMA repréſente la méridienne du Cadran horiſontal, la ligne EMO perpendiculaire à CMA ſera l'interſection du premier vertical avec le plan horiſontal, & déſignera par ſes extrémités E & O l'orient & l'occident: il faut tirer la ligne IL ou IML qui faſſe avec la perpendiculaire EO l'angle IMO égal à la déclinaiſon du plan vertical (je ſuppoſe que le plan décline vers l'orient) cette ligne IL ſera celle du plan, c'eſt-à-dire, qu'elle repréſentera l'interſection du plan vertical avec le plan horiſontal, dont la méridienne eſt CMA: ainſi de toutes les lignes horaires du Cadran horiſontal, celle qui eſt parallele à cette ligne du plan déſigne la premiere & la derniere heure du Cadran vertical, lorſqu'elle eſt prolongée de part & d'autre au-delà du centre C. Or cette ligne horaire RCT, parallele à IML, fait avec la méridienne CM un angle aigu TCM égal à CMI qui eſt le complément de IMO déclinaiſon du plan. Il ne s'agit donc que de trouver une ligne horaire entre celles du ſoir qui faſſe avec la méridienne un angle égal au complément de la déclinaiſon du plan: (nous diſons une ligne horaire entre celles du ſoir, parce que nous avons ſuppoſé le Cadran vertical déclinant vers l'orient). On apprendra la méthode Fig. 23

de trouver cette ligne par l'éxemple ſuivant.

15. Suppoſons qu'un plan du midi ſitué au quarante-neuviéme degré de latitude décline vers l'orient de 30 deg. l'angle TCM ſera de 60^d, puiſqu'il eſt égal à l'angle CMI, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan; il faut donc chercher quelle eſt la ligne horaire du ſoir, qui fait avec CM un angle de 60^d. Or cela ſe trouve par la proportion dont on ſe ſert pour connoître les angles horaires du Cadran horiſontal (liv. 1 art. 43). La voici : *Le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole, comme la tangente de la diſtance du Soleil au méridien, eſt à la tangente de l'angle horaire*, qui eſt ici de 60 degrés, ou bien *invertendo*, afin que le terme inconnu ſoit le quatriéme, *Le ſinus de la hauteur du pole eſt au ſinus total, comme la tangente de l'angle horaire, qui eſt égal au complément de la déclinaiſon du plan, eſt à la tangente de la diſtance du Soleil au méridien.* Les trois 1ers termes de cette proportion ſont connus : on trouvera donc le 4me, qui dans notre éxemple eſt la tangente de $66^d\ 27'$, leſquels étant réduits donnent $4^h\ 25^m\ 48^s$; ainſi la derniere ligne horaire qu'on puiſſe tracer, eſt celle de $4^h\ 25^m$ 48 ſec. ou plutôt environ $4^h\ 26^m$; par conſéquent la premiere ſera auſſi à peu-près celle de $4^h\ 26^m$ du matin, comme nous le prouverons bien-tôt.

16. Afin d'entendre pourquoi la ligne horaire parallele à la ligne du plan eſt le terme de toutes les heures du matin & du ſoir, qu'il faut marquer ſur le Cadran vertical, il faut concevoir un Cadran horiſontal qui ſoit fait pour la latitude du lieu où eſt le plan vertical, & qui ſoit enfoncé dans le plan vertical, comme nous l'avons dit (13), de maniere que la mérid. de l'horiſontal aille rencontrer celle du vertical, & que l'axe de celui-ci aboutiſſe au centre de l'horiſontal, alors cet axe ſera l'aiguille commune des deux Cadrans. Or l'ombre de cette aiguille ne pourra tomber le matin ſur le Cadran vertical avant que ſa direc-

tion prise sur le Cadran horisontal soit parallele au plan du premier Cadran. De même l'ombre de l'axe ne pourra plus tomber le soir sur le Cadran vertical après le tems auquel elle est parallele au plan de ce cadran.

17. Il suit de-là qu'un Cadran vertical du midi peut marquer douze heures, & pas davantage: car une ligne horaire prolongée de part & d'autre du centre désigne par les deux extrémités des heures diamétralement opposées, c'est-à-dire, également éloignées l'une de minuit & l'autre de midi: si par exemple, une extrémité désigne 5 heures du matin, l'autre marquera 5 heures du soir, puisque chaque cercle horaire, dont une ligne horaire est l'intersection, désigne deux heures opposées, une le matin; l'autre le soir. Mais si un plan vertical a une déclinaison qui excede la plus grande amplitude du Soleil, il ne pourra marquer 12 heures, soit parce que le Soleil ne sera pas encore levé sur l'horison du lieu, quoiqu'il soit déja devant le plan, soit parce que le Soleil sera couché lorsqu'il est encore devant ce plan.

18. On peut remarquer que si un Cadran vertical du midi n'a point de déclinaison, il montrera les heures seulement depuis 6^h du matin jusqu'à 6^h du soir. Car le Cadran horisontal étant appliqué contre ce Cadran vertical, comme nous l'avons dit (13), la méridienne de l'horisontal sera perpendiculaire au plan vertical; & par conséquent ce sera la ligne de 6 heures qui sera parallele à ce plan. C'est à un même jour, sçavoir au tems des équinoxes, que ce Cadran vertical est éclairé depuis 6 heures du matin jusqu'à 6 heures du soir. Pour ce qui est des Cadrans déclinants dont la déclinaison ne surpasse pas la plus grande amplitude du Soleil, ils ne sont jamais éclairés 12 heures de suite, parce que le jour auquel le Soleil éclaire plutôt le plan n'est pas celui auquel il l'éclaire le plus tard.

19. De ce que nous avons dit ci-dessus, on peut

déduire une autre méthode de marquer les premieres & les dernieres heures des Cadrans du midi, lorſque leur déclinaiſon ne ſurpaſſe pas la plus grande amplit. du Soleil : car la premiere heure qu'il faut marquer ſur
Fig. 1. un Cadran du midi, comme *ab*, qui décline vers l'orient E, eſt celle à laquelle le Soleil ſe leve les deux jours que ſon amplitude ſeptent. eſt égale à la déclinaiſon du Cadran, c'eſt-à-dire, quand il ſe leve au point *a* : & ſi le Cadran du midi décline vers l'occident, comme *fg*, cette premiere heure eſt celle à laquelle le Soleil ſe leve les deux jours que ſon amplitude méridionale eſt égale à la déclinaiſon du plan, c'eſt ce qui arrive lorſqu'il ſe leve au point *g*. La raiſon en eſt que c'eſt alors que le Soleil éclaire plutôt le plan (5).

20. Or pour trouver l'heure à laquelle le Soleil ſe leve les 2 jours que ſon amplit. eſt égale à la déclinaiſon du plan, il faut chercher d'abord quelle eſt la déclinaiſon du Soleil pour le tems de cette amplitude, & quand on aura trouvé cette déclinaiſon, on cherchera à quelle heure il ſe leve alors. Voici l'analogie dont il faudra ſe ſervir pour trouver la déclinaiſon du Soleil: *Le ſinus total eſt au ſinus de l'amplitude, comme le ſinus du complément de la hauteur du pole eſt au ſinus de la déclinaiſon cherchée.*

21. Cette déclinaiſon étant connue, on trouvera l'heure à laquelle le Soleil ſe levera par cette autre analogie, *La tangente du complément de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon du Soleil, comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, ou bien on les en retranchera, & la ſomme ou la différence ſera le tems qu'il y a entre l'inſtant auquel le Soleil ſe leve & midi, pourvû qu'on n'ait point d'égard à l'effet de la réfraction qui eſt cauſée par l'air. On prendra la ſomme quand le plan décline vers l'orient, & la différence lorſqu'il décline à l'occident. La premiere analogie eſt tirée de l'article 26 du quatriéme Livre de la

Sphere, & la ſeconde, de l'art. 18 du même Livre.

Suppoſons la hauteur du pole de 49 degrés, & la déclinaiſon du plan vers l'orient de 30 deg. les logarithmes des trois premiers termes de la premiere analogie ſeront les nombres 1000000, 969897, 981694, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 951591, qui eſt le ſinus artificiel de $19^d\ 9'$. C'eſt la déclinaiſon du Soleil quand ſon amplitude eſt de 30 degrés. Les logarithmes des trois premiers termes de la ſeconde ſeront 993916, 954065, 1000000. Or le premier de ces trois nombres étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 960149, qui eſt le ſinus artificiel de $23^d\ 33'$, leſquels étant réduits donnent une heure 34 min. 12 ſec. qu'il faut ajouter à 6 heures, la ſomme ſera $7^h\ 34^m\ 12^ſ$. C'eſt le tems qu'il y a entre midi & l'inſtant auquel le Soleil ſe leve quand il décline de $19^d\ 9'$ vers le pole élevé : il faut donc ôter cette ſomme de 12^h, le reſte $4^h\ 26^m$ (je néglige les ſecondes) ſera la premiere heure qu'il faudra marquer ſur le Cadran.

22. Lorſqu'on a les premieres heures, on peut aiſément trouver quelles ſont les dernieres, puiſque dans les Cadrans dont la déclinaiſon eſt moindre que la plus grande amplitude du Soleil, celles-ci doivent être éloignées des premieres par un intervalle de 12 heures, comme nous l'avons déja fait voir (17).

23. On pourroit auſſi déterminer immédiatement la derniere heure en prenant pour les plans qui déclinent vers l'orient la différence entre ſix heures, & ce que l'on trouve par la ſeconde analogie : ainſi dans l'éxemple propoſé je retranche $1^h\ 34^m$ de 6 heures, le reſte $4^h\ 26^m$ eſt la derniere heure qu'il faudra marquer ſur le Cadran, parce que c'eſt à cette heure que le Soleil ſe couche lorſqu'il décline de $19^d\ 9'$ vers le pole inférieur. Si le plan décline vers l'occident, on prendra pour la derniere heure la ſomme de 6 heures,

& de ce que l'on aura trouvé par la seconde analogie.

24. Nous remarquerons que quand les plans du midi déclinent moins que la plus grande amplitude du Soleil, on peut y tracer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle moindre que 90 degrés. Pour en appercevoir la raison, il faut imaginer le Soleil se levant ou se couchant à l'intersection du plan & de l'horison; dans ce cas on conçoit que le bout de l'axe qui est au centre du Cadran fera une ombre qui partira du centre du Cadran, & qui sera parallele à l'horison, parce que ce centre peut être considéré comme étant dans le plan de l'horison à cause de la grande distance du Soleil : ainsi cette ombre fera avec la méridienne un angle droit. Le Cadran commencera donc ou finira à montrer l'heure, quand l'ombre de l'axe fera un angle droit avec la mérid. Par conséquent la premiere & la derniere lignes horaires feront chacune avec la méridienne un angle droit.

25. Si le plan qui est tourné obliquement vers le midi a une déclinaison qui excede la plus grande amplitude du Soleil, il commencera toujours d'être éclairé aussi-tôt que le Soleil se levera sur l'horison du lieu, s'il décline à l'orient: mais s'il décline à l'occident, il ne cessera d'être éclairé pendant toute l'année que quand le Soleil se couchera (11). Pour ce qui est du tems ou du jour auquel le plan du midi qui décline vers l'orient cessera le plus tard d'être éclairé, ce sera quand le Soleil décrira le tropique du Capricorne: le même jour le plan du midi qui décline vers l'occident commencera d'être éclairé le plûtôt qu'il sera possible: car un plan du midi étant toujours parallele à un horison de la partie méridionale de la Terre (liv. 2 art. 203), le Soleil doit commencer ou cesser d'éclairer ce plan au même moment qu'il se leve ou se couche sur cet horison, pourvû qu'il soit alors sur l'horison du lieu où est le plan. Or le Soleil se leve le plûtôt &

& se couche le plus tard qu'il soit possible, par rapport à un horison méridional, quand le Soleil décrit le tropique du Capricorne : c'est donc ce jour-là même que le Soleil éclaire le plutôt qu'il est possible un plan du midi qui décline vers l'occident, & qu'il cesse d'éclairer le plus tard un plan qui décline vers l'orient.

26. Cela posé, voici la méthode de trouver les dernieres heures dans les Cadrans qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident, en supposant toujours que la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du Soleil. On cherchera d'abord l'heure à laquelle le Soleil se couche par rapport à l'horison parall. au plan, quand il décrit le tropique du Capricorne ; ce qui sera facile en connoissant la hauteur du pole sur le plan, qui est la même que la hauteur du pole sur cet horison : il faudra faire l'analogie suivante, *La tangente du complément de la hauteur du pole sur le plan est à la tangente de la déclinaison du Soleil, qui est alors de* 23^d $28'$, *comme le sinus total est au sinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, & la somme sera l'heure à laquelle le Soleil se couchera par rapport à l'horison pararallele au plan : ensuite on trouvera par la différence des méridiens quelle heure il est au lieu où est situé le plan au moment que le Soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan ; cette heure sera la derniere qu'on puisse marquer sur le plan. Voici un éxemple qui fera entendre la méthode : Supposons un plan vertical à la latitude de 48^d $51'$, qui est celle de Paris : la déclinaison du plan soit de 54 degrés, la hauteur du pole sur le plan sera (liv. 2 art. 187) de 22^d $45'$, & la différence des méridiens (liv. 2 art. 200) de 61^d $19'$: on cherchera l'heure à laquelle le Soleil se couche à l'égard de l'horison sur lequel le pole est élévé de 22^d $45'$ lorsqu'il décrit le tropique voisin ; on cherchera, dis-je, cette heure

par l'analogie qu'on vient de rapporter. Voici les logarithmes des trois premiers termes, 1037744, 963761, 1000000 : or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 926017, qui est le sinus artificiel de 10^{d} $29'$, lesquels étant réduits en parties d'heures font presque 42 minutes : j'ajoute donc 42 min. à 6 heures, & la somme 6^{h} 42^{m} est l'heure à laquelle le Soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan lorsque le Soleil décrit le tropique du Capricorne. Après cela je cherche par la différence des longitudes ou des méridiens quelle heure il est à Paris quand il est 6 heures 42 min. sur cet horison. La différence des méridiens en degrés étant de 61^{d} $19'$, elle sera en heures de 4 heures 5 minutes 16 sec. il faut donc ôter 4^{h} 5^{m} 16^{s} de 6 heures 42 min. le reste 2^{h} & environ 37^{m} sera la derniere heure qu'il faut marquer sur le Cadran, parce qu'il est 2^{h} 37^{m} à Paris, quand le Soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan.

Si le plan avoit décliné vers l'occident, il auroit fallu ôter le reste 2^{h} 37^{m} de 12^{h}, & le nouveau reste 9^{h} 23^{m} auroit été la premiere heure qu'on auroit pû marquer sur le Cadran.

Nous avons déja averti ailleurs (liv. 2 art. 236), qu'il ne faut jamais tracer dans les Cadrans du midi des lignes horaires qui soient au-dessus d'une horisontale menée par le centre du Cadran.

27. On peut observer ici que cette méthode pour les plans du midi dont la déclinaison excede la plus grande amplitude du Soleil, ne peut avoir d'application aux autres plans du midi, parce que le Soleil n'est pas sur l'horison du lieu lorsqu'il se leve ou se couche sur ces plans au solstice d'Hyver. Il est facile de s'en convaincre par l'éxemple qu'on a rapporté ci-dessus (21).

28. Pareillement la premiere méthode que nous

avons expliquée(15)pour les plans qui déclinent moins que la plus grande amplitude du Soleil, ne peut servir pour ceux qui déclinent au-delà de cette amplitude: car le Soleil n'étant jamais à l'horison dans le tems qu'il se leve ou se couche sur ces derniers plans, l'ombre de l'axe tombant sur un Cadran horisontal disposé comme nous avons dit (13) ne peut être parallele au plan.

29. Afin d'entendre plus facilement la méthode de trouver les premieres & les dernieres heures des Cadrans verticaux du nord, nous rappellerons en peu de mots certaines remarques que nous avons déja faites, & nous en ajouterons quelques autres. Nous supposons que les plans sont situés hors des deux tropiques.

30. 1°. Quand les plans du nord ont une moindre déclinaison que la plus grande amplit. du Soleil, c'est-à-dire, celle qu'il a aux solstices, il y a deux premieres & deux dernieres heures à marquer; sçavoir la premiere du matin & la derniere du soir, & ensuite la derniere avant midi, & la premiere après midi: car puisque le Soleil cesse d'éclairer ces plans pendant une partie du jour, & qu'il recommence ensuite à les éclairer le même jour, il faut qu'il y ait une derniere heure avant midi, & une premiere après.

31. 2°. Tout plan du nord est parallele à l'horison d'un lieu qui est dans la partie septentrionale de la Terre (liv. 2 art 203). Or le plus long jour pour chaque horison situé dans cette partie est celui du solstice d'Eté, ou celui auquel le soleil décrit le tropique du Cancer. Ce jour est donc aussi celui où le Soleil se leve le plutôt & se couche le plus tard sur le plan.

32. 3°. Le Soleil se leve sur un plan du nord quand il commence à l'éclairer après midi, & il se couche sur le même plan lorsqu'il cesse de l'éclairer avant midi; ainsi le Soleil est derriere ce plan depuis la derniere heure avant midi jusqu'à la premiere après midi:

c'eſt pourquoi il ne faut marquer aucune des heures qui ſont entre celle qui eſt la derniere du matin & celle qui eſt la premiere du ſoir le jour du ſolſtice d'Eté.

33. 4°. La premiere heure du matin & la derniere du ſoir qu'il faut marquer ſur les Cadrans du nord ſont celles auxquelles le Soleil ſe leve & ſe couche au ſolſtice d'Eté par rapport à l'horiſon du lieu. C'eſt, par éxemple, environ 4 heures du matin & 8 heures du ſoir pour la latitude de Paris.

34. 5°. Quand la déclinaiſon du plan eſt plus grande que l'amplitude du Soleil aux ſolſtices, il ne faut marquer des heures que d'un côté de la ligne de minuit, qui eſt une verticale qui paſſeroit par le centre du Cadran : ſi le plan décline vers l'orient on marquera les heures du matin : s'il décline vers l'occident on marquera celles du ſoir. La raiſon en eſt que le Soleil n'éclaire ces plans qu'avant ou après midi (12).

35. 6°. Ce qu'on appelle l'heure de la ſouſtilaire eſt l'inſtant du midi pour l'horiſon parallele au plan. Or cette heure ſe connoît par la différence des méridiens: ſi, par éxemple, la différence des méridiens eſt de 30 degrés ou de 2 heures, l'heure de la ſouſtilaire ſera 2 heures après minuit ou 10 heures du ſoir, ſuivant que le plan décline vers l'orient ou vers l'occident; c'eſt-à-dire, qu'il ſera midi ſur l'horiſon parallele au plan dans le tems qu'il ſera 2^h après minuit, ou 10^h du ſoir au lieu où eſt ſitué le plan.

Il n'y a point de difficulté par rapport à la premiere heure du matin & à la derniere du ſoir : il ne s'agit donc que de donner la méthode de trouver la premiere heure de l'après-midi, & la derniere heure d'avant midi. En voici une qui ſuppoſe qu'on connoît la hauteur du pole ſur le plan & la différence des méridiens, de même que la méthode pour les plans du midi, dont la déclinaiſon excede l'amplitude du Soleil aux ſolſtices.

36. On cherchera d'abord l'arc ſemi-diurne ou la

durée de la moitié du jour au ſolſtice d'Eté ſur l'horiſon parall. au plan. Pour cela on fera la proportion ſuivante, qui eſt la même que celle dont nous nous ſommes ſervis (21) : *La tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan eſt à la tangente de la déclinaiſon du Soleil, qui eſt alors de* 23^{d} *28', comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures on les ajoutera à 6 heures, & la ſomme ſera la moitié du jour au ſolſtice d'Eté pour l'horiſon parallele au plan. 2°. On cherchera auſſi l'heure de la ſouſtilaire par la différence des méridiens réduite en heures ; cette heure de la ſouſtilaire tombe entre minuit & 6 heures du matin, ſi le plan décline à l'orient ; & entre ſix heures du ſoir & minuit, s'il décline vers l'occident. 3°. On retranchera la moitié du jour qu'on aura trouvée de l'heure de la ſouſtilaire, qui eſt l'inſtant de midi pour l'horiſon parallele au plan ; la différence ſera la premiere heure après midi, c'eſt-à-dire, l'heure à laquelle le Soleil ſe levera ſur le plan ou ſur l'horiſon parallele. On ajoutera auſſi la même moitié à l'heure de la ſouſtilaire ; la ſomme ſera la derniere heure avant midi. Voici un éxemple dans lequel on ſuppoſe la déclinaiſon du plan de 15 deg. vers l'orient, & que ce plan eſt ſitué à la latitude de Paris, laquelle eſt de 48^{d} 51', la hauteur du pole ſur ce plan eſt de 39^{d} 28', & la différence des méridiens eſt de 19^{d} 35', ou d'une heure 18 minutes. Par la pratique de la méthode on trouvera 1°. que la proportion marquée donne l'arc de 20^{d} 57', ou de 1^{h} & preſque 24^{m}, lequel tems ajouté à 6 heures donne 7^{h} 24^{m} pour la moitié du plus grand jour du plan. 2°. Que l'heure de la ſouſtilaire eſt 1^{h} 18^{m} après minuit ou 13^{h} 18^{m} après midi. 3°. Que la moitié du plus grand jour, ſçavoir 7^{h} 24^{m} étant retranchée de 13^{h} 18^{m} après midi, le reſte ſera 5^{h} 54^{m} du ſoir ; & que la même moitié étant ajoutée à 1^{h} 18^{m}, la ſomme ſera 8^{h} 42^{m} du matin ; ainſi la premiere heure après midi pour ce plan eſt

$5^h\ 24^m$, & la derniere avant midi est $8^h\ 42^m$.

Quand il s'agit de déterminer les premieres & les dernieres heures, on ne fait point d'attention à l'effet causé par la réfraction, aussi nous n'y avons point eu d'égard dans tous les calculs que nous avons faits soit pour les plans du midi, soit pour ceux du nord.

Nous ajoutons ici une Table qui servira à trouver les premieres & les dernieres heures pour les Cadrans dont la déclinaison est plus grande que l'amplitude du Soleil aux solstices : elle commence au quarante-troisiéme degré de latitude & finit au cinquante-troisiéme : ainsi elle comprend toute l'étendue de la France & s'étend encore au-delà vers le nord.

Table qui contient les heures auxquelles le Soleil commence le plutôt ou cesse le plus tard dans l'année d'éclairer les plans verticaux du midi dont la déclinaison surpasse l'amplitude du Soleil aux Solstices.

Heures du matin.	Latitude.						Heures du soir.
	43	45	47	49	51	53	
	Declinaisons du plan.						
midi	90^d	90^d	90^d	90^d	90^d	90^d	midi
XI½	82 31	82 37	82 43	82 48	82 52	82 56	XII½
XI	75 9	75 21	75 31	75 41	75 49	75 56	I
X½	68 0	68 16	68 30	68 43	68 53	68 2	I½
X	61 10	61 27	61 43	61 57	62 9	62 18	II
IX½	54 40	54 57	55 13	55 25	55 37	55 46	II½
IX	48 31	48 46	49 0	49 11	49 19	49 26	III
VIII½	42 44	42 55	43 4	43 10	43 15	43 18	III½
VIII	37 15	37 20	37 23	37 24			IV.

37. La premiere colomne de cette Table contient

les heures auxquelles les plans du midi déclinans vers l'occident commencent à être éclairés au solstice d'hyver, & la derniere comprend les heures auxquelles les plans du midi qui déclinent vers l'orient cessent d'être éclairés le même jour : par exemple, si un plan du midi situé au 49me degré de latitude décline vers l'occident de 55^{d} $25'$, il commence à être éclairé à IX^{h} 30^{m} : mais s'il décline de la même quantité vers l'orient, il cesse d'être éclairé à II^{h} 30^{m}. Si la déclinaison du plan étoit moyenne entre celles qui sont marquées dans cette Table, on pourroit toujours voir quelle seroit la premiere ou la derniere ligne horaire à marquer sur le Cadran, en faisant attention que plus la déclinaison du plan est grande, plus le moment auquel le Cadran commence ou cesse d'être éclairé approche de midi. Si, par exemple, à la latitude de 49 degrés le plan décline vers l'occident de 80 degrés, on verra par cette Table que la premiere ligne horaire sera celle de $XI^{h}\frac{1}{2}$: si un plan décline autant vers l'orient, la derniere ligne horaire sera midi & demi. Je suppose qu'on ne marque pas les quarts. Nous n'avons mis les dégrés de latitude que de deux en deux, parce qu'on verra facilement quelle doit être à peu-près la déclinaison des plans pour les degrés intermédiaires.

Les plans situés au 51me & au 53me degré de latitude qui commencent à être éclairés à 8^{h} du matin, ou qui cessent de l'être à 4^{h} du soir ont une déclinaison plus petite que l'amplitude du Soleil aux solstices; c'est pourquoi nous n'avons rien mis au bas des deux colomnes qui répondent à ces dégrés de latitude.

Il seroit inutile de faire une Table pour les plans dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du Soleil, parce que l'on y peut marquer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle plus petit que 90 degrés (24).

38. Nous allons expoſer la méthode dont nous nous ſommes ſervis pour calculer la Table précédente. Elle eſt fondée ſur la réſolution d'un triangle ſphérique tel que ZSP fig. 13 du ſecond Liv. pag. 162, dont les trois ſommets Z, P, S ſont le zenith, le pole & le lieu du Soleil, que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne. Dans ce triangle on connoît trois choſes; le côté PZ, qui eſt le complément de la latitude ZA; le côté PS, qui eſt de 113^{d} 28′ depuis le pole P juſqu'au tropique du Capricorne; & enfin l'angle ZPS, qui eſt déterminé & connu par le tems qu'il y a entre midi & le moment auquel on ſuppoſe que le Soleil commence ou ceſſe d'éclairer le plan. Si, par exemple, le plan commence à être éclairé à 10 heures, l'angle ZPS ſera de 30 degrés, à raiſon de 15 deg. par heure. Il s'agit de trouver l'angle obtus SZP, ou plutôt le ſupplément XZS que fait le plan vertical déſigné par ZS avec le méridien AZP. Pour cet effet il faut d'abord concevoir l'arc SX d'un grand cercle perpendiculaire au méridien; puis on fera l'analogie ſuivante pour trouver le côté PX du triangle rectangle PXS: *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle* P *ou* ZPS, *comme la tangente de l'hypotenuſe* PS *eſt à la tangente du côté* PX.

Le côté PX eſt le ſupplément de l'arc qu'on trouvera dans les Tables, parce que l'hypotenuſe PS étant plus grande qu'un quart de cercle, le côté PX doit auſſi être plus grand qu'un arc de 90 degrés. Or quand on connoîtra PX on en retranchera PZ, le reſte ſera ZX: enſuite on fera cette ſeconde analogie pour avoir l'angle cherché XZS,

Le ſinus de ZX *eſt au ſinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* P *eſt à la tangente de* XZS.

Cet angle XZS, que fait le plan vertical avec le méridien étant aigu, ſon complément ſera la déclinaiſon du plan, comme on le voit par la fig. 6 du ſe-

cond Livre page 90; car la déclinaison ACP du plan AB est le complément de l'angle ACS que fait le même plan avec le méridien SM; ainsi quand on aura trouvé dans les tables l'angle XZS, il en faudra prendre le complément, ce sera la déclinaison du plan. Voici un éxemple dans lequel on suppose qu'un plan situé au 49me degré de latitude commence d'être éclairé à 10 heures du matin. Nous ne ferons que mettre les opérations sans les expliquer.

Calcul de la premiere analogie.

	993753	cosinus artificiel de P=30d.
	1036239	tangente artific. de PS=113d 28'.
	2029992	somme
	1000000	sinus total artificiel.
reste	1029992	tangente artif. de 63d 23'.
		supplément 116 37=PX.
		41 0=PZ.
		reste 75 37=ZX.

Calcul de la seconde analogie.

	995135	sinus artificiel de PX.
	976144	tangente artif. de P.
	1971279	somme
	998617	sinus artificiel de ZX.
reste	972562	tang. artif. de 28d 3'.
		complément 61 57=décl. du plan.

39. On pourroit se servir du même triangle sphérique ZSP pour trouver à quelle heure le Soleil commenceroit ou cesseroit d'éclairer un plan vertical tous les jours de l'année, pourvû qu'on connût la déclinaison du plan, la latitude du lieu & la déclinaison

du Soleil : car la déclinaiſon du plan feroit connoître l'angle PZS, parce que c'eſt le compl. de cet angle ; la latitude eſt le complément du côté PZ, & enfin la déclinaiſon du Soleil, ſoit ſeptentrionale, ſoit méridionale, eſt auſſi le complément du côté PS. (Le complément d'un angle obtus ou d'un arc de plus de 90 degrés eſt l'excès de cet angle ou de cet arc au-deſſus de 90 degrés). Nous ne nous arrêterons pas à rapporter les deux analogies néceſſaires pour trouver l'angle cherché ZPS, cela n'appartient pas à notre ſujet.

DE LA CONSTRUCTION DE L'AXE & de la maniere de le placer.

40. Quand toutes les lignes horaires ſont tracées, il faut placer l'axe du Cadran en ſorte qu'il ſoit parallele à l'axe du monde. Or pour cet effet il faut qu'il faſſe avec la ſouſtilaire, & par conſéquent avec le plan (liv. 2 art. 23) un angle égal à la hauteur du pole ſur le plan ; ce qui ne paroît pas d'abord aiſé dans l'éxécution, & ne le ſeroit pas effectivement, ſi on n'avoit pas une *double équerre* : c'eſt un inſtrument de bois tel que ABC, fait de deux piéces principales AM & BC attachées perpendiculairement l'une à l'autre par un tenon. Il y a encore deux autres parties NG & NH pour maintenir les deux premieres fermes dans leur ſituation. La premiere piéce AM doit avoir environ trois pieds de longueur ſur deux pouces un quart de largeur ; la ſeconde BC ſera d'un pied & demi de longueur ſur deux pouces un quart de largeur : les deux autres qui ſervent d'appui ont un peu moins de largeur ; mais elles ont toutes la même épaiſſeur qui eſt d'environ un pouce. Il faut tracer ſur la premiere piéce la ligne AM qui ſoit éxactement perpendiculaire ſur le bord inférieur EF de la ſeconde piéce. De plus on attachera au bas de la piéce BC deux pointes E, F qui aient

Fig. 3.

aient environ trois lignes en dehors, & qui soient également distantes du point M : ces pointes servent à empêcher la double équerre de glisser sur le mur quand on y applique le bord EF comme nous dirons dans la suite.

Il est à propos que ces pointes soient dans le plan de l'équerre sur lequel la ligne AM est tracée : pour cela il faut que leur racine, pour ainsi dire, soit un peu applatie, & qu'il y ait un ou deux trous pour les attacher avec des cloux au plan de la piéce BC.

41. Il y a encore une triple équerre *abcn* qui est d'usage sur-tout quand le Cadran n'a point de centre à cause de la trop grande déclinaison du plan. On la place du côté où devroit être le centre du Cadran pour arrêter une des pointes de l'axe tandis qu'on le fait sceller. Il faut qu'il y ait une ligne *am* qui soit perpendiculaire au bord *ef* : on doit aussi attacher deux ou trois pointes *e*, *f*, *g* pour fixer cet instrument sur le plan. Nous en expliquerons l'usage dans la suite. Il faut présentement exposer comment l'axe doit être construit, & quelle doit être la longueur & la situation de ses supports. Fig. 41

42. La longueur de l'axe doit être telle que son ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne dans le tems même que cette ombre est la plus courte, afin que l'on puisse toujours juger de l'heure qu'il est par la partie de l'ombre qui tombe sur l'extrémité de la ligne horaire. Or nous dirons dans la suite comment on trouve cette longueur de l'axe pour les plans verticaux. Quant à sa grosseur, elle doit être d'environ 6 ou 7 lignes de diamétre, & un peu plus quand le Cadran est fort élevé. Il faut la faire égale dans toute la longueur, ou plutôt un peu moindre vers l'extrémité qui doit être au centre du Cadran. Au reste il est nécessaire que les deux bouts finissent en pointes qui soient dans le milieu de la grosseur, c'est-à-dire, dans l'axe de l'axe même.

43. Pour ce qui eſt des ſupports, le plus grand doit être à peu-près vers le milieu de l'axe un peu plus éloigné du bout qui eſt au centre, que de l'autre. Le plus petit ſupport doit être attaché à un point de l'axe éloigné du centre du Cadran d'environ 4 ou 5 pouces. La partie enfoncée dans le mur doit être de 5 à 6 pouces pour le grand ſupport, & d'environ 4 pouces pour le petit. Il eſt bon que cette partie enfoncée ſoit fendue vers l'extrêmité, & que les deux branches ſoient recourbées en arcs. Chaque ſupport doit être à peu-près de la même groſſeur que l'axe vers l'extrémité qui y eſt jointe : mais il faut qu'il ſoit plus gros & plus fort vers le mur, ſur-tout s'il s'agit du grand. Reſte à déterminer la longueur de la partie extérieure de chaque ſupport, c'eſt-à-dire, celle qui eſt ſituée entre l'axe & le plan du mur ou la ſouſtilaire : c'eſt ce que l'on peut trouver par une figure en faiſant ſur une table ou ſur un autre plan un angle égal à la hauteur du pole ſur le plan, dont un des côtés repréſentera la ſouſtilaire & l'autre l'axe. Nous allons déterminer cette partie extérieure par le calcul, en ſuppoſant les ſupports perpendiculaires à l'axe.

Fig. 5. 44. Soit l'angle LCX égal à la hauteur du pole ſur le plan, CL repréſente la ſouſtilaire, CX l'axe, le point G eſt l'endroit de l'axe auquel on veut attacher le grand ſupport : il s'agit de trouver GH. Dans le triangle CGH rectangle en G on connoît l'angle droit G, l'angle C hauteur du pole ſur le plan, & on meſure avec le compas à verge le côté CG : ainſi on fera la proportion ſuivante dans laquelle on prend CG pour rayon, & pour centre C, auquel cas GH devient la tangente de l'angle C : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme le côté* CG *eſt à* GH. De même pour trouver EF on dira, *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme* CE *eſt à* EF. Tout cela appartient à la

construction de l'axe ; venons présentement à la maniere de le placer. Fig. 5.

45. Il faut concevoir XL tirée de l'extrémité X de l'axe perpendiculairement sur la soustilaire, & chercher la longueur de XL & celle de CL. On les trouvera par le triangle CLX rectangle en L, dont on connoît les angles & le côté CX : car si on considere l'axe CX comme rayon, la perpendiculaire XL sera le sinus de la hauteur du pole sur le plan, & le côté CL le sinus de CXL complément de ce premier angle : ainsi il faudra faire ces deux analogies, *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté* XL : & ensuite, *Le sinus total est au sinus du complément de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté* CL.

46. Quand on aura trouvé ces deux côtés XL & CL, on prendra sur la double équerre (fig. 3) la ligne DM égale à XL, & on marquera le point D avec un stilet ou avec un crayon : on prendra aussi sur la soustilaire tracée sur le plan la partie CL telle qu'on l'aura trouvée par le calcul : ensuite on tirera par le point L une perpendiculaire OP à la soustilaire, & on fera deux trous dans le mur aux endroits de la soustilaire où les extrémités des supports doivent être enfoncées ; ce que l'on connoîtra à peu-près en appliquant l'axe sur le plan du Cadran, en sorte que l'extrémité qui doit être au centre y réponde effectivement, & que les parties extérieures des supports soient comprises entre la soustilaire & l'axe couché sur le plan : car les endroits où ces supports couperont la soustilaire, seront ceux où il faudra faire creuser des trous. Quand on verra que ces trous seront assez profonds pour contenir les parties intérieures des supports, on essaiera de mettre l'axe à peu-près dans sa situation naturelle pour connoître si ces trous sont creusés selon la direction que doivent avoir les supports. Les trous étant

Fig. 5. faits comme il faut, on appliquera le bord EF de la double équerre ſur la ligne OP en faiſant enfoncer les pointes de cet inſtrument dans le mur, de maniere que les points M & L ſoient réunis en un ſeul ; puis ayant placé l'axe dans ſa ſituation, il faudra mettre l'extrémité X ſur le point D de l'inſtrument, & appliquer ainſi cet inſtrument contre l'axe qui eſt appuyé de l'autre côté ſur le clou qu'on a dû mettre au centre du Cadran, à la tête duquel il y a un petit trou pour recevoir la pointe de l'axe : c'eſt ce trou qui eſt le vrai centre du Cadran.

47. La double équerre étant ainſi appliquée contre l'axe dont l'autre extrémité eſt au centre du Cadran, il eſt évident qu'il eſt dans ſa véritable ſituation, puiſqu'il fait avec le plan du Cadran le même angle que l'axe du monde, c'eſt-à-dire, l'angle de la hauteur du pole ſur le plan. Il faut donc fixer l'axe dans cette ſituation : pour cela on fera mettre des cales dans les trous autour des ſupports, en tenant toujours la double équerre appliquée contre la pointe de l'axe, ſans néanmoins trop preſſer, de peur de faire plier l'axe : les cales étant placées au fond des trous & à côté des ſupports, ſur-tout au côté vers lequel tomberoit l'axe s'il n'étoit pas ſoutenu, on écarte un peu du bout de l'axe le point D de la double équerre, pour voir ſi l'axe demeure dans la même ſituation ; ce que l'on reconnoît ſi en rapprochant la double équerre vers la pointe de l'axe, cette pointe aboutit encore au point D : ſi cela eſt ainſi, on fait ſceller d'abord le petit ſupport en tenant toujours la double équerre appliquée contre le bout de l'axe : puis quand le plâtre eſt un peu ſec, on fait encore la même épreuve pour voir ſi l'axe demeure dans la même ſituation : enſuite on fait ſceller le grand ſupport. Mais avant de ſceller les ſupports, il y a encore une autre épreuve à faire, que nous allons expliquer.

48. Quand les cales sont placées, ou prend sur la ligne OP des parties égales de côté & d'autre du point L, telles que LO, LP: ensuite on mesure avec le compas à verge ou autrement les distances XO, XP; & si elles sont égales, c'est une marque que l'axe est bien placé, pourvû que d'ailleurs la distance XL soit telle qu'elle doit être; c'est-à-dire égale au quatriéme terme de la proportion énoncée ci-dessus: cette épreuve doit aussi être faite après qu'on a scellé les supports, & même lorsqu'on est prêt à ôter l'échaffaut de peur que les Ouvriers n'aient dérangé l'axe en le heurtant par mégarde avec quelque corps. Fig. 5.

49. Il faut choisir les points O & L dans des endroits où la surface du mur ne soit ni élevée ni enfoncée: car si un de ces points étoit plus ou moins enfoncé ou élevé que l'autre, l'épreuve seroit fautive. Que si on avoit de la peine à trouver deux points également éloignés de L, qui fussent tels qu'ils doivent être, & qu'il y en eût seulement un, par exemple O, qui fût autant élevé que L, on pourroit toujours faire l'épreuve en mesurant la distance XO avec le compas à verge, pour voir si elle contient autant de parties qu'en doit contenir l'hypotenuse de l'angle droit XLO, dont les deux côtés sont donnés: car dans ce cas l'axe est bien placé. On sçait comment on trouve par le calcul (Géom. liv. 2 art. 184) l'hypotenuse d'un triangle rectangle dont on connoît les deux côtés.

50. Voici comment on détermine la longueur que doit avoir l'axe afin que son ombre couvre à peu-près toute la méridienne dans le tems que cette ombre est la plus courte, c'est-à-dire, au solstice d'hyver pour les Cadrans verticaux dont il s'agit ici sur-tout. Supposons que l'axe CX a la longueur nécessaire, afin que le Soleil répondant pour lors au tropique du Capricorne, son rayon qui passe par l'extrémité X de l'axe aille aboutir au point I de la méridienne, jusqu'où Fig. 6.

Fig. 6. l'on veut que la plus courte ombre descende ; on aura le triangle CIX à résoudre pour trouver le côté CX. Or dans ce triangle on connoît le côté CI, il n'y a qu'à le mesurer. On connoît aussi l'angle CIX, qui est égal au complément de la hauteur méridienne du Soleil sur l'horison, c'est-à-dire, de l'angle que fait le rayon XI avec un plan horisontal : enfin on connoît encore l'angle CXI : car si le Soleil étoit à l'équateur, le rayon qui en viendroit seroit perpendiculaire à l'axe, parce que le bout de l'axe doit être considéré comme le centre de l'équateur ou du monde : ainsi l'angle en X formé par l'axe & le rayon du Soleil seroit droit ; donc puisque le Soleil est plus bas que s'il étoit à l'équateur, & que la différence est la déclinaison du Soleil, qui est alors de $23^d\ 28'$, l'angle CXI doit être moindre qu'un angle droit de $23^d\ 28'$, & par conséquent il doit contenir $66^d\ 32'$. On fera donc l'analogie suivante pour trouver la longueur que doit avoir l'axe afin que son ombre méridienne parvienne jusqu'au point I dans le tems qu'elle est la plus courte, *Le sinus de l'angle* CXI *est à* CI, *comme le sinus de l'angle* CIX *est à* CX ; c'est-à-dire, *Le sinus de* $66^d\ 32'$ *est à* CI, *comme le sinus du complément de la hauteur méridienne du Soleil au solstice d'hyver est à* CX.

51. Remarquez que l'angle XCI ou SCM est égal au complément de la hauteur du pole, ou ce qui revient au même, à l'élévation de l'équateur sur l'horison ; en voici la preuve : nous venons de faire voir que si le Soleil étoit à l'équateur, le rayon qui passeroit par X ou par S seroit perpendiculaire à l'axe ; & par conséquent l'angle CSM seroit droit (je dis l'angle CSM, parce que le rayon du Soleil qui passeroit par S aboutiroit au point M, que je suppose être l'intersection de l'équinoctiale avec la méridienne) : ainsi dans le triangle rectangle CSM les deux angles CMS & SCM font un angle droit. Or l'angle CM*r* que fait

la verticale CM avec l'horisontale *hr* est aussi un angle droit, (il faut concevoir l'horisontale *hr* dans le plan du méridien) & cet angle CM*r* est composé des deux CMS & SM*r*. Ainsi la somme de ces deux angles est égale à celle des autres CMS & SCM qui valent aussi un angle droit. Donc l'angle SCM est égal à l'angle SM*r*. Or quand le Soleil est à l'équateur à midi, l'angle SM*r* que fait le rayon du Soleil avec l'horison, est égal à l'élévation de l'équateur, puisque l'élévation du Soleil est alors la même que celle de l'équateur. Donc l'angle SCM est aussi égal à l'élévation de l'équateur. Fig. 6.

Si le centre du Cadran n'est pas sur la surface du mur, il faudra se servir pour placer l'axe non-seulement de la double, mais aussi de la triple équerre dont nous avons parlé au commencement. Voici les préparations qu'il faudra faire auparavant.

52. 1°. On cherchera à quel point de la soustilaire doit répondre le bout inférieur de l'axe, afin que son ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne au tems du solstice d'hyver. Pour cet effet il faut trouver d'abord par le triangle CBM rectangle en B la longueur de la méridienne depuis le centre C jusqu'au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale avec la méridienne: dans ce triangle on connoît l'angle droit en B, l'angle MCB compris entre la mérid. & la soustilaire (liv. 2 art. 184), & enfin le côté BM qui est la distance prise sur l'équin. entre la soustilaire & la mérid. que l'on trouve par les art. 225 & 226 du second Livre : ainsi on trouvera CM. On trouvera aussi par le même triangle la partie CB de la soustilaire. Quand on aura CM on mesurera MI ou le reste de la méridienne jusqu'au point I, qui est au bas de cette ligne, & on l'ajoutera à CM. Ensuite on cherchera quelle devroit être la longueur de l'axe entier CX afin que son ombre méridienne parvint jusqu'au point I Fig. 7.

Fig. 7. dans le solstice d'hyver : c'est ce que l'on trouvera par le triangle CIX, comme nous l'avons dit ci-dessus (50), en faisant l'analogie suivante, ***Le sinus de l'angle*** CXI ***est à*** CI, ***comme le sinus de*** CIX ***est à*** CX. Enfin quand on aura déterminé quelle devroit être la longueur de l'axe entier, on cherchera le point L de la soustilaire auquel répond le point X, c'est-à-dire, le point auquel aboutiroit une ligne menée du point X perpendiculairement sur le plan. Voici l'analogie tirée du triangle rectangle CLX pour trouver ce point, ***Le sinus total est à l'axe*** CX, ***comme le sinus de l'angle*** CXL, ***complément de la hauteur du pole sur le plan, est à*** CL. On prendra la différence de CL à CB, & on marquera sur la soustilaire un point L dont la distance au point B soit égale à cette différence : ce point L sera celui qu'on cherche. Il faudra encore chercher la ligne XL, comme on l'a prescrit ci-dessus (45).

53. 2°. Après qu'on aura fait faire l'axe, ou plutôt une partie de l'axe, comme VX, avec un ou deux supports dont on déterminera la longueur, comme nous l'avons dit (44), on mesurera exactement cet axe avec le compas à verge, & on retranchera le nombre des parties qui y sont contenues, de celui que renferme l'axe entier CX ; ainsi on connoîtra le reste CV, qui servira à trouver le point K auquel aboutiroit la perpendicul. tirée du point V : il n'y aura qu'à faire cette proportion fondée sur le triangle rectangle CKV, ***Le sinus total est à*** CV, ***comme le sinus de*** CVK, ***complément de la hauteur du pole sur le plan, est à*** CK. Ce 4me terme étant retranché du nombre des parties de CL, le reste sera KL : si donc on marque sur la soustilaire un point dont la distance au point L soit égale à ce reste, on aura le point cherché K. On cherchera aussi la perpendiculaire VK par une analogie semblable à celle qui aura servi pour trouver XL.

54. 3°. Il faut marquer les longueurs des deux perpendic. VK & XL, sur les lignes *am* & AM (fig. 4 & 5)

de la triple & de la double équerre, en sorte que *dm* soit égale à VK & DM à XL : on tirera ensuite par les points K & L des lignes GH, OP perpend. à la soustilaire : on fera aussi creuser deux trous sur la soustilaire dans les endroits convenables pour recevoir les deux supports, s'il y en a deux ; mais on n'en fera creuser qu'un, s'il n'y a qu'un support. Or pour voir quels sont les endroits de la soustilaire auxquels il faut creuser des trous, on prendra les deux parties KH, LP égales aux perpendiculaires VK, XL, & on couchera l'axe sur le plan, en sorte que les deux bouts V & X de l'axe répondent aux deux points H & P : l'axe étant dans cette situation, les endroits où les supports couperont la soustilaire seront ceux où il faudra creuser, & les parties des supports qui passeront au-delà de la soustilaire montreront de quelle profondeur il faudra faire les trous. Fig. 7.

55. Quand ces trous seront faits, on appliquera le bord *ef* de la triple équerre sur GH. De sorte que le point *m* soit sur K, & on fera tenir l'instrument par quelqu'un dans cette situation. On appliquera de même le bord EF de la double équerre sur la perpendicul. OP, de maniere que le point M soit sur L. Enfin on mettra l'axe dans sa situation en introduisant les supports dans leurs trous, & en faisant répondre les deux extrêmités de l'axe qui doivent être pointues aux deux points *d* & D des équerres. On fera ensuite sceller les supports avec les mêmes précautions & les mêmes épreuves que nous avons expliquées en parlant d'un axe qui aboutit au centre du Cadran. Il faut même faire ces épreuves par rapport à l'un & à l'autre bout de l'axe.

Je dois avertir ici que ce que j'ai dit touchant la double & la triple équerre & leur usage, je le dois en bonne partie à M. de Parcieux Maître des Mathématiques, qui m'a aussi communiqué plusieurs autres choses sur la théorie & sur la pratique des Cadrans.

DE LA MANIERE DE TRACER UNE *Méridienne, ſoit du tems vrai, ſoit du tems moyen, ſur toutes ſortes de plans.*

DE LA *MÉRIDIENNE* DU TEMS VRAI.

Quand nous traiterons de la méridienne du tems moyen, nous commencerons par expliquer la différence du tems vrai au tems moyen. Il ſuffit d'avertir ici que nous n'avons parlé juſqu'à préſent que du tems vrai, qui eſt celui qui eſt marqué par les Cadrans.

Quoique nous ayons déja parlé de la deſcription de la méridienne du tems vrai, ſoit ſur un plan horiſontal, dans le Traité de la Sphere, ſoit ſur les plans verticaux ou inclinés dans le ſecond & le 3me Livre de la Gnomonique, nous avons cru devoir encore ajouter ce qui ſuit, pour l'éclairciſſement d'une matiere qui eſt devenue fort en uſage depuis quelque tems.

56. On attache une plaque ronde de fer ou de cuivre percée au milieu, qui ait environ 8 ou 10 pouces de diamètre, ou même plus, & dont le trou ait un diamètre qui contienne à peu-près autant de fois une ligne & demie qu'il y a de pieds dans la hauteur du ſtile, c'eſt-à-dire, dans la diſtance du trou de la plaque au plan propoſé; quelquefois cependant quand la hauteur du ſtile eſt fort grande, comme de 30 à 40 pieds ou davantage, on ne fait le diamètre du trou que d'environ la milliéme partie de cette hauteur.

57. Quand le plan eſt horiſontal, on attache communément la plaque à la face du mur qui fait le côté d'une fenêtre : mais s'il s'agit d'un plan vertical, la plaque eſt ſouvent ſoutenue par une barre de fer appuié ſur une autre placée au-deſſous : quelquefois elle eſt ſoutenue par trois barres. On peut diſpoſer la plaque parallelement au plan, ſoit horiſontal ſoit vertical : on peut auſſi l'attacher de maniere qu'elle ſoit à peu-près parallele au cercle de 6 heures, qui fait avec l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole.

L'avantage qu'on trouve dans cette derniere ſituation, c'eſt que l'obliquité des rayons du Soleil par rapport à la plaque ne peut jamais être plus grande que la déclin. du Soleil, puiſque quand il eſt à l'équateur, alors les rayons ſont perpendiculaires à la plaque au moment de midi. Au reſte il ne faut pas ſe mettre fort en peine pour diſpoſer la plaque dans un parallelisme éxact, ſoit avec le cercle de ſix heures, ſoit avec le plan de la méridienne, il ſuffit que la ſituation de la plaque ſoit à quelques degrés près de ce parallelisme. Il eſt néceſſaire pour déterminer plus ſûrement l'inſtant précis de midi que la diſtance de la plaque à ce plan ſoit aſſez conſidérable, c'eſt-à-dire, depuis deux ou trois juſqu'à 6 ou 7 pieds, ou même plus, ſur tout pour les plans horiſontaux, par leſquels nous allons commencer.

58. Pour ſçavoir la hauteur à laquelle il faut attacher la plaque, eu égard à l'étendue de la chambre dans laquelle on veut tracer une méridienne horiſontale, il faut ſuppoſer une longueur de la méridienne proportionnée à l'étendue de la chambre en prenant cette longueur depuis le pied du ſtile qui répond toujours directement au-deſſous du trou de la plaque. Or cette longueur eſt déterminée par l'endroit ſur lequel doit tomber l'image du Soleil lorſqu'il eſt le moins élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, quand il répond au tropique du Capricorne, parce que c'eſt alors que l'image méridienne du Soleil eſt la plus éloignée du pied du ſtile. Voici donc comment on trouvera la hauteur du ſtile, en ſuppoſant que l'on connoît l'élévation du pole ou la latitude du lieu.

59. Soit le triangle SPM rectangle en P, que l'on conçoit formé par la hauteur du ſtile SP dont le pied eſt P, par la méridienne PM & par le rayon du Soleil SM qui entre par le trou de la plaque (il faut imaginer le centre de ce trou au point S): dans ce triangle on connoît trois choſes, ſçavoir la longueur PM de- Fig. 8.

Fig. 8. puis le pied du ſtile juſqu'au point où tombe la lumiere du ſoleil au ſolſtice d'hyver, l'angle droit en P & l'angle M, qui eſt la hauteur méridienne du Soleil, que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne, laquelle eſt pour lors égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur ſur la déclinaiſon du Soleil (liv. 3 de la Sphere art. 16). Si, par éxemple, la hauteur de l'équateur eſt $41^d\ 9'$ telle qu'elle eſt à Paris, comme la déclinaiſon du Soleil eſt de $23^d\ 28'$ quand il eſt au tropique, l'angle M ſera de $17^d\ 41'$: ainſi on pourra trouver la hauteur SP par cette analogie dans laquelle on conſidere la méridienne PM comme ſinus total, & le point M comme centre, auquel cas la hauteur cherchée SP devient la tangente de l'angle SMP, c'eſt-à-dire, de la hauteur du Soleil: *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du Soleil, comme la méridienne* MP *eſt à la hauteur du ſtile.*

60. Si la hauteur du ſtile eſt déterminée ou priſe à volonté, & qu'on cherche la longueur PM de la méridienne, on la trouvera par la proportion inverſe de la précédente, ou par cette autre, dans laquelle on conſidere SP comme ſinus total dont le centre eſt S, & PM comme la tangente de PSM complément de la hauteur du Soleil.

Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur du Soleil, comme la hauteur du ſtile eſt à la longueur de la méridienne.

Nous verrons dans la ſuite qu'on ſe ſert de cette analogie pour marquer les Signes du Zodiaque ſur la méridienne.

61. On ne peut meſurer la hauteur du ſtile ſans en connoître le pied. Or pour le trouver il faut avoir un plomb qui ſoit pointu par le bas, de façon que la pointe réponde à la direction du fil qui ſoutient le plomb. Voici comme on trouvera le pied du ſtile avec cet inſtrument. On fera paſſer le fil du plomb par le centre du trou de la plaque, & pour cet effet on pourra bou-

cher en partie ce trou avec de la cire ou avec du liége, puis on laiſſera couler le fil, afin que le plomb deſcende, le point du parquet ſur lequel s'appuiera l'extrémité du plomb eſt le pied du ſtile. Si le plomb ne peut deſcendre juſqu'au parquet, parce qu'il en eſt empêché par le bas de la fenêtre, le pied du ſtile répondera au-deſſous du point ſur lequel tombera la pointe du plomb.

Il ſeroit inutile d'expliquer comment on peut déterminer la longueur de la méridienne verticale : cela paroîtra par ce que nous dirons dans la ſuite ſur la maniere de placer les Signes ſur cette méridienne. On ſçait que la méridienne horiſontale doit paſſer par le pied du ſtile; c'eſt pourquoi quand on a trouvé ce point, il n'en faut plus qu'un autre pour déterminer la poſition de cette ligne. Or pour avoir cet autre point, on peut ſe ſervir de pluſieurs méthodes; nous les rapporterons à trois claſſes.

62. 1°. On marque le point ſur lequel tombe la lumiere du Soleil qui paſſe par le trou de la plaque à l'inſtant de midi, que je ſuppoſe connu, ſoit par une pendule à ſecondes, ou par une bonne montre qui a été comparée peu de tems auparavant avec un Cadran bien fait, ou avec une pendule à ſecondes bien réglée, ou enfin avec le lever du Soleil (liv. 2 art. 122) dont le moment eſt connu par le calcul ou par quelques éphémérides, par exemple, le Livre *De la Connoiſſance des Temps* pour la latitude de Paris. Ce point du plan que l'on aura marqué ſera celui par lequel doit paſſer la méridienne. Si on n'a pas le pied du ſtile dans le plan où l'on a marqué le point de midi, mais ſeulement un point plus élevé qui réponde à ce pied du ſtile, il faut attacher un fil qui paſſe ſur ce point correſpondant, ou par le centre du trou de la plaque & ſur le point de midi : ce fil étant attaché & bien tendu ſera dans le plan du méridien : par conſéquent ſi avec un plomb dont l'extrémité inférieure finit en pointe, on marque

ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient ſous le fil, & qu'enſuite on trace une ligne droite qui paſſe par ces points, ce ſera la méridienne cherchée. Pour marquer ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient dans la direction de cette méridienne, il faut que le fil qui ſoutient le plomb ſoit appliqué contre celui qui eſt dans le plan du méridien, & qu'on laiſſe enſuite deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan ſur lequel on veut tracer la méridienne.

63. En ſe ſervant ainſi d'un fil tendu pour marquer pluſieurs points de la méridienne, il n'eſt pas néceſſaire que la ſurface ſur laquelle on veut tracer cette ligne ſoit horiſontale : il ne l'eſt pas même qu'elle ſoit plane.

64. 2°. On décrit la méridienne par des hauteurs correſpondantes du Soleil que l'on prend avant & après midi. Or pour prendre des hauteurs correſpondantes du Soleil, il faut avoir un quart de cercle ou quelque autre inſtrument. On peut auſſi prendre des hauteurs correſpondantes avec une plaque percée attachée à un mur, comme nous l'avons dit (57) : car ſi du pied du ſtile ou d'un point plus élevé qui réponde à ce pied on décrit pluſieurs circonférences concentriques, les deux momens avant & après midi auxquels le point d'ombre, ou plutôt le point de lumiere, tombera ſur la même circonférence, ſeront ceux des hauteurs correſpondantes. Il faudra marquer ſur le plan horiſontal ſur lequel on doit tracer la méridienne, le centre de l'image du Soleil dans les deux inſtans des hauteurs correſpondantes, & tirer une ligne qui joigne les deux points que l'on aura marqués ; le milieu de cette ligne ſera le point cherché. Si donc le plan eſt bien horiſontal, il n'y aura qu'à couper cette ligne en deux parties égales par une perpendiculaire, ce ſera la méridienne : car les deux points marqués

dans les deux inſtans des hauteurs correſpondantes, ſont ſur une circonférence qui a pour centre le pied du ſtile. Par conſéquent la ligne qui joint ces deux points eſt une corde de cette circonférence : ainſi une perpendiculaire qui diviſe cette ligne par le milieu, paſſe par le pied du ſtile (Géom. liv. 1 art. 43), puiſqu'il eſt le centre du cercle. Cette perpendiculaire eſt donc la méridienne.

65. Si on ne pouvoit aiſément ſe ſervir, pour marquer les deux points de lumiere, de la plaque attachée au côté de la fenêtre, on pourroit employer le faux ſtile dont on ſe ſert pour trouver la déclinaiſon d'un plan vertical ou incliné, & l'attacher au plan horiſontal, le pied de ce ſtile étant trouvé on le prendroit pour centre des circonférences concentriques que l'on décriroit, & par ce moyen on traceroit une méridienne qui paſſeroit par le pied du faux ſtile (liv. 3 de la Sphere art. 2). Quand cette méridienne ſeroit décrite, on tireroit un ligne parallele qui paſſeroit par le pied du vrai ſtile, c'eſt-à-dire, de la plaque attachée au côté de la fenêtre, dont le trou doit ſervir à marquer midi ſur cette parallele, qui ſera la méridienne cherchée.

Nous ſuppoſons ici que la déclinaiſon du Soleil ne change pas ſenſiblement pendant le tems qui eſt entre les deux inſtants des hauteurs correſpondantes : mais ſi elle ne demeure pas à peu-près la même, il faut ſe ſervir de la correction expliquée dans le troiſiéme Livre de la Sphere, art. 11.

66. Si on a une pendule à ſecondes réglée ſur le mouvement moyen du Soleil, on pourra tracer la méridienne avec encore plus d'exactitude, en cherchant par les hauteurs correſpondantes du Soleil priſes avec un quart de cercle quelle heure la Pendule marque lorſqu'il eſt midi au Soleil : car alors on pourra marquer un point d'ombre, ou plûtôt de lumiere, à midi

précis quelqu'un des jours qui ſuivent celui où l'on a pris les hauteurs correſpondantes, & on tracera la méridienne comme dans la premiere méthode.

67. 3°. On peut tracer la méridienne par les étoiles fixes : il faut en choiſir deux dont on connoiſſe l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, & qui n'aient ni la même aſcenſion droite, parce qu'elles ne pourroient paſſer en même-tems par un même vertical, excepté le méridien, ni la même déclin. car alors elles ne pourroient paſſer enſemble par aucun vertical ; mais il faut qu'elles répondent dans le même inſtant à un même vertical pendant la nuit dans la ſaiſon où l'on eſt ; ce que l'on verra aiſément par le moyen d'un Globe céleſte. Il eſt bon de les choiſir toutes les deux vers le nord, de ſorte que l'une ſoit ſupérieure au pole, tandis que l'autre eſt inférieure, afin de pouvoir déterminer avec plus de facilité le moment précis auquel elles répondent au même vertical. Il s'agit de trouver l'angle que font le méridien & le vertical auquel les deux étoiles répondent en même-tems.

Fig. 9. 68. Soit le méridien HZPR, l'horiſon HR, l'équateur AT, le midi H, le nord R, l'orient O, les deux étoiles B & C qui ſont ſur le vertical ZBC, leurs déclinaiſons BE, CF, la différence des aſcenſions droites EF. Le vertical dans lequel les deux étoiles ſe trouvent en même-tems étant ZBC, l'angle PZB que fait ce vertical avec le méridien eſt celui qu'il faut trouver. Pour cela je conſidere que dans le triangle ZPB on connoît les deux côtés PZ & PB dont le premier eſt le complément de la latitude ZA, & le ſecond eſt le complément de la déclinaiſon BE qui convient à l'étoile B. Si donc on ſçavoit la valeur de l'angle ZBP, on pourroit trouver l'angle cherché PZB. Or on connoîtra l'angle ZBP par le triangle BCP, duquel on a les deux côtés PB & PC qui ſont les complémens des déclinaiſons des étoiles, & l'angle compris BPC qui eſt la différence des aſcenſions

droites

droites meſurée par EF. Ainſi on pourra trouver l'angle PBC. Fig. 9.

69. Pour cela il faut concevoir qu'il y a un arc CX tiré du point C perpendiculairement ſur le côté oppoſé PB prolongé, s'il eſt néceſſaire, qui fera le triangle CXP rectangle en X, dont on connoît l'hypotenuſe CP & l'angle CPX outre l'angle droit en X. Par conſéquent on trouvera le côté PX en diſant, *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle* CPX, *comme la tangente de l'hypotenuſe* CP *eſt à la tangente du ſegment* PX. Ce ſegment PX peut être ou moindre ou plus grand que le côté PB : ſi l'angle BPC eſt aigu on retranchera la plus petite de ces deux quantités de la plus grande, le reſte ſera l'autre ſegment BX : mais ſi l'angle BPC eſt obtus, il faut ajouter PX à PB pour avoir le ſegment BX, parce que l'arc perpendiculaire CX tombe alors du côté de l'angle aigu, qui eſt le ſupplém. de l'angle obtus BPC. Le ſegment BX étant connu, on trouvera l'angle PBC par cette ſeconde analogie, *Le ſinus de* BX *eſt au ſinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* BPC *eſt à la tangente de l'angle* PBC *ou de ſon ſupplément.*

70. L'angle aigu qu'on trouvera par cette analogie ſera la valeur de ZBP ou de ſon ſuppl. mais d'ailleurs les deux côtés PZ & PB du triangle ZPB ſont donnés : par conſéquent puiſque l'on connoît deux côtés & l'angle oppoſé à un de ces côtés, on pourra trouver l'angle BZP oppoſé à l'autre côté connu PB, en diſant : *Le ſinus de* PZ *eſt au ſinus de l'angle* ZBP, *comme le ſinus de* PB *eſt au ſinus de* BZP.

Voici un éxemple dans lequel nous ſuppoſons que B eſt une étoile qui a $59^d\ 20'$ de déclinaiſon, & que C en a $75^d\ 13'$. Ainſi les complémens PB & PC ſont de $30^d\ 40'$ & de $14^d\ 47'$. Soit auſſi l'aſcenſion droite de B$=10^d\ 21'$, & celle de C$=222^d\ 59'$; ainſi la différence EF ſera $212^d\ 38'$: mais comme cet arc eſt plus grand que 180 deg. il faut le retrancher de 360

Fig. 9. deg. le reste $147^d\ 22'$ sera la mesure de l'angle CPB, lequel étant obtus, la perpendic. CX tombe du côté du supplém. CPX, qui est de $32^d\ 38'$. Cela posé, le compl. de l'angle CPX sera $57^d\ 22'$: ainsi les logar. des trois 1ers termes de la 1re analogie seront 1000000, 992538, 942144, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 934682, qui est la tangente artificielle de $12^d\ 32'$: c'est la valeur du segment PX, qu'il faut ajouter à PB $=30^d\ 40'$, la somme sera BX $=43^d\ 12'$. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront donc le sinus de 43^d $12'$, celui de $12^d\ 32'$ & la tangente de $147^d\ 22'$, ou plutôt de son supplément $32^d\ 38'$, dont les logarithmes sont 983540, 933647, 980642 qui feront trouver le quatriéme nombre 930749, qui est la tangente artif. de $11^d\ 28'$: c'est la valeur de l'angle PBC, dont le suppl. ZBP est de $168^d\ 32'$, mais il ne seroit pas nécessaire de sçavoir lequel des deux est aigu.

On connoît donc trois choses dans le triangle ZPB, 1°. le côté PZ, que je suppose de $41^d\ 9'$, c'est le complément de la latitude, 2°. le côté PB de $30^d\ 40'$, & enfin ZPB dont le suppl. est $11^d\ 28'$. Ainsi les trois 1ers termes de l'analogie pour trouver l'angle BZP de ce triangle seront le sinus de $41^d\ 9'$, celui de $11^d\ 28'$ & celui de $30^d\ 40'$, dont les logar. sont 981825, 929841, 970761. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 918777, qui est le sinus artificiel de $8^d\ 52'$. Ainsi l'angle BZP, c'est-à-dire, celui que fait le méridien avec le vertical dans lequel se trouvent en même-tems les deux étoiles, est de $8^d\ 52'$, quelle que soit celle des deux qui soit au dessus de l'autre.

Les deux étoiles qu'on appelle la *Ceinture de Cassiopée* & l'*épaule de la petite Ourse* ont présentement, en 1742, la déclinaison & l'ascension droite que nous avons attribuées aux étoiles B & C.

71. Quand l'angle BZP sera connu, on observera

le moment auquel les deux étoiles passeront par le même vertical. Pour cela on attachera une ficelle par un bout au-dessus du plan horisontal où l'on veut tracer une méridienne : on disposera cette ficelle à peu-près horisontalement ; de façon que l'autre bout soit mobile, afin qu'on puisse diriger la ficelle vers différents points. Après cela on y suspendera deux plombs avec de la soie très-mince qui soit blanche, afin qu'on l'apperçoive plus sensiblement. On suivra ensuite les deux étoiles jusqu'à ce qu'elles soient cachées l'une & l'autre par les deux fils de soie : c'est alors que les deux étoiles répondent à un même vertical. On fera donc marquer sur le plan horisontal deux points dans l'alignement des deux fils, c'est-à-dire, deux points qui soient cachés l'un & l'autre par les deux fils. On tirera une ligne droite qui passe par ces deux points, elle représentera le vertical des deux étoiles : Si donc on tire par quelque point de cette ligne droite une autre ligne qui fasse avec la premiere un angle égal à celui du vertical des étoiles avec le méridien, ce sera une mérid. Si on a observé les étoiles avant leur passage par le méridien, il faudra tirer la mérid. à l'occident de la ligne qui représente le vertical des étoiles : ce sera le contraire si on les a observées après ce passage : cette mérid. étant tirée, on menera par le pied du stile une ligne qui lui soit parallele, ce sera la méridienne cherchée.

72. Remarquez que l'opération sera d'autant plus exacte que les deux plombs seront plus éloignés l'un de l'autre, aussi-bien que les deux points qu'il faut marquer sur le plan horisontal. D'ailleurs afin d'empêcher les plombs de balancer, il est à propos de mettre au-dessous de ces plombs des vaisseaux remplis d'eau dans laquelle ils plongent. Mais comme il est bon de sçavoir à peu-près l'heure à laquelle les deux étoiles passeront ensemble par le même vertical, afin de tout préparer à propos, on pourra le trouver par le moyen d'un Globe céleste.

73. On peut aussi tirer une méridienne par le moyen des étoiles sans employer le calcul. Il faut pour cela suspendre deux plombs à un fil à peu-près horisontal, comme on vient de le dire, & les disposer de façon que les deux soient vis-a-vis de l'étoile polaire dans le tems que la grande ourse est au-dessous de cette étoile, en sorte que les quatre étoiles qui font un quadrilatere soient à droite par rapport aux deux fils, & que les trois de la queue soient a gauche, de maniere que la premiere de ces trois, ou la plus proche du quadrilatere soit sur le point de se cacher derriere les fils, comme on le voit dans la fig. 10, alors l'étoile polaire sera dans le plan du méridien, & par conséquent les deux fils y seront aussi. La raison pourquoi l'étoile polaire est pour lors dans le plan du méridien, c'est que deux points qui ont la même ascension droite ou une différence de 180 degrés ne peuvent répondre ensemble à un même vertical que quand ils sont tous les deux au méridien. Or l'étoile polaire & le point B qui est à droite de l'étoile A ont une différence de 180 degrés en ascension droite : & d'ailleurs l'étoile polaire & le point B répondent tous les deux au même vertical quand ils sont cachés en même-tems par les deux fils.

On pourroit encore se servir de l'étoile appellée la *Ceinture de Cassiopée* pour le même effet, parce qu'elle a presque la même ascension droite que l'étoile polaire : ce qui fait que cette étoile, ou du moins un point qui en est près, ne peut se trouver dans le même vertical que l'étoile polaire, que quand l'un & l'autre répondent au même méridien : ce point passe derriere les deux fils un peu avant l'étoile de la ceinture. On peut voir les ascensions droites & les déclinaisons des principales étoiles dans la *Connoissance des Tems*, pages 82 & 83, ou dans les tables de M. Cassini p. 145 & suiv.

Les deux fils étant dans le plan du méridien, on marquera deux points éloignés entr'eux sur la surface

ſoit horiſontale, ſoit inclinée : la ligne droite qui paſſera par ces deux points ſera une méridienne ſi la ſurface eſt un plan. Si elle n'eſt pas un plan, la méridienne ne ſera pas une ligne droite, mais une courbe, que l'on tracera en ſe ſervant d'une regle dont le bord ſoit appliqué ſur les deux points, comme ſi la ſurface étoit un plan. Après cela on tirera du pied du ſtile une ligne parallele à cette méridienne, ce ſera la méridienne par rapport au trou de la plaque. Si on vouloit que la premiere ligne tirée ſervît de méridienne pour le gnomon ou la plaque, il faudroit diſpoſer cette plaque de façon que le centre du trou répondît aux deux fils.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode que nous avons donnée (liv. 4 de la Sphere, art. 37) pour décrire une ligne méridienne ſur un plan horiſontal par un ſeul point d'ombre en connoiſſant la hauteur du Soleil, ſa déclin. & la latitude du lieu.

74. On tracera la méridienne d'un plan vertical, comme on l'a enſeigné dans le VIme Probl. art. 154 & ſuiv. Quant à la mérid. d'un plan incliné, on pourra ſe ſervir pour la tracer de la méthode précédente ou de celle de l'art. 60 du 3me Livre. Les trois art. précédens 57, 58, 59, qui ſont pour trouver la déclin. d'un plan incliné, peuvent auſſi ſervir à décrire la mérid. en faiſant l'application des trois premiers nombres de l'art. 45 du même Livre.

75. On peut facilement marquer les Signes du Zodiaque ſur une méridienne horiſontale par la même méthode que nous avons employée pour déterminer la longueur de cette méridienne : il ſuffit pour cela de connoître la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil qui font trouver ſa hauteur méridienne : car lorſque le Soleil eſt à l'équateur, ſa hauteur méridienne eſt égale à celle de l'équateur, ou au complément de la latitude : quand le Soleil décline vers le pole élevé, ſa hauteur méridienne eſt égale à la ſomme de l'é-

Fig. 8. lévation de l'équateur & de la déclinaison du Soleil ; enfin lorsque le Soleil décline vers le pole abbaissé, sa hauteur méridienne est égale à la différence ou à l'excès de l'élévation de l'équateur sur la déclinaison (l. 3 de la Sphere art. 17). Cela posé, dans le triangle rectangle SPM on connoît trois choses, la hauteur du stile SP que l'on mesure, l'angle droit P & l'angle SMP, qui est la hauteur du Soleil, parce qu'on suppose ici qu'il s'agit d'une méridienne horisontale : ainsi on trouvera le point M de la méridienne sur lequel doit tomber l'image du Soleil quand il a la déclinaison que l'on suppose ; on trouvera, dis-je, ce point par l'analogie suivante : *Le sinus total est à la tangente du complément de la hauteur méridienne du Soleil, comme la hauteur* SP *est à la partie* PM *de la méridienne* depuis le pied du stile jusqu'au point cherché. Il faudra donc prendre sur la méridienne depuis le pied du stile une distance égale au quatriéme terme, l'extrémité de cette distance sera le point où il faudra marquer le Signe dont le commencement a la même déclin. que celle du Soleil, telle qu'on l'a supposée dans la proportion.

76. On pourroit aussi trouver la place des Signes en la maniere suivante sans connoître ni le pied ni la hauteur du stile : je suppose que lorsque le Soleil a trois degrés de déclinaison vers le pole élevé, son image tombe au point O, & qu'on veuille trouver le point M sur lequel elle tombera quand le Soleil sera au tropique du Capricorne : il s'agit de trouver OM. On mesurera SO distance du point S, qui est le centre du trou de la plaque au point O, & on aura trois choses connues dans le triangle SOM ; sçavoir le côté SO, l'angle M qui est la hauteur méridienne du Soleil quand il est à ce tropique, & enfin l'angle OSM, car il a pour mesure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels le Soleil répond quand la lumiere tombe sur O & sur M. Or cet arc est la somme des déclinaisons 3^d & $23^d\ 28'$, parce qu'elles sont de

différens noms, l'une ſeptentrionale, l'autre méridionale : mais ſi ces déclinaiſons étoient de même nom, l'arc ſeroit égal à leur différence. On peut auſſi connoître l'angle SOP qui eſt la hauteur méridienne du Soleil quand ſon image tombe au point O. Or cet angle fera trouver l'autre SOM, qui en eſt le ſupplém. Par conſéquent on trouvera OM en diſant, *Le ſinus de l'angle* M *eſt à* SO, *comme le ſinus de* OSM *eſt à* OM. Fig. 8.

77. Si le plan eſt incliné ſur l'horiſon, on pourra trouver la place des Signes de la maniere ſuivante : Après avoir déterminé le pied P du ſtile, il faudra attacher un fil, comme PM qui paſſe par ce pied, & qui ſoit parallele à l'horiſon ; & quand on aura trouvé ſur ce fil horiſontal les places des Signes, comme on vient de l'expliquer, il faudra marquer avec du crayon ou autrement les points des Signes ſur ce fil. Enſuite on attachera un autre fil au centre S du trou de la plaque ; ce fil étant tendu & le faiſant paſſer par quelque point marqué du fil horiſontal, comme O, le point R du plan auquel il aboutira ſera la place du Signe que le point O du fil horiſontal repréſente : car le fil SOR pouvant être regardé comme un rayon du Soleil qui paſſe par O & par R, il eſt évident que ces deux points repréſentent le même lieu du Soleil. Cette méthode eſt également bonne pour marquer le lieu des Signes ſur une ſurface qui ne ſeroit pas un plan.

78. Voici la maniere dont on trouve la place des Signes ſur une méridienne verticale quand on connoîtra le pied du ſtile P, & que l'horiſontale HPR eſt tirée : le point d'interſection de cette ligne avec la méridienne ſoit nommé L, il faudra concevoir une ligne SL tirée du ſommet S du ſtile à ce point L, laquelle quoique oblique au plan eſt cependant perpendiculaire à la méridienne verticale, puiſqu'elle eſt dans le plan horiſontal que l'on conçoit paſſer par le ſommet Fig. 11.

Fig. 11. S. Ayant mesuré cette ligne SL on connoîtra trois choses dans le triangle rectangle SLM, dont le côté SM est le rayon du Soleil, sçavoir la perpendiculaire SL, l'angle droit L & l'angle LSM qui est la hauteur méridienne du Soleil, puisqu'il est égal à l'angle opposé au sommet VSX que fait le rayon avec le plan horisontal. On pourra donc trouver la partie LM de la méridienne par cette analogie, dans laquelle on considere la perpendiculaire SL comme sinus total, & le point S comme centre, auquel cas la partie LM devient la tangente de l'angle LSM : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur méridienne du Soleil, comme la perpendiculaire* SL *est à la partie* LM, dont l'extrémité M est le lieu du Signe duquel le Soleil occupe le commencement lorsque son rayon tombe au point M.

79. On peut aussi trouver la place des Signes sur une méridienne verticale sans connoître le pied du stile, & sans avoir tiré l'horisontale : Soit la méridienne verticale CM, le rayon du Soleil SO lorsque sa déclinaison est de trois degrés vers le pole abbaissé ; il s'agit de trouver le point M sur lequel tombera l'image du Soleil lorsqu'il sera au tropique de l'Ecrevisse. Je considére qu'on peut connoître trois choses dans le triangle OSM, sçavoir le côté SO qui est la distance du sommet du stile au point O, l'angle M qui est la distance du Soleil au zenith, ou le complément de l'angle LSM, à cause du triangle rectangle SLM, c'est-à-dire, le complément de la hauteur du Soleil sur l'horison ; enfin l'angle OSM, qui a pour mesure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels on suppose le Soleil quand son image tombe en O & quand elle tombe sur le point M. Cet arc est ici la somme des déclinais. 3^d & $23^d 28'$, parce qu'elles sont de différens noms. Mais si elles étoient de même nom, c'est-à dire, ou toutes deux septentrionales ou toutes deux méridionales, l'arc compris entre les deux lieux

du Soleil seroit la différence de ces deux déclinaisons. On pourra donc dire, *Le sinus de l'angle* M *est au côté* SO, *comme le sinus de l'angle* OSM *est au côté* OM.

80. Il faut remarquer qu'il y a dix Signes que l'on place deux à deux sur la méridienne, parce que les commencemens de ces deux Signes ont la même déclinaison. Voici l'ordre dans lequel on place les douze Signes, le Capricorne ♑, le Verseau ♒ & le Sagittaire ♐, les Poissons ♓ & le Scorpion ♏, le Bélier ♈ & la Balance ♎, le Taureau ♉ & la Vierge ♍, les Gemeaux ♊ & le Lion ♌, & enfin l'Ecrevisse ♋.

Déclinaison du commencement de chacun de ces Signes en 1742.

	Déclinaison septentr.		
Pour le Capricorne	23^{d}	$28'$	$20''$
pour le Verseau & le Sagittaire	20	10	40
pour les Poissons & le Scorpion	11	29	12
pour le Bélier & la Balance	0	0	0
	Déclinaison mérid.		
pour le Taureau & la Vierge	11^{d}	$29'$	$12''$
pour les Gemeaux & le Lion	20	10	40
pour l'Ecrevisse	23	28	20

On met les Signes ascendans à l'occident de la méridienne, sçavoir le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Belier, le Taureau & les Gemeaux : & on place les six autres à l'orient de la même ligne. On peut aussi mettre le Capricorne & l'Ecrevisse aux deux extrémités de la méridienne, comme on le voit dans la fig. 11, Mais cela suppose que cette ligne n'est pas prolongée au-delà de l'étendue déterminée par la distance qu'il y a d'un tropique à l'autre. Par cette disposition des Signes autour de la méridienne, on voit que le côté occidental de cette ligne représente la moitié du Zodiaque qui contient les Signes ascendans, & que le cô-

té oriental désigne l'autre moitié. On pourroit aussi mettre les Signes ascendants au côté oriental, & les autres au côté occidental : mais il paroît qu'il vaut mieux les disposer, comme nous avons dit d'abord, parce que le Soleil qui avance d'occident en orient en parcourant les Signes pendant l'année, répond aux Signes ascendants pendant les six premiers mois.

81. On peut marquer aussi le premier de chaque mois sur la méridienne en cherchant la déclinaison du Soleil pour le midi de chacun de ces jours. On la trouvera dans la Table des déclinaisons que nous ajouterons à la fin de ce Livre. On pourra par le même moyen marquer le point de la méridienne sur lequel doit tomber la lumiere du Soleil tous les autres jours de l'année.

Lorsque la hauteur du stile d'une méridienne horisontale est considérable, comme de 20 à 30 pieds, ou même beaucoup plus grande, on marque les degrés des Signes par de petites perpendiculaires à la méridienne que l'on trace à droite ou à gauche de cette ligne, & on en tire d'autres du côté opposé pour marquer les tangentes de la distance méridienne du zenith au Soleil, en supposant le sinus total de 1000 parties : on prend la hauteur du stile pour le sinus total & son sommet pour centre ; ainsi la méridienne prise depuis le pied du stile jusqu'au point auquel la lumiere du Soleil tombe chaque jour de l'année est la tangente de la distance du Soleil au zenith à ce jour. On peut voir tout cela éxécuté par M. de Cassini avec beaucoup de soin & d'éxactitude dans une grande Salle de l'Observatoire Royal de Paris.

82. Remarquez que si la méridienne verticale est trop éloignée ou trop près du stile, l'erreur qui en viendra sera plus considérable en Hyver qu'en Esté. Supposons, par éxemple, que sur un plan qui décline vers l'orient la méridienne soit trop éloignée du stile

de la grandeur d'un pouce, il faut imaginer une autre ligne verticale qui ſoit tirée à un pouce de la méridienne du côté du ſtile : cette verticale ſera la véritable méridienne : ainſi quand la lumiere du Soleil tombera ſur elle, il ſera midi. Or la lumiere ſera plus long-tems à parcourir l'eſpace entre ces deux lignes en Hyver qu'en Eſté, parce que le rayon de lumiere pris depuis le plan juſqu'au trou de la plaque, qui eſt le centre autour duquel le rayon tourne, eſt plus court au ſolſtice d'Hyver que dans les autres ſaiſons : c'eſt pourquoi ſi, par éxemple, il y a une minute entre les deux inſtans auxquels la lumiere tombe ſur les deux lignes en Hyver, il y aura moins d'une minute en Eſté.

83. Il ſuit de là que ſi on veur tracer une méridienne verticale en prenant un point de lumiere à un inſtant que l'on croit être celui de midi, il vaut mieux la décrire en Hyver qu'en Eſté : car ſi, par éxemple, on a marqué ce point une minute plus tard que l'inſtant du midi, comme la lumiere fait moins de chemin ſur le plan en Hyver qu'en Eſté, il eſt facile de voir que la verticale qui paſſera par ce point ſera moins éloignée du lieu de la véritable méridienne que ſi l'opération avoit été faite en Eſté.

84. Il ſemble d'abord que ce devroit être le contraire pour la méridienne horiſontale, parce que le rayon de lumiere pris du trou de la plaque juſqu'au plan eſt plus long en Hyver qu'en Eſté : mais comme la méridienne horiſontale doit être tirée du pied du ſtile, & que le point de lumiere en eſt plus près en Eſté qu'en Hyver, s'il y avoit quelque erreur dans le tems où l'on détermine ce point en Eſté, la ligne que l'on tireroit s'écarteroit beaucoup de la véritable méridienne vers la fin, à cauſe de la divergence de ces deux lignes qui partent l'une & l'autre du pied du ſtile. C'eſt pourquoi il vaut mieux tracer une méridienne

horiſontale en Hyver qu'en Eſté, lorſqu'on ſe ſert de la lumiere du Soleil pour déterminer un des points de cette ligne.

De la Méridienne du tems moyen.

85. On diſtingue deux ſortes de tems, le vrai & le moyen. Pour concevoir la différence qu'il y a entre l'un & l'autre, il faut remarquer que les jours naturels ne ſont pas égaux entre eux. (On entend par jour naturel la durée de la révolution apparente du Soleil d'orient en occident.) Or ce qui fait que les jours naturels ne ſont pas égaux, c'eſt que le Soleil n'avance pas également tous les jours vers l'orient par rapport à l'équateur : plus il avance plus le jour eſt long, parce qu'il eſt plus long-tems à revenir au méridien. Il y a deux cauſes de l'inégalité de ce mouvement apparent du Soleil rapporté à l'équateur ; je dis rapporté à l'équateur ; car quoique le Soleil ſoit mû ſur l'écliptique, il faut toujours le rapporter à un point de l'équinoctiale qui eſt déterminé par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le Soleil, puiſque ce point eſt l'interſection de ce cercle avec l'équinoctiale. La premiere des deux cauſes eſt que le mouvement apparent du Soleil ſur l'écliptique n'eſt pas toujours le même : il a plus de viteſſe vers le perigé, & moins vers l'apogé. La ſeconde cauſe eſt l'obliquité de l'écliptique : car quand bien même le Soleil parcourroit tous les jours des parties égales de ce cercle, il n'avanceroit pas néanmoins également par rapport à l'équateur, parce que tous les degrés de l'écliptique ne répondent pas chacun à un degré de l'équateur.

86. Cela poſé, le tems vrai, que l'on nomme auſſi *apparent*, eſt meſuré par le mouvement apparent du Soleil d'orient en occident. Le tems moyen eſt celui que l'on conçoit s'écouler toujours également & d'une maniere uniforme. Pour déterminer ce tems on ima-

gine un aſtre qui répondroit toujours à l'équateur, & parcourroit ce cercle d'un mouvement uniforme vers l'orient dans le même tems que le Soleil fait le tour de l'écliptique. La révolution apparente de cet aſtre d'orient en occident feroit un jour naturel du tems moyen, & ſon mouvement vers l'orient ſeroit égal à celui qu'on appelle le mouvement moyen du Soleil, ſçavoir 59′ 8″ par jour. Ainſi afin qu'une Pendule ſoit réglée ſur le moyen mouvement du Soleil, il faut que l'aiguille des heures faſſe deux fois le tour du Cadran dans le même-tems que cet aſtre ſuppoſé feroit ſa révolution d'orient en occident. Une Pendule réglée en cette maniere eſt la meſure du tems moyen.

87. Si on compare l'aſtre ſuppoſé avec le Soleil rapporté à l'équateur, il ſera quelquefois plus avancé vers l'orient que le Soleil, & quelquefois moins, à cauſe de l'inégalité du mouvement du Soleil. Or l'arc de l'équinoctiale compris entre l'aſtre & le lieu du Soleil rapporté à ce cercle; cet arc, dis-je, réduit en parties de tems, ſçavoir des minutes & des ſecondes eſt l'*équation de l'horloge*, que l'on appelle auſſi l'*équation ſolaire*, & l'*équation du tems*.

88. Elle marque l'eſpace de tems entre les heures du tems moyen & celles du tems vrai; par exemple, entre midi du tems moyen & midi du tems vrai: le tems moyen précede le tems vrai lorſque le Soleil eſt plus avancé vers l'orient que l'aſtre ſuppoſé, ou ce qui revient au même, lorſque cet aſtre eſt à l'occident du Soleil, parce qu'alors l'aſtre ſuppoſé parvient plutôt au méridien que le Soleil. Ce ſera le contraire ſi l'aſtre eſt plus avancé que le Soleil vers l'orient.

89. Il y a quatre momens dans l'année auxquels le tems moyen & le tems vrai concourent l'un avec l'autre: c'eſt quand l'équation eſt nulle, & que par conſéquent l'aſtre ſuppoſé & le Soleil rapporté à l'équateur répondent au même point de ce cercle. Cela ar-

rive vers le 15 Avril, le 16 Juin, le 30 Août & le 25 Décembre.

90. Puiſque le tems moyen précede quelquefois le tems vrai, & qu'il le ſuit quelquefois, on voit par-là que la méridienne du tems moyen doit paſſer de côté & d'autre de celle du tems vrai, & qu'elle doit ſerpenter autour de cette ligne : auſſi a-t-elle à peu-près la figure d'un 8 de chifre coupé en quatre points par la mérid. du tems vrai, qui eſt toujours une ligne droite quand elle eſt tracée ſur un plan : ces quatre points d'interſection des deux méridiennes ſont pour les quatre momens de l'année auxquels les deux tems concourent.

91. Il paroît par cette figure de la méridienne du tems moyen que la lumiere du Soleil paſſe deux fois dans un jour ſur cette ligne courbe, une fois ſur une branche, une autre fois ſur la branche oppoſée. Or il n'y a qu'une de ces deux branches qui marque le midi moyen pour un certain tems de l'année, & l'autre branche le marque pour un autre ſaiſon.

92. La méridienne du tems moyen étant faite pour montrer le midi de ce tems, il paroît que ſi une pendule eſt réglée ſur le moyen mouvement du Soleil, & que dans un jour de l'année elle marque midi lorſque la lumiere du Soleil tombe ſur la branche convenable de cette méridienne, il ſera midi à cette pendule tous les autres jours de l'année, quand la lumiere du Soleil tombera ſur la partie de la même méridienne qui répondra à la ſaiſon. Ainſi on pourra régler une pendule immédiatement ſur la méridienne du tems moyen, ſans le ſecours de l'équation ſolaire, qui cauſe ſouvent quelque embarras à ceux qui ne conçoivent pas bien la différence qu'il y a entre les deux tems : & c'eſt en cela que conſiſte l'uſage de cette méridienne.

93. La méthode de tracer la méridienne du tems moyen eſt la même pour toutes ſortes de plans : nous

allons l'expliquer en peu de mots, parce qu'elle est fort facile à entendre. Il faut d'abord décrire la méridienne du tems vrai. 2°. On cherchera ensuite sur cette ligne droite les points auxquels répondent les degrés des Signes du Zodiaque de 15 en 15, ou de six en six, ou même de trois en trois pour plus grande éxactitude. 3°. Après cela on menera par ces points des perpendiculaires à la méridienne : elles représenteront les paralleles que le Soleil décrit quand il répond aux degrés de l'écliptique que ces points désignent, ou du moins ces perpendiculaires ne différent pas sensiblement des lignes courbes qui représentent les paralleles, à cause qu'elles doivent être fort courtes ; car il ne faut les prolonger qu'environ jusqu'à la distance nécessaire pour qu'elles soient coupées de part & d'autre de la mérid. par des lignes horaires de $11^h \frac{3}{4}$ & de midi un quart. 4°. On tirera ces deux lignes horaires par la méthode de l'art. 26 du 1er Livre pour les plans horisontaux, par celles des art. 232 & 247 du second Livre pour les plans verticaux, & enfin par celles des art. 39 & 49 du troisiéme Livre pour les plans inclinés. 5°. Il faudra concevoir que les deux segments de chaque perpendiculaire, dont l'un est contenu entre la ligne de $11^h \frac{3}{4}$ & la méridienne, & l'autre entre la méridienne & la ligne de midi un quart sont divisés chacun en autant de parties égales qu'il y a de secondes entre midi & $11^h \frac{3}{4}$, ou entre midi & midi un quart, c'est-à-dire, en 900 parties, parce qu'il y a 900 secondes dans 15 min. ou dans un quart d'heure. 6°. On prendra sur chaque perpendiculaire de côté & d'autre de la méridienne autant des 900 parties qu'il y a de secondes dans l'équation du jour auquel le Soleil décrira le parallele qui répond à la perpendiculaire : mais comme le Soleil décrit le parallele à deux jours différens, il y a aussi deux équations : on marquera donc le nombre de parties qui est égal à

celui des ſecondes d'une équation ſur la perpendiculaire d'un côté de la méridienne : on marquera auſſi de l'autre côté le nombre des parties, qui eſt égal à celui des ſecondes de l'autre équation. Quand le midi moyen doit précéder le midi vrai, on marque entre la méridienne & la ligne de $11^h \frac{3}{4}$, le nombre des parties déterminé par l'équation, ou plutôt le point qui eſt le terme de ces parties : & lorſque le midi vrai précede l'autre, on marque le point entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart. 7°. Quand tous ces points ſont marqués ſur les perpendiculaires, on les joint les uns aux autres par des traits qui tous enſemble font une courbe qui eſt la méridienne du tems moyen.

94. Tout ce que nous venons de dire s'entendra aiſément par la fig. 12. La ligne droite AM eſt la méridienne du tems vrai, les deux lignes BF & GE ſont les lignes horaires de $11^h \frac{3}{4}$ & de midi un quart : les lignes perpendiculaires à la méridienne du tems vrai, comme BG & FE ſont celles ſur leſquelles il faut marquer les points par leſquels doit paſſer la ligne courbe ABIEMF, qui eſt la méridienne du tems moyen.

95. Pour exécuter la ſeconde regle de cette méthode il faut ſe ſervir de l'analogie marquée à l'art. 75 ou 78, qui ſuppoſe qu'on connoît la déclinaiſon du Soleil. Or voici une Table dans laquelle on a mis 1°. les degrés des ſignes de trois en trois; 2°. la déclinaiſon du Soleil quand il répond à ces degrés; 3°. l'équation du tems convenable aux mêmes dégrés.

TABLE de la déclinaison & de l'équation du tems convenables aux degrés de l'Ecliptique pris de trois en trois.

♈ Le Bélier.	Déclinaif. feptentr. D.	M.	Equation additive. M.	S.	♋ L'Ecreviffe.	Déclinaif. feptentr. D.	M.	Equation additive. M.	S.
3	1 +	12	6	45	3	23	26	1	44
6	2	23	5	49	6	23	20	2	23
9	3 —	34	4	51	9	23	10	3	0
12	4	45	3	53	12	22 +	56	3	34
15	5	55	2	57	15	22 +	38	4	6
18	7	4	2	3	18	22 +	16	4	36
21	8 —	12	1	12	21	21 +	50	5	1
24	9 —	19	0 Souft.	22	24	21	20	5	21
27	10	25	0	27	27	20	47	5	35
30	11	29	1	8	30	20 +	11	5	45
♉ Le Taureau.			Equation foustract.		♌ Le Lion.			Equation additive.	
3	12 +	32	1	47	3	19	31	5	49
6	13 —	32	2	22	6	18	48	5	49
9	14	31	2	52	9	18	2	5	40
12	15 —	27	3	21	12	17	13	5	25
15	16 —	21	3	40	15	16 —	21	5	6
18	17	13	3	53	18	15 —	27	4	40
21	18	2	4	3	21	14	31	4	10
24	18	48	4	8	24	13 —	32	3	33
27	19	31	4	2	27	12 +	3	2	52
30	20 +	11	3	56	30	11	29	2	9
♊ Les Gémeaux.			Equation foustract.		♍ La Vierge.			Equation additive.	
3	20	47	3	46	3	10	25	1	22
6	21	20	3	27	6	9 —	19	0 fouft.	28
9	21 +	50	3	4	9	8 —	12	0	29
12	22 —	16	2	37	12	7	4	1	26
15	22 +	38	2	6	15	5	55	2	26
18	22 +	56	1	32	18	4	45	3	29
21	23	10	0	56	21	3 —	34	4	35
24	23	20	0 addit.	18	24	2	23	5	41
27	23	26	0	22	27	1 +	12	6	44
30	23 —	28	1	3	30	0	0	7	44

TABLE de la déclinaison & de l'équation du tems convenables aux degrés de l'Ecliptique pris de trois en trois.

♎ La Balance.	Déclinais. méridion. D.	M.	Equation soustract. M.	S.	♑ Le Capricor.	Déclinais. méridion. D.	M.	Equation additive. M.	S.
3	1	+12	8	44	3	23	26	0	28
6	2	23	9	41	6	23	20	1	57
9	3	—34	10	38	9	23	10	3	23
12	4	45	11	34	12	22	+56	4	47
15	5	55	12	28	15	22	+38	6	9
18	7	4	13	16	18	22	+16	7	27
21	8	—12	13	58	21	21	+50	8	38
24	9	—19	14	35	24	21	20	9	46
27	10	25	15	5	27	20	47	10	46
30	11	29	15	33	30	20	+11	11	41
♏ Le Scorpion			Equation soustract.		♒ Le Verseau.			Equation additive.	
3	12	+32	15	54	3	19	31	12	29
6	13	—32	16	7	6	18	48	13	11
9	14	31	16	12	9	18	2	13	46
12	15	—27	16	11	12	17	13	14	15
15	16	—21	16	2	15	16	—21	14	34
18	17	13	15	45	18	15	—27	14	46
21	18	2	15	23	21	14	31	14	52
24	18	48	14	53	24	13	—32	14	53
27	19	31	14	14	27	12	+32	14	45
30	20	+11	13	27	30	11	29	14	30
♐ Le Sagittaire.			Equation soustract.		♓ Les Poissons			Equation additive.	
3	20	47	12	31	3	10	25	14	7
6	21	20	11	32	6	9	—19	13	40
9	21	+50	10	30	9	8	—12	13	11
12	22	—16	9	21	12	7	4	12	38
15	22	+38	8	3	15	5	55	12	0
18	22	+56	6	43	18	4	45	11	16
21	23	10	5	23	21	3	—34	10	23
24	23	20	4	0	24	2	23	9	29
27	23	26	2	33	27	1	+12	8	35
30	23	—28	1	1	30	0	0	7	42

Lorsque les déclinaisons marquées dans cette Table sont plus grandes que les déclinaisons véritables du Soleil d'environ 15″ ou plus, jusqu'à 30, on a mis le signe +. Lorsqu'elles sont moindres de la même quantité on a mis —. Ainsi le signe + qui est vis-à-vis du 3me degré du Bélier fait connoître que la déclinaison marquée 1^{d} 12′ est plus grande que celle du Soleil de plus de 15 secondes : & le signe — qui est à côté du vingt-uniéme degré du même Signe montre que la déclinaison marquée est moindre que celle qu'a réellement le Soleil quand il est à ce degré.

Quand les équations sont additives, il faut les ajouter au tems vrai pour avoir le tems moyen : c'est le contraire quand elles sont soustractives. Lors donc que le Soleil répond au troisiéme degré du Bélier, il faut ajouter 6^{m} 45^{f} au tems vrai pour avoir le tems moyen : c'est pourquoi, s'il est midi au Soleil, il est déja midi 6^{m} 45^{f} au tems moyen.

96. Par rapport à la sixiéme regle de la méthode, on la réduira en pratique à l'aide des lignes des parties égales du compas de proportion : voici comme il faudra faire : Ces lignes des parties égales ne contenant pas 900 parties, mais seulement 200, on choisira une partie aliquote de 900, qui soit contenue dans 200, par éxemple 180, qui est le cinquiéme de 900 : ensuite on prendra avec un compas ordinaire la longueur du segment d'une perpendiculaire compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, ou de onze heures trois quarts, & on ouvrira le compas de proportion, en sorte que la distance des points 180 & 180 marqués sur les deux branches de ce compas soit égale à cette longueur : on conservera cette ouverture ; puis on cherchera le cinquiéme des parties de l'équation qui convient au degré par lequel passe cette perpendiculaire. Supposons, par éxemple, que l'équation soit de 11^{m} 41^{f} ou de 701^{f}, on cherchera le

5me de ce nombre, c'eſt 140, & on prendra avec le compas ordinaire la diſtance entre les points 140 & 140 ſur le compas de proportion ; cette diſtance ſera celle qu'il y a entre la méridienne du tems vrai & le point par où doit paſſer celle du tems moyen ; ainſi en mettant une des pointes du compas ordinaire, dont on retient l'ouverture égale à la diſtance entre les points 140 & 140 du compas de proportion, en mettant, dis-je, cette pointe ſur l'interſection de la perpendiculaire & de la méridienne du tems vrai, & appliquant l'autre pointe ſur cette perpendiculaire, elle marquera le point cherché de la méridienne du tems moyen.

97. Si le ſegment de la perpendiculaire entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, étoit trop grand pour être contenu entre les points 180 & 180, quelque ouverture qu'on donnât au compas de proportion, on pourroit tirer une autre ligne horaire qui coupât en deux également tous les ſegmens compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart : dans ce cas on feroit par rapport à la moitié du ſegment ce que nous avons dit pour le ſegment entier : on ouvriroit donc le compas de proportion juſqu'à ce que la diſtance des points 180 & 180 fût égale à cette moitié ; & ſi le cinquiéme de l'équation étoit 140^{s}, on prendroit la diſtance des points 140 & 140, qu'il faudroit en ce cas porter deux fois ſur la perpendiculaire, afin de marquer ſur cette ligne le point par lequel doit paſſer la méridienne du tems moyen.

98. Ire Remarque. On obſervera que pour une plus grande éxactitude il ſeroit à propos de décrire des arcs des Signes, au lieu des perpendiculaires qui repréſentent les paralleles voiſins du tropique du Capricorne, à cauſe que les arcs des Signes s'écartent un peu ſenſiblement des perpendiculaires de ces endroits-là, & que d'ailleurs les équations convenables à ces parall. ſont aſſez conſidérables, au lieu qu'elles ſont

fort petites pour les paralleles voisins du tropique du Cancer. Cette précaution devient plus nécessaire quand la hauteur du stile est grande, comme de douze à quinze pieds, ou davantage.

99. II. REMARQUE. Les deux lignes horaires qu'on tire désignent des momens éloignés du midi vrai seulement d'un quart-d'heure, parce que l'équation du Soleil n'est que d'environ un quart-d'heure, soit en avance, soit en retard par rapport au midi vrai dans le tems qu'elle est la plus grande, sçavoir vers le 11 Février & le premier Novembre. Le midi moyen avance sur le vrai de 14^{m} 53 sec. vers le 11 Février, & il retarde de 16^{m} 12 sec. vers le premier Novembre.

100. IIIme REMARQUE. Quand dans la cinquiéme & la sixiéme regle de la méthode nous avons parlé de la division des perpendiculaires en parties égales, cela suppose que la lumiere du Soleil parcourt sur le plan des espaces sensiblement égaux dans des tems égaux, ce qui est vrai au moins à l'égard des plans horisontaux & des verticaux ou inclinés non déclinants : mais quand les plans sont déclinants, les espaces parcourus en tems égaux deviennent sensiblement inégaux; c'est pourquoi il faut alors tirer des lignes horaires au moins de cinq minutes en cinq minutes, & diviser l'espace entre deux lignes horaires en 300 parties égales, à cause des trois cents secondes que contiennent les cinq minutes,

M. de Fouchy de l'Académie des Sciences, qui est l'Inventeur de la méridienne du tems moyen, a bien voulu me communiquer un mémoire sur cette matiere, dont j'ai profité. On n'a pas beaucoup fait jusqu'à présent de ces méridiennes. Il s'en trouve quelques-unes à Paris, entre lesquelles on peut voir celle de M. le Marquis de Bonnelle, qui est éxécutée avec tout le soin possible. Elle est en partie horisontale & en partie verticale, parce que la Salle où elle est tra-

cée n'est pas assez grande pour la décrire horisontalement dans toute son étendue. On y a tiré des lignes horaires de cinq minutes en cinq minutes autour de la méridienne du tems vrai, & toutes ces lignes sont gravées sur du marbre. Je ne crois pas qu'il y ait nulle part rien de plus parfait dans ce genre : c'est M. de Parcieux de la Société Royale de Montpellier, qui en est l'Auteur: il vient de tracer aussi sur un des murs du vieux Louvre du côté de la Seine une mérid. du tems vrai avec plusieurs lig. horaires aux deux côtés. Afin de faire un ouvrage qui répondît à la solidité du mur sur lequel il travailloit, il a fait sceller trois cylindres de cuivre sur lesquels il a fait marquer trois points qui sont à égale distance du centre du trou du gnomon : cette distance est presque de 814 lignes, & celle de chacun de ces points au pied du stile est égale à la hauteur du stile, laquelle est de $575\frac{1}{2}$ lignes ou de quatre pieds moins une demie ligne. Ces trois cylindres ou plutôt les trois points qui y sont marqués dont deux sont sur la verticale du plan & le troisiéme sur l'horisontale, serviront à remettre le gnomon dans sa situation, en cas qu'il vienne à être dérangé.

Des arcs des Signes et des *Arcs diurnes.*

101. Les arcs des Signes sont des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les paralleles que le Soleil décrit les jours qu'il entre dans chaque Signe du Zodiaque. Les arcs diurnes sont aussi des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les paralleles que le Soleil parcourt lorsqu'il se leve à une certaine heure, comme à 4 heures, à 5 heures, à 6 heures, &c. Nous ne parlerons de ces arcs que par rapport aux plans verticaux : mais il seroit facile de faire l'application de ce que nous en dirons aux plans horisontaux & même aux plans inclinés.

102. Tous les paralleles à l'equateur étant de petits

cercles, les lignes qui les représentent sur un plan sont nécessairement courbes (liv. 2 art. 5). Ainsi tous les arcs des Signes, excepté l'équinoctiale, sont des lignes courbes. Pour concevoir de quel côté elle présentent leur convexité, il faut imaginer une petite boule ou Sphere avec ses différens cercles, attachée à l'axe d'un Cadran, laquelle ait le même axe, & dont le méridien soit dans le plan du méridien céleste. Si le Soleil répond au tropique du Capricorne de cette Sphere, lequel est le plus éloigné du centre du Cadran, que je suppose dans la partie septentrionale de la terre, & tourné ou directement ou obliquement vers le midi, les rayons qui traverseront le centre de la sphere (il faut la concevoir transparente) passeront par l'autre tropique, & formeront deux cones opposés au sommet dont les bases seront les deux tropiques de la Sphere, & le sommet commun en sera le centre. Si on conçoit ces rayons prolongés jusqu'au plan, ils formeront la courbe qui représentera le tropique du Capricorne du ciel, ou plutôt une partie de ce cercle, sçavoir celle qui est supérieure. Or il n'est pas difficile de concevoir que la courbe formée par les rayons qui viennent de la partie supérieure du tropique du Capricorne du petit globe, & qui passe par la partie inférieure du tropique du Cancer, présente sa convexité à la ligne équinoctiale qui est au-dessous. Il faut dire la même chose de toutes les courbes qui représentent des paralleles qui sont placés entre l'équateur & le pole mêridional. On verra de la même maniere que la courbe qui représente le tropique du Cancer ou quelque autre parallele de la partie septentrionale, tourne sa convexité vers la même ligne équinoctiale. Il paroît par-là que les courbes qui sont entre le centre du Cadran & la ligne équinoctiale présentent leur concavité vers le centre, & que les autres qui sont au-dessous de cette ligne, tournent leur convexité vers le même point.

Fig. 13. 103. Quand on veut tracer les arcs des Signes sur un Cadran, il faut faire attacher à l'axe une plaque percée, en sorte que le centre S du trou soit éxactement au milieu de la grosseur de l'axe. Or cette plaque ne doit pas être à l'extrémité de l'axe, il faudroit pour cela qu'il fût trop court : pour sçavoir donc à quel point doit répondre le centre du trou, ou ce qui revient au même, quelle doit être la longueur de la partie CS de l'axe CX, il faut prendre un point vers le bas de la méridienne par lequel on veut faire passer celui des arcs des Signes qui doit être au-dessous de tous les autres, qui est l'arc du tropique du Cancer. Supposons que ce point est I, il faut imaginer un rayon qui parte du Soleil lorsqu'il répond au tropique du Cancer, on aura le triangle CSI à résoudre pour trouver le côté CS. Or dans ce triangle on connoît 1°. le côté CI dont je suppose qu'on a mesuré la longueur, 2°. L'angle SCI qui est le complément de la hauteur du pole (51), 3°. l'angle CSI qui est de $113^d\ 28'$, comme nous le prouverons (104) : d'où l'on conclura la valeur de l'angle CIS : ainsi il n'y aura qu'à faire la proportion suivante, *Le sinus de* $66^d\ 32'$ *supplément de* $113^d\ 28'$ *est au côté* CI, *comme le sinus de l'angle* CIS *est au côté* CS.

Cela posé, afin de tracer les courbes qui représentent les paralleles, il faut marquer sur les lignes horaires les différens points par lesquels elles doivent passer. Or nous avons déja expliqué (78) la méthode de trouver ces points sur la méridienne, puisque ce sont les mêmes que ceux qui désignent les degrés de l'écliptique par lesquels passent les paralleles que l'on veut représenter.

104. Les points des différentes lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe sont ceux auxquels se termine successivement le rayon du Soleil qui passe par le centre du trou de la plaque attachée à l'axe,

lorſque cet Aſtre parcourt le parallele repréſenté par l'arc. Il s'agit donc de trouver les points des lignes horaires auxquels aboutit ce rayon. Or on trouvera ces points par le moyen du triangle formé 1°. par la partie de l'axe compriſe entre le centre du Cadran & le centre du trou, 2°. par le rayon du Soleil, 3°. par la ligne horaire priſe depuis le centre du Cadran juſqu'au rayon du Soleil. S'il s'agit, par exemple, de la ligne de deux heures, ce triangle ſera CSF, dont les trois côtés ſont CS, SF & CF. Or dans ce triangle on connoît le côté CS, que l'on trouve par l'art. 103. On connoît auſſi l'angle CSF qui eſt droit ſi le Soleil eſt à l'équateur : car chaque point de l'axe du Cadran pouvant être conſideré comme le centre de l'équateur, les rayons du ſoleil qui tombent ſur cet axe, lequel eſt une partie de celui du monde, lui ſont perpendiculaires, parce que ces rayons ſont alors dans le plan de ce cercle. Or ſi l'angle CSF eſt droit quand le ſoleil eſt à l'équateur; lorſque cet aſtre déclinera vers le pole élevé ſur l'horiſon, l'angle CSF ſurpaſſera l'angle droit d'une quantité égale à la déclinaiſon du Soleil : & quand le ſoleil déclinera vers le pole abbaiſſé, l'angle CSF ſera moindre qu'un angle droit d'une quantité égale à la déclinaiſon du Soleil : ainſi on aura l'angle CSF en ajoutant la déclinaiſon du Soleil à 90^{d}, ou en la retranchant ſelon que le ſoleil déclinera vers le pole ſupérieur ou vers le pole inférieur. Enfin on connoîtra l'angle SCF par l'analogie ſuivante, tirée de la Trigonométrie ſphérique, dont le ſecond terme eſt le ſinus du complément d'un arc qui eſt tantôt la différence, tantôt la ſomme de la différence des longitudes & de la diſtance du Soleil au méridien. *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de la différence ou de la ſomme marquée ci-deſſus, comme la tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan eſt à la tangente du complément de l'angle formé par l'axe & la ligne horaire.* Fig. 13.

Fig. 13. 105. On déterminera le 2^d terme de cette analogie par la regle ſuivante : Quand la ligne horaire dont il s'agit eſt du même côté que la ſouſtilaire par rapport à la mérid. on prend la différence des deux quantités marquées ci-deſſus, qui ſont la différence des longitudes & la diſtance du Soleil au méridien à l'heure propoſée : mais lorſque la ligne horaire n'eſt pas du même côté que la ſouſtilaire, il faut prendre la ſomme de ces deux quantités. Or quand le Cadran décline vers l'orient, la ſouſtilaire ſe trouve parmi les lignes horaires du matin, & quand il décline vers l'occident la ſouſtilaire eſt entre les lignes horaires du ſoir.

Voici un éxemple dans lequel on ſuppoſe un Cadran déclinant vers l'occident de 40 degrés ſitué à la latitude de Paris, laquelle eſt de $48^d\ 51'$. La différence des longitudes ſera $48^d\ 6'$, & la hauteur du pole ſur le plan ſera $30^d\ 16'$. S'il s'agit donc de trouver l'angle SCF pour la ligne de deux heures après midi, comme la diſtance du ſoleil au méridien à cette heure eſt 30 deg. & qu'il faut prendre la différence des deux quantités $48^d\ 6'$ & 30^d, on aura $18^d\ 6'$, dont le complément eſt $71^d\ 54'$: c'eſt le ſinus de ce complément qui ſera le ſecond terme de la proportion : ainſi les logarithmes des trois premiers termes ſeront 1000,000, 997796, 1023391, qui feront trouver le quatriéme nombre 1021187, qui eſt le logarithme de la tangente de $58^d\ 27'$, complément de $31^d\ 33'$: ainſi l'angle SCF eſt alors de $31^d\ 33'$.

106. On peut trouver le même angle par la Trigonométrie rectiligne en employant une analogie fondée ſur le triangle CS2 quil faut imaginer, lequel eſt rectangle en S, parce que, comme on ſuppoſe que le côté S2 aboutit à la ligne EBN, qui eſt l'équinoctiale par rapport au point S, ce côté eſt dans la direction d'un rayon qui viendroit de l'équateur, & par conſéquent il eſt perpendiculaire á l'axe. Dans ce triangle,

on peut aisément connoître le rapport des deux côtés Fig. 13.
CS & C2 en supposant la ligne CB de 1000 parties égales, telles qu'elles soient, grandes ou petites. Pour cela il faut considérer 1°. le triangle CSB rectangle en S, dont le côté CB étant pris pour sinus total, & le point C pour centre, le côté CS devient le sinus de l'angle CBS, complément de l'angle SCB, hauteur du pole sur le plan, qui dans notre éxemple est de 30^d 16': ainsi on trouvera dans les Tables que le côté CS est de 864 en retranchant les quatre derniers chifres du nombre 8636889, qui est le sinus de 59^d 44'. Mais il faut plutôt prendre son logarithme qui est 993636. 2°. On éxaminera aussi le triangle CB2 rectangle en B, dans lequel si on regarde CB comme rayon, & le point C comme centre, le côté C2 devient la sécante de l'angle BC2, que l'on trouvera par l'art. 237 du second Livre. Dans notre éxemple il est de 9^d 21', dont la sécante est le nombre 10134646, duquel il faudroit prendre le logarithme : mais comme les logarithmes des sécantes ne se trouvent pas dans les Tables ordinaires, on retranchera les quatre derniers chifres de cette sécante, & on aura le côté C2, qui est le reste $1013\frac{1}{2}$, dont on cherchera le logarithme parmi ceux des nombres naturels pour la résolution de l'analogie suivante tirée du triangle rectangle CS2 : *Le côté* C2 *est au sinus total, comme le côté* CS *est au sinus de l'angle* C2S *dont l'angle cherché* SC2 *est le complément.*

Les logar. des trois premiers termes sont dans notre éxemple 300580, 300000, 993636, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 993056, qui est le sinus artif. de 58^d 27', complément de l'angle 31^d 33'. On prend 300000 pour logarithme du sinus total, parce que l'on n'a supposé ce sinus que de 1000. Si les Tables des logarithmes des nombres naturels, dont on se sert, sont

poussées au-delà de 10000, il vaudroit mieux sup-
Fig. 13. poser le sinus total de 10000, parties dont le logarithme est 400000; & alors il ne faudroit retrancher que les trois derniers chifres du nombre qui exprime la sécante de l'angle BC2. On suppose ici que la sécante est entiere dans les Tables; ce que l'on connoît en voyant s'il y a deux chifres après le point qui est vers la fin de la sécante.

107. Lorsqu'on connoît l'angle SCF que fait l'axe avec chacune des lignes horaires, on trouve aisément le côté CF, qui est la distance depuis le centre du Cadran jusqu'au point de la ligne horaire par où doit passer l'arc de Signe qu'on veut tracer : car dans le triangle CSF on connoît les deux angles en C & en S, & de plus le côté CS que l'on détermine par l'analogie marquée ci-dessus (103): supposons que le côté CS contienne 1000 parties égales de l'échelle, dont on se sert, & qu'on veuille marquer les points des lignes horaires par où doit passer l'arc qui représente le tropique qui est du côté du pole abbaissé sous l'horison : comme la déclinaison du soleil, qu'on suppose à ce tropique est alors du côté de ce pole, l'angle CSF qui est toujours le même pour tous les points d'un même arc sera égal (104) à la différence entre la mesure d'un angle droit & la déclinaison du Soleil, qui est pour lors de 23 deg. 28′ : ainsi cet angle CSF sera de 66 deg. 32′, auquel il faut ajouter SCF, que nous avons trouvé dans notre exemple de 31^{d} 33′, la somme sera de 98^{d} 5′, qu'il faudra ôter de 180^{d}, le reste 81^{d} 55′ sera l'angle CFS : après quoi on fera la proportion suivante pour trouver le côté CF : *Le sinus de l'angle* CFS *est au côté* CS, *comme le sinus de l'angle* CSF *est au côté* CF, que l'on trouvera de 926½ parties égales à celle de CS pour la ligne de deux heures. Voici le calcul par les logarithmes.

300000	logarit. de	1000	Fig. 13.
996251	ſinus artif. de	66^{d} 32′.	
1296251	ſomme		
999566	ſinus artif. de	81^{d} 55′.	
296685	logarith. de	$926\frac{1}{2}$.	

On trouvera par la même méthode qu'en ſuppoſant toujours la même latitude, la même déclinaiſon du Soleil vers le pole abbaiſſé, & la même déclinaiſon du plan, le côté CF ſera de 1906 parties pour la ligne de 9 heures du matin, de 1347 pour celle de 10 heures, de 1046 pour celle de 11 heures, de 963 pour celle de midi, de 936 pour celle d'une heure après midi, de 924 pour celle de 3 heures, de 925 pour celle de 4^{h}, de 931 pour celle de 5^{h}, de 948 pour celle de 6^{h}, & de 1000 pour celle de 7 heures.

Nous n'avons point eu d'égard à l'augmentation que cauſe dans la déclinaiſon ſeptentrionale du Soleil la réfraction qui fait paroître les aſtres plus élevés qu'ils ne ſont, ni à la diminution qu'elle produit dans la déclinaiſon méridionale : l'une & l'autre peuvent être négligées ici ſans erreur ſenſible, ſur-tout la premiere. Toutes les deux ſont d'autant moindres que le pole eſt moins élevé ſur l'horiſon.

108. Le point de la ſouſtilaire par lequel doit paſſer un arc de Signe eſt le plus facile à trouver, parce que l'angle SCF eſt la hauteur du pole ſur le plan. C'eſt ce point qui eſt le ſommet de la courbure des arcs des Signes : car la ſouſtilaire étant la méridienne du plan, & le méridien qui la forme en coupant le plan étant le méridien du plan, le Soleil s'éleve toujours ſur le plan juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé à ce méridien, après quoi il s'abbaiſſe dans la même proportion qu'il s'étoit élevé ; c'eſt pourquoi l'ombre de l'axe augmente après le paſſage par ce méridien de

Fig. 13. la même maniere qu'elle avoit diminué avant. Or si on suppose que l'axe a seulement la longeur marquée par CS, la trace de l'extrémité de cette ombre sera l'arc de Signe qui représente le parallele que le Soleil décrit à ce jour. Il faut juger de la soustilaire des plans verticaux ou inclinés, comme de la méridienne sur les horisontaux.

109. Si le centre du Cadran n'est pas sur le plan à cause de sa trop grande distance de l'horisontale & de l'équinoctiale, on pourra néanmoins trouver les points des lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe. Pour cet effet on se servira d'une horisontale que l'on prendra pour le terme duquel on commencera à compter les distances jusqu'aux points qui déterminent un arc de signe; & alors il faudra chercher par le calcul les parties des lignes horaires comprises entre le centre du Cadran & le point par lequel doit passer l'arc de Signe : on se servira pour cela de la méthode que nous venons d'expliquer. On cherchera aussi les parties des mêmes lignes horaires comprises entre le centre & l'horisontale : enfin on retranchera le nombre de ces secondes parties de celui des premieres, les restes seront les segments des lignes horaires compris entre l'horisontale & les points par lesquels doit passer l'arc d'un Signe.

110. Pour trouver aisément les parties des lignes horaires contenues entre le centre & l'horisontale, il faut regarder la partie CL de la méridienne, comme sinus total qui ait le point C pour centre, auquel cas les parties cherchées des lignes horaires sont les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne. Si donc on tire une ligne horisontale de maniere que la partie Cl de la méridienne ne contienne que 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, les lignes horaires prises jusqu'à l'horisontale contiendront autant de parties que le marqueront les sécantes

des angles que font ces lignes avec la méridienne en retranchant les quatre derniers chifres de ces sécantes. Fig. 13.

111. Pour faire mieux entendre ce que nous venons de dire, nous allons proposer un éxemple. Supposons qu'un plan du midi situé à la latitude de 48^d 51$'$ décline vers l'occident de 70 deg. & qu'on veuille marquer sur la ligne de 2 heures le point par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne. Je cherche d'abord par quel point de la méridienne doit passer l'horisontale, afin que la ligne C*l* ne contienne que 1000 parties. Je suppose que le rayon équinoctial BS soit pris de 1500 parties, on trouvera le côté CS du triangle rectangle CSB de 1461 parties, parce qu'en considérant BS comme rayon dont le centre soit B, le côté CS devient le sinus de CBS, complément de la hauteur du pole SCB, laquelle étant ici de 13 deg. l'angle CBS est de 77 deg. dont le sinus est de 9743701, duquel ôtant les 4 derniers chifres il reste 974, à quoi il faut ajouter la moitié 487, à cause que le rayon BS contient 1000 plus 500, qui est la moitié de 1000. Connoissant CS, on trouvera CL par le triangle CLS, qui est rectangle en L, parce que le côté SL étant dans le plan horisontal qui passe par le point S, il faut qu'il soit perpendiculaire à la méridienne CM. Dans ce triangle CLS on connoît donc l'angle droit L, le côté CS & de plus l'angle SCL, qui est le complément de la hauteur du pole sur l'horison (51): ainsi on dira: *Le sinus total est côté* CS, *comme le sinus de l'angle* CSL *qui est égal à la hauteur du pole, est au côté opposé* CL, que l'on trouvera de 1100: par conséquent si on retranche 100 parties de CL depuis le point L, le reste C*l* sera de 1000 parties: ainsi il faut mener par le point *l* une horisontale *hr*.

112. Ayant le point E de la ligne de deux heures par lequel passe la ligne horisontale *hr*, je cher-

Fig. 13. che ensuite la partie CF de cette ligne horaire, que je trouve de 1346 parties égales à celles de CS ou de BS par la méthode de l'art. 107. Après cela je cherche aussi le segment CE, qui est la sécante de l'angle EC*l* formé par la ligne de 2 heures avec la méridienne que je trouve de 26^{d} $51'$ par l'art. 240 du second Livre: CE est, dis-je, la sécante de l'angle EC*l* en prenant C*l* pour rayon, & le point C pour centre. Cette sécante est 11208350, dont ôtant les quatre derniers chifres, il reste 1121 pour la ligne CE. Après cela je retranche CE de CF, c'est-à-dire, 1121 de 1346, le reste 225 est EF: je connoîtrai donc le point F de la ligne de 2 heures par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne ♑ F ♑.

113. On peut aussi se servir d'une équinoctiale pour le terme dont on commence à compter les distances jusqu'aux arcs des Signes. Pour cet effet on cherchera d'abord la grandeur de CB, puis on prendra un segment C*b* qui ne contienne que 1000 parties, ou du moins un autre nombre qui soit composé des aliquotes de 1000, comme 1200 ou 1500: ensuite on tirera par le point *b* l'équinoctiale *ebn* que l'on prendra pour terme des distances jusqu'aux arcs, & pour lors en considérant C*b* comme rayon les segmens des lignes horaires depuis le centre C jusqu'à l'équinoctiale *ebn* seront les sécantes des angles que font ces lignes horaires avec la soustilaire, que l'on cherchera par l'art. 237 du second Livre. Ainsi on trouvera ces segmens des lignes horaires: on les comparera avec les lignes CF en faisant la soustraction, & les restes seront les distances cherchées.

114. Les arcs diurnes, c'est-à-dire, les lignes que la lumiere du Soleil parcourt les jours qu'il se leve à certaines heures, comme à 4, à 5, à 6 heures, &c. se tracent par la même méthode que les arcs des Signes: c'est pourquoi il ne nous reste plus qu'à montrer comment

ment on trouve la déclinaiſon du ſoleil quand il ſe leve à une heure marquée, par éxemple, à 4 heures ſur un lieu dont la latitude eſt connue. Il s'agit ici du lever apparent qui précede le lever véritable, d'autant plus que le Soleil eſt plus près des tropiques, & que la latitude du lieu eſt plus grande. L'intervalle entre l'un & l'autre lever eſt de plus de 4 minutes à la latitude de Paris vers les ſolſtices. Il faut donc avoir égard ici à la réfraction, qui eſt la cauſe de la difference entre les deux levers.

115. C'eſt par la Trigonométrie ſphérique qu'on trouve le lever apparent du Soleil: nous en allons expliquer la méthode. Soit le méridien HZPR, qui paſſe par le zenith Z & par le pole P: ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT, le Soleil S dans le tems qu'il paroît ſe lever, quoiqu'il ſoit encore réellement au-deſſous de l'horiſon. Il faut concevoir l'arc ZS du vertical qui paſſe par le Soleil, & l'arc PS du cercle horaire ou du cercle de déclinaiſon auquel le Soleil ſe trouve: on aura le triangle ſphérique ZPS dont on connoît trois choſes, ſçavoir 1°. l'arc PZ qui eſt le complément de la latitude AZ, 2°. l'arc ZS qui comprend le quart de cercle ZO, plus le petit arc OS qui meſure la quantité dont le Soleil eſt au-deſſous de l'horiſon: cet arc OS eſt de $32' 20''$. On peut négliger les ſecondes, & alors l'arc ZS eſt de $90^d 32'$. Enfin l'angle horaire ZPS eſt connu, parce qu'il contient autant de fois 15 deg. qu'il y a d'heures entre le moment du lever apparent du Soleil & midi. Il s'agit de trouver PS qui eſt le compl. de la déclinaiſon SD quand le Soleil eſt du côté du pole élevé: mais lorſqu'il eſt du côté du pole abbaiſſé ſous l'horiſon, la déclinaiſon eſt l'excès de PS ſur 90 degrés. Pour cet effet, il faut de l'angle PZS oppoſé au côté cherché PS prolongé, s'il eſt néceſſaire, il faut, dis-je, tirer l'arc perpendiculaire ZX d'un grand cercle: ſi l'angle horaire ZPS eſt aigu, Fig. 14.

Fig. 14. l'arc ZX tombera du côté de cet angle : mais si l'angle ZPS est obtus, l'arc ZX tombera du côté opposé à cet angle, c'est-à-dire, du côté du Supplément de ZPS. Dans l'un & dans l'autre cas il faudra faire l'analogie suivante pour trouver le segment PX qui est un côté du triangle rectangle ZXP, dont PZ est l'hypotenuse, *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle* ZPX, *comme la tangente de l'hypotenuse* PZ *est à la tangente du segment* PX. Ce segment est de même espece que l'hypotenuse PZ; & par conséquent il contient toujours moins de 90 degrés.

116. Quand on aura trouvé ce segment PX, il faudra chercher l'autre segment SX par cette seconde analogie, *Le sinus du complément de* ZP *est au sinus du complément de* ZS, *comme le sinus du complément de* PX *est au sinus du complément de* SX. Ce côté SX est toujours plus grand que 90^{d} (Liv. 4 de la Sph. art. 27 & 28), parce que l'hypoten. ZS est plus grande & le côté ZX plus petit qu'un quart de cercle. Si l'angle ZPS est aigu, on ajoutera PX à SX, la somme sera PS, de laquelle on retranchera 90 degrés, le reste sera la déclinaison du Soleil vers le pole abbaissé: mais si l'angle ZPS est obtus, on retranchera PX de SX, le reste sera PS, qu'il faudra ôter de 90 deg. & le nouveau reste sera la déclinaison du Soleil vers le pole élevé.

Il pourroit arriver que l'angle ZPS étant obtus, le reste PS fut un peu plus grand que 90^{d}, pour lors il faudroit ôter 90^{d} de PS, le petit reste seroit la déclinaison du Soleil vers le pole abbaissé.

117. Pour sçavoir, par éxemple, quelle doit être la déclinaison du soleil quand il se leve à 4 heures à la latitude de $48^{d}\ 51'$, on remarquera d'abord que l'angle ZPS dans ce cas est de 120 degrés & que par conséquent l'arc perpendiculaire ZX tombe du côté de l'angle aigu, qui est le supplément de 120 degrés. Or le complément de cet angle aigu est 30^{d}, & l'hytenuse PZ est de $41^{d}\ 9'$, complément de la latitude 48^{d}

51'. Ainsi les trois premiers termes de la premiere analogie seront le sinus total, le sinus de 30^{d}, & la tangente de 41^{d} 9', dont les logar. sont 1000000, 969897 & 994146. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, il reste 964043, qui est la tangente artificielle de 23^{d} 36': c'est la valeur de PX. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront le sinus de 48^{d} 51', complément de ZP, le sinus de 32' 20" complément de ZS, & celui de 66^{d} 24' complément de PX. Or les logarithmes de ces sinus sont 987679, 797337, 996207, qui feront trouver le quatriéme logarithme 805865, qui est le cosinus artificiel de 89^{d} 20' 40": mais il faut prendre le supplément 90^{d} 39' 20" pour le segment SX, parce que ce segment est plus grand que 90^{d}. On retranchera ensuite PX de SX, on aura le reste 67^{d} 3' 20", qu'il faudra ôter de 90^{d}, le nouveau reste sera 22^{d} 56' 40": c'est la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 4 heures. Fig. 14.

118. On se servira des mêmes analogies afin de trouver la déclinaison qu'il devroit avoir pour se lever à 8 heures; mais il faudra alors ajouter PX=23^{d} 36' à SX=90^{d} 39' 20", la somme sera PS=114^{d} 15' 20", & retrancher 90^{d} de cette somme, le reste 24^{d} 15' 20" est la déclinaison que le Soleil devroit avoir afin qu'il se levât à 8 heures: ce qui fait connoître qu'il ne peut jamais se lever si tard à la latitude de 48^{d} 51'.

119. Si on veut trouver la déclinaison du Soleil lorsqu'il se leve à 6^{h}, il faut faire attention que le triangle ZPS est alors rectangle en P, & que l'arc vertical ZS en est l'hypotenuse: c'est pourquoi on trouvera PS par la seule analogie suivante, *Le cosinus de PZ est au sinus total, comme le cosinus de l'hypotenuse ZS est au cosinus de PS*. Ce côté PS est toujours plus grand que 90 degrés, parce que l'hypotenuse ZS du triangle rectangle ZPS étant plus grande & le côté PZ plus

Fig. 14. petit qu'un quart de cercle, il faut que l'autre côté PS soit plus grand que 90^d (Liv. 4 de la Sph. art. 28). En supposant la même latitude de 48^d 51$'$ les trois premiers termes de cette analogie sont le sinus de 48^d 51$'$, complém. de PZ, le sinus total & le sinus de 32$'$ 20$''$, compl. de ZS. Or les logar. de ces trois termes sont 987679, 1000000, 797337, qui feront trouver le 4me nombre 809658 cosinus artificiel de 89^d 17$'$, dont il faut prendre le supplément 90^d 43$'$ pour la valeur du côté PS, parce que ce côté doit être plus grand que 90 deg. Par conséquent la déclinaison du Soleil lorsqu'il se leve à 6 heures est 43$'$, c'est-à-dire, l'excès de 90^d 43$'$ sur un quart de cercle: cette déclinaison est du côté du pole abbaissé. L'analogie marquée ci-dessus est la même que la suivante. *Le sinus de la hauteur du pole est au sinus total, comme le sinus du complément de l'arc vertical compris entre le zenith & le lieu apparent du Soleil, est au sinus de la déclinaison du Soleil.*

120. S'il n'y avoit point de réfraction, le soleil se leveroit à six heures lorsqu'il décrit l'équateur, c'est-à-dire, quand il n'a point de déclinaison, parce que ce cercle étant coupé en deux parties égales par l'horison, ce seroit alors que le jour seroit égal à la nuit. Si on veut trouver quelle seroit sa déclinaison lorsqu'il se leveroit à quelque autre heure, par exemple
Fig. 15. à 4 heures, en supposant qu'il n'y a point de réfraction, on pourra le trouver par le triangle CDS rectangle en D, dont le côté CD est l'arc de l'équateur, qui mesure l'angle horaire CPS entre le cercle PC de 6^h & le cercle PSD de 4^h, & l'angle SCD=ACH est l'élévation de l'équateur AT sur l'horison HR. On cherche le côté DS qui est la déclinaison du soleil quand il se leve au point S: on le trouvera par cette analogie, *Le sinus total est au sinus de l'arc* CD *mesure de l'angle horaire* CPD, *comme la tangente de l'élévation* SCD *de l'équateur est à la tangente de l'arc* SD, qui est

la déclinaiſon cherchée. En ſuppoſant toujours la latitude de $48^d\ 51'$, on trouvera qu'afin que le Soleil ſe levât à 4^h, il faudroit que ſa déclinaiſon fût de $23^d\ 36'$. Les termes de cette analogie ſont les mêmes que les termes de celle qui eſt à l'art. 115.

De l'Anneau astronomique.

De tous les Inſtruments portatifs dont on ſe ſert pour connoître l'heure au Soleil, l'Anneau aſtronomique eſt le plus commode, le plus éxact, & en même tems très-ſimple. Nous allons en donner la deſcription, après quoi nous en expoſerons l'uſage & la démonſtration. Fig. 16.

121. L'Anneau aſtronomique eſt compoſé de deux cercles concentriques de cuivre, ou d'argent, ou de quelque autre métail, dont l'intérieur ABCD eſt attaché à l'extérieur SAMC par deux pivots A & C autour deſquels il tourne afin qu'ils puiſſe être diſpoſé dans une ſituation perpendiculaire au cercle extérieur : ces deux pivots paſſent par des points diamétralement oppoſés de l'un & de l'autre cercle. Ces deux cercles étant dans la ſituation convenable, l'extérieur repréſente le méridien, & l'autre l'équateur. Leur grandeur n'eſt point déterminée, l'extérieur peut avoir depuis deux pouces de diametre juſqu'à ſix, & même davantage.

122. On diviſe en 24 parties égales la ſurface qui eſt ſur l'épaiſſeur du cercle intérieur, & qui eſt endedans de ce cercle, & on marque ſur une des moitiés aux points de diviſions toutes les heures depuis une juſqu'à douze : on fait de même ſur l'autre moitié. De plus on partage également la largeur de cette ſurface par une circonférence que l'on y grave, & que nous appellerons dans la ſuite la *circonférence équinoctiale*.

123. Pour ce qui eſt du cercle extérieur, 1°. on y marque les degrés de latitude, en commençant par

les deux pivots A & C qui sont aux points d'intersection des deux cercles : la latitude septentrionale est marquée sur un quart de ce cercle, & la méridionale sur le quart de cercle opposé. 2°. On attache au méridien un pendant qui est mobile, afin qu'on le puisse faire glisser sur le degré de latitude du lieu dans lequel on se trouve, quand on veut connoître l'heure avec cet Instrument : par éxemple, si on veut connoître l'heure à Paris, il faut mettre le milieu du pendant à peu-près au 49me degré de latitude : & le pendant étant dans cette situation répond au zenith du lieu.

124. Il y a au-dedans du méridien une regle SM attachée par les deux extrémités, de maniere qu'elle puisse tourner sur ces extrémités comme sur deux pivots qui sont éloignés d'un quart de cercle des deux pivots A & C du cercle intérieur. On a fait une fente au milieu & selon la longueur de cette regle dans laquelle on a mis une petite piéce percée par le milieu : cette piéce est mobile afin qu'elle puisse glisser le long de la fente. On l'appelle pour cette raison *Curseur*. La regle étant ainsi disposée, la fente ou plutôt la ligne que l'on conçoit traverser la regle par le milieu, selon la longueur, représente l'axe de l'équateur & du monde, dont les deux poles sont S & M.

125. On a marqué d'un côté de cette regle les deg. des Signes de dix en dix, ou même de cinq en cinq. Or voici comment on les a marqués. Les commencemens d'*Aries* & de *Libra* répondent à une ligne gravée sur le milieu de la regle considérée selon la longueur : cette ligne est par conséquent dans le plan du cercle intérieur, qui est l'équateur. Cela posé, il faut concevoir que d'un point comme A de la circonférence équinoctiale on tire une perpendiculaire AP à cette ligne, & que du même point il y a d'autres lignes tirées dans le plan du méridien qui fassent avec la perpendiculaire des angles égaux à la déclinaison des diffé-

rens points de l'écliptique que l'on veut marquer sur la regle : par éxemple, si on veut représenter les degrés de dix en dix, on concevra une ligne tirée du point A, qui fasse avec la perpendiculaire AP un angle égal à la déclinaison du point d'*Aries*, qui est à la fin du dixiéme degré, & de celui qui termine le vingtiéme degré de *Virgo*; ensuite une autre ligne qui fasse avec la perpendiculaire un angle égal à la déclinaison du point qui termine le vingtiéme degré d'*Aries* & de celui qui termine le dixiéme degré de *Virgo*; ainsi de suite jusqu'à la fin du trentiéme degré de *Gemini*, ou le commencement du *Cancer*. Il en faut tirer de même de l'autre côté de la perpendiculaire pour les six autres Signes du zodiaque.

126. Il n'est pas difficile de trouver les points de la regle auxquels doivent aboutir toutes ces lignes : car comme on sçait la déclinaison de tous les degrés de l'écliptique ; on connoîtra par conséquent l'angle que fait chaque ligne avec la perpendiculaire : ainsi on sçaura aussi combien de parties contient la tangente de cet angle. Or si on prend la perpendiculaire pour rayon, cette tangente est la distance de l'extrémité P de la perpendiculaire jusqu'au point où aboutit la ligne qui est l'autre côté de l'angle, laquelle distance se prend, comme on voit, sur la regle. Ainsi en connoissant le nombre des parties de la perpendiculaire, on trouvera quelle doit être cette distance.

127. Supposons que le rayon ou la perpendiculaire qui aboutit au point P est de 450 parties égales à celles d'une echelle : s'il s'agit de trouver sur la regle la distance de ce point P à celui où l'on doit marquer la fin d'*Aries* & le commencement de *Virgo* d'un côté, ou la fin de *Libra* & le commencement de *Pisces* de l'autre côté de la perpendiculaire ; la déclinaison de ces points de l'écliptique étant de $11^d\ 29'$, comme l paroît par la Table page 297, la tangente sera de

Fig. 14. 203 en prenant le rayon de 1000 parties : on fera donc la proportion, 1000. 203 : : 450. X, dont le quatriéme terme eſt environ 91. Ainſi il faut que le point dont on cherche la diſtance au point P en ſoit éloigné de 91 parties égales à celles de l'échelle. Après avoir marqué ſur un côté de la regle les diviſions qui déſignent les degrés de l'écliptique, on marque de l'autre les jours des mois auxquels le Soleil répond à ces degrés.

Ce que nous venons de dire de la conſtruction de l'Anneau aſtronomique ſuffit pour entendre l'uſage qu'on en fait.

128. Voici comment on trouve l'heure qu'il eſt avec cet Inſtrument. 1°. On fait gliſſer le pendant attaché au cercle extérieur juſqu'à ce que le milieu réponde à la latitude ou à la hauteur du pole du lieu où l'on eſt. 2°. On met le curſeur à peu-près ſur le degré du Signe auquel répond pour lors le Soleil, ſoit qu'on regarde le côté de la regle où les Signes ſont marqués, ſoit qu'on regarde celui où ſont écrits les noms des mois, ou au moins les lettres initiales de ces mois. 3°. On diſpoſe le cercle intérieur de façon qu'il ſoit perpendiculaire à l'autre qui doit repréſenter le méridien. 4°. On met un doigt dans l'anneau attaché au pendant pour ſoutenir l'Inſtrument en l'air, & on dirige vers le Soleil une des faces de la regle qui contient le curſeur. 5°. Enfin on tourne le méridien ſuſpendu librement par l'anneau que l'on tient, on tourne, dis-je, ce cercle de façon que le rayon de lumiere tombe préciſément ſur la circonférence équinoctiale : le point où tombera le rayon déſignera l'heure.

129. Pour entendre la raiſon de l'uſage de cet Inſtrument, il faut ſuppoſer d'abord que le Soleil eſt à l'équateur céleſte, & que le petit trou du curſeur eſt au milieu de la regle dans le plan & au centre du

cercle intérieur. Si l'épaisseur de ce cercle n'interceptoit pas la lumiere du Soleil, le rayon qui passeroit par le trou du curseur tombant sur la circonférence équinoctiale montreroit l'heure, puisque le rayon du Soleil étant pour lors dans le plan du cercle intérieur, ce cercle seroit parallele à l'équateur céleste; & par conséquent le cercle intérieur joint avec le curseur, dont le trou est au centre, seroit une espece de Cadran équinoctial. Si on conçoit à présent que le soleil décline vers un des poles, & que le curseur & tout l'instrument demeure dans la même situation, alors le rayon ne tombera plus sur la circonférence équinoctiale : il s'en écartera en faisant avec le plan du cercle intérieur un angle égal à la déclinaison du Soleil: mais si on éloigne du centre le curseur d'une quantité égale à la déclinaison du Soleil, il est évident que le rayon du Soleil tombera encore sur la circonférence équinoctiale, & y marquera l'heure.

130. On voit par ce que nous venons de dire qu'à chacun des équinoxes, il y a deux ou trois jours pendant lesquels on ne peut trouver l'heure avec cet Instrument, parce que l'épaisseur du cercle intérieur empêche le rayon du Soleil de parvenir jusqu'au trou du curseur. Par la même raison le cercle extérieur qui sert de méridien empêche tous les jours que l'on ne puisse voir l'heure vers midi.

Explication des Tables suivantes.

Nous avons jugé à propos d'ajouter des Tables, non-seulement pour épargner la peine du calcul dans les cas qui y sont contenus, mais aussi pour rassurer les Commençans dans les calculs qu'ils auront faits pour d'autres cas: car il leur arrive souvent d'être dans le doute lors même que leurs opérations sont bien faites. Or ils pourront se servir de ces Tables pour

connoître s'ils ont bien calculé, en comparant le réſultat de leurs calculs avec les Tables, pourvû qu'elles contiennent les cas qui approchent de ceux que leurs opérations ſuppoſent. Nous donnerons cinq ſortes de Tables; les premieres montreront les déclinaiſons du Soleil pour tous les jours de l'année; il y en aura une pour les angles que fait le vertical du Soleil avec le méridien. Les trois ſuivantes contiendront l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, la hauteur du pole ſur le plan, & la différence des longitudes ou des méridiens. Mais il faut auparavant en donner l'explication.

Des Tables de la déclinaiſon du Soleil.

131. Nous avons ſuppoſé dans pluſieurs Problêmes qu'on connoît la déclinaiſon du Soleil pour toutes les heures du jour. On donne dans l'Aſtronomie la méthode de trouver cette déclinaiſon : mais comme elle ſuppoſe qu'on ſçait le lieu du Soleil ſur l'écliptique, & qu'on ne peut trouver ce lieu que par des calculs qui dépendent d'une connoiſſance aſſez profonde de l'Aſtronomie, nous allons donner quatre Tables qui pourront ſervir pendant 20 ou 30 ans à connoître aiſément ſans erreur ſenſible la déclinaiſon du Soleil à toutes les heures. Elles ſont priſes de la *Connoiſſance des Tems*, imprimées tous les ans par ordre de l'Académie. Ces quatre Tables ſont pour quatre années, ſçavoir, la premiere Table pour la premiere année après une biſſextile; la ſeconde Table pour la ſeconde année après la biſſextile; la troiſiéme pour la troiſiéme année; enfin la 4me pour l'année biſſextile. Ces quatre Tables ont été calculées en ſuppoſant l'inclinaiſon de l'écliptique avec l'équateur de $23^d\,28'\,20''$, telle à peu-près qu'on l'a trouvée par des obſervations nouvelles & certaines. La premiere de ces Tables eſt priſe de la *Connoiſſance des Tems* 1741, la ſeconde eſt priſe de

1742, la troisiéme de 1739, enfin la quatriéme de 1740. Elles marquent toutes les déclinaisons du Soleil quand il est midi à Paris.

132. Pour connoître par le moyen de ces Tables la déclinaison du Soleil pour un jour de l'année, il faut considérer si cette année est bissextile; & si elle ne l'est pas, il faut voir la quantiéme elle est, c'est-à-dire, ou la premiere, ou la seconde, ou la 3me après la derniere bissextile. Tout cela est facile à trouver, parce que l'année bissextile arrive de 4 ans en 4 ans, par exemple, en 1744, 48, 52, 56, 60, 64, &c. ainsi si je veux sçavoir la déclinaison du Soleil pour le premier Avril 1745, lorsqu'il sera midi à Paris; je fais attention que cette année est la premiere après la bissextile: c'est pourquoi je cherche cette déclinaison dans la premiere Table au premier d'Avril, & je trouve que c'est $4^d + 41'$. De même si je veux sçavoir la déclinaison du Soleil le 15 Juillet 1752 quand il sera midi à Paris, je remarque que cette année est bissextile, & qu'il faut par conséquent chercher cette déclinaison à la quatriéme Table au 15 de Juillet: je trouve que c'est $21^d - 29'$.

Le signe + qui se trouve dans $4^d + 41'$, est pour faire connoître que cette déclinaison, telle qu'elle est marquée, est plus grande que la véritable d'environ $15''$ ou davantage jusqu'à $30''$: & le signe — veut dire que la déclinaison marquée dans la Table est moindre que la véritable d'environ $15''$, ou même davantage jusqu'à $30''$.

133. Si on veut connoître la déclinaison pour une autre heure que midi, il faut prendre une partie proportionnelle de la différence qui se trouve entre les déclinaisons du midi qui précede, & du midi qui suit immédiatement cette heure, proportionnelle, dis-je, au tems qui s'est écoulé depuis le midi précédent, & ajouter cette partie à la déclinaison telle qu'elle

étoit pour lors, quand la déclinaiſon va en augmentant; ou retrancher cette partie quand la déclinaiſon diminue, la ſomme ou la différence ſera la déclinaiſ. du Soleil à l'heure propoſée. Si je veux connoître la décl. du Soleil à huit heures du matin au méridien de Paris le 15 Juillet 1752, je cherche la différence des deux déclinaiſons du 14 & du 15 marquées dans la quatriéme Table entre leſquelles ſe trouve la déclinaiſon de l'heure propoſée; je trouve que c'eſt environ 9′ 30″ à cauſe des ſignes + & —. Or la partie proportionnelle de 9′ 30″, qui répond à 20^h qui ſe trouvent depuis le midi précédent juſqu'à 8^h du matin eſt à peu-près 8′ : je retranche donc 8′ de 21^d+39′ marqués pour le 14, parce que la déclinaiſon va en diminuant, le reſte 21^d+31′ eſt la déclinaiſon du 15 Juillet à 8 heures du matin au méridien de Paris.

134. Pour trouver la partie proportionnelle de la différence des déclinaiſons, on peut faire l'analogie ſuivante: *24 heures ſont au nombre des heures écoulées depuis le midi précédent, comme la différence des déclinaiſons des deux midis eſt à la partie cherchée de cette différence.* Dans notre éxemple cette proportion ſe réduit à ces termes, 24^h . 20^h : : 9′ 30″ (570″). *x*.

135. Quoique ces Tables ne ſoient faites que pour le méridien de Paris, néanmoins on peut les regarder comme faites pour le méridien de toutes les villes de France à cauſe que la différence des méridiens n'eſt pas aſſez conſidérable pour cauſer une erreur ſenſible dans la déclinaiſon du Soleil. On pourroit auſſi ſe ſervir des mêmes Tables pour les autres lieux de la terre, quoique fort éloignés de Paris en longitude, pourvû qu'on eût égard à la différence des méridiens.

De la Table de l'angle du vertical du Soleil avec le méridien.

136. Pour trouver la déclinaiſon d'un plan par la méthode du IVme Problême art. 103, qui eſt la plus

commode entre celles qui ſont générales, il faut chercher deux angles, celui du vertical du Soleil avec le plan, & celui du même vertical avec le méridien. Ces deux angles étant connus, on retranche l'un de l'autre, ou bien on les ajoute enſemble, la différence ou la ſomme eſt la déclinaiſon du plan. Or de ces deux angles, c'eſt celui du vertical du Soleil avec le méridien qui eſt le plus difficile à trouver. La Table que nous donnons pourra ſervir à cet effet depuis le 48me degré de latitude juſqu'au 50me, & depuis 15d 20′ de la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé juſqu'au tropique voiſin, pourvû qu'on ait trouvé la hauteur du Soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre. Chaque page de cette Table contient ſept colomnes, dont la premiere eſt compoſée des hauteurs du Soleil de 20′ en 20′ depuis 38d 20′ juſqu'au 49me degré, & les ſix autres contiennent les angles correſpondans du vertical du Soleil avec le méridien, ſelon les différentes déclinaiſons du Soleil qui ſont marquées au-deſſus des ſix colomnes de 20′ en 20′. Ces angles ſont ceux qui regardent l'équateur, & non pas leurs ſup. qui ſont tournés vers le pole élevé. Si on veut donc connoître l'angle du vertical du Soleil avec le méridien lorſque le Soleil eſt au 43me deg. de hauteur ſur l'horiſon d'un lieu qui a 48d de latitude, & qu'il décline de 16d 20′ vers le pole élevé, on cherchera ſous le 48me degré cet angle vis-à-vis du 43me deg. de hauteur dans la colomne au haut de laquelle il y a 16d 20′, & on trouvera 62d 33′, c'eſt l'angle cherché qui regarde l'équateur.

137. Dans la derniere page de cette Table on a marqué les degrés de déclinaiſon du Soleil de 14′ en 14′ pour plus grande préciſion, parce que le Soleil eſt alors plus long-tems à changer d'une minute de déclinaiſon; car il a ſenſiblement la même déclinaiſon pluſieurs jours de ſuite aux ſolſtices, & dans les tems qui en approchent il ne change que d'environ une ou deux

minutes par jour, au lieu que vers les équinoxes il change environ de 24′ de déclinaiſon par jour.

138. On peut ſe ſervir de la même Table pour trouver l'angle du vertical du Soleil avec le méridien pour les degrés intermédiaires, ſoit de la latitude, ſoit de la hauteur du Soleil, ſoit de ſa déclinaiſon: par éxemple, la latitude d'un lieu étant de 49ᵈ & la hauteur du Soleil étant de 45ᵈ, ſi on veut trouver l'angle du vertical du Soleil avec le méridien quand ſa déclinaiſon eſt de 20ᵈ 10′, on prendra la différence entre les deux angles qui répondent à 45ᵈ de hauteur, dont l'un eſt ſous 20ᵈ & l'autre ſous 20ᵈ 20′ de déclinaiſon, ce ſont 65ᵈ 36′ & 66ᵈ 20′, qui different de 44′, dont il faut prendre la moitié 22′, parce que 10′ ſont la moitié de la différence entre 20ᵈ & 20ᵈ20′. Par conſéquent en ajoutant cette moitié à 65ᵈ 36′, la ſomme 65ᵈ 58′ eſt l'angle cherché. On pourroit ſe ſervir pour trouver cet angle d'une proportion ſemblable à celle dont nous avons parlé dans l'explication des Tables de la déclinaiſon du Soleil.

Cette Table a été calculée par la méthode de l'art. 106 du ſecond Livre. M. de Targe Maître de Mathématiques, qui les enſeigne avec ſuccès, a bien voulu s'en donner la peine. Il a auſſi fait la Table de la différence des longitudes qui eſt à la fin.

139. Afin qu'on ſçache à peu-près le tems auquel il faut marquer les points d'ombre pour qu'on puiſſe faire uſage de cette Table, nous allons indiquer les heures pour les cas extrêmes qu'elle contient, & on pourra juger par-là à peu-près des heures qui conviennent aux autres cas.

Latitude 48ᵈ, Déclinaiſon du Soleil 15ᵈ 20′.

Haut. du Sol. 38ᵈ 20′ à 8ʰ 44ᵐ avant midi, & à 3ʰ 16ᵐ apr. midi.
49ᵈ : à 10ʰ avant midi, & à 2ʰ apr. midi.

C'eſt-à-dire, que la latitude étant de 48ᵈ, & la déclinaiſon du ſoleil de 15ᵈ 20′, le ſoleil eſt élevé de 38ᵈ 20′

ſur l'horiſon à 8^h 44^m du matin & à 3^h 16^m après midi: & il eſt élevé de 49^d à 10^h du matin & à 2^h après midi.

Le Soleil eſt donc 1^h 16^m à parvenir d'une hauteur à l'autre, ſoit avant ſoit après midi.

Latitude 48^d, *Déclinaiſon du Soleil* 23^d $28'$.

Haut. du Sol. 38^d $20'$: à 8^h 8^m avant midi, & à 3^h 52^m apr. midi.
49^d: à 9^h 13^m avant midi, & à 2^h 47^m apr. midi.

Le Soleil eſt donc 1^h 5^m à parvenir d'une hauteur à l'autre, ſoit avant, ſoit après midi.

Latitude 50^d, *Déclinaiſon du Soleil* 15^d $20'$.

Haut. du Sol. 38^d $20'$: à 8^h 49^m avant midi, & à 3^h 11^m apr. midi.
49^d: à 10^h 12^m avant midi, & à 1^h 48^m apr. midi.

Le Soleil eſt donc 1^h 23^m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi.

Latitude 50^d, *Déclinaiſon du Soleil* 23^d $28'$.

Haut. du Sol. 38^d $20'$: à 8^h 9^m avant midi, & à 3^h 51^m apr. midi.
49^d: à 9^h 19^m avant midi, & à 2^h 41^m apr. midi.

Le Soleil eſt donc 1^h 10^m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi. Ces calculs ont été faits par la méthode des art. 117 & ſuivans du ſecond Livre.

Des Tables qui contiennent les trois angles fondamentaux des Cadrans.

140. Les trois dernieres Tables ſervent à connoître les trois angles qu'on peut appeller fondamentaux pour la conſtruction des Cadrans, ſçavoir l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, celui de l'axe avec la ſouſtilaire, on l'appelle la hauteur du pole ſur le plan, & enfin la différence des longitudes ou des méridiens. Elles s'étendent toutes les trois depuis le premier degré de la déclinaiſon du plan juſqu'au 64me. Les deux premieres ne contiennent chacune que trois pages : mais la derniere en contient ſept, parce que les angles

de la différence des longitudes étant plus différens entr'eux que ceux des deux premieres Tables, il étoit à propos de diviser les 64 degrés de déclinaison en parties plus petites. Par la raison opposée on trouvera dans chacune de ces trois Tables une page, soit la premiere soit la derniere, dans laquelle les degrés de déclinaison seront moins divisés que dans les autres, parce que les angles qui répondent à ces degrés de déclinaison sont moins différens entr'eux que ceux qui répondent aux degrés de déclinaison qui sont dans les autres pages. Dans chaque page de ces Tables il y a sept colomnes, dont la premiere, ou celle qui est à gauche, contient les degrés de déclinaison du plan, & les six autres renferment les angles propres à chaque Table pour plusieurs degrés de latitude; ce sont le 45me, le 46me, le 47me, le 48me, le 49me & le cinquantiéme, comme on les voit marqués au haut des six colomnes. Ainsi ces Tables pourront être d'usage presque pour toute la latitude que renferme la France. On pourra se servir de ces Tables pour trouver les angles intermédiaires, soit de la déclinaison du plan, soit de la latitude, comme nous l'avons dit touchant les autres Tables. Pour calculer ces Tables on a employé les analogies renfermées dans le Xme, le XIme & le XIIme Problême du second Livre.

TABLES DE GNOMONIQUE.

TABLE I. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 1res ann. après les Biſſextiles, comme 1745, 1749, 1753, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclinaiſ. méridion. D.	M.	*Février.* Déclinaiſ. méridion. D.	M.	*Mars.* Déclinaiſ. méridion. D.	M.	*Avril.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D.	M.	*Mai.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D.	M.	*Juin.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D.	M.
1	23	+ 0	16	59	7	26	4	+ 41	15	— 10	22	+ 7
2	22	54	16	42	7	3	5	+ 4	15	— 28	22	— 14
3	22	— 48	16	24	6	— 40	5	+ 27	15	46	22	22
4	22	42	16	6	6	17	5	— 49	16	— 3	22	29
5	22	35	15	48	5	54	6	— 12	16	+ 21	22	36
6	22	28	15	+ 30	5	31	6	35	16	— 37	22	42
7	22	— 20	15	11	5	+ 8	6	— 57	16	54	22	48
8	22	— 12	14	52	4	44	7	20	17	— 10	22	+ 54
9	22	4	14	+ 33	4	+ 21	7	42	17	+ 27	22	+ 59
10	21	55	14	13	3	57	8	— 4	17	— 42	23	— 3
11	21	— 45	13	— 53	3	+ 24	8	— 26	17	+ 58	23	+ 8
12	21	+ 36	13	— 33	3	10	8	— 48	18	13	23	+ 12
13	21	— 25	13	13	2	+ 47	9	10	18	28	23	15
14	21	+ 15	12	53	2	23	9	+ 32	18	— 42	23	18
15	21	+ 4	12	32	1	59	9	53	18	+ 57	23	21
16	20	52	12	— 11	1	+ 36	10	— 14	19	+ 11	23	23
17	20	— 43	11	— 50	1	12	10	— 35	19	24	23	25
18	20	28	11	— 29	0	48	10	— 56	19	— 37	23	— 26
19	20	+ 16	11	8	0	+ 25	11	17	19	— 50	23	— 27
20	20	+ 3	10	— 46	0	— 0	11	38	20	3	23	28
					ſeptentrio.							
21	19	49	10	+ 25	0	23	11	58	20	15	23	— 28
22	19	— 35	10	3	0	+ 47	12	— 18	20	27	23	28
23	19	— 21	9	41	1	10	12	— 38	20	+ 39	23	— 27
24	19	+ 7	9	19	1	+ 34	12	58	20	50	23	— 26
25	18	52	8	— 56	1	— 57	13	+ 18	21	1	23	25
26	18	37	8	34	2	+ 21	13	37	21	— 11	23	23
27	18	— 21	8	+ 12	2	44	13	56	21	— 21	23	21
28	18	+ 6	7	49	3	+ 8	14	15	21	— 31	23	18
29	17	— 49			3	31	14	34	21	41	23	15
30	17	33			3	— 54	14	52	21	+ 50	23	+ 12
31	17	— 16			4	— 17			21	— 58		

Table I. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 1res ann. après les Bissextiles, comme 1745, 1749, 1753, &c.

	Juillet.		*Août.*		*Septemb.*		*Octobre.*		*Novemb.*		*Décemb.*	
jours du mois.	Déclinais. septentrio.		Déclinais. septentrio.		Déclinais. septentrio.		Déclinais. méridion.		Déclinais méridion.		Déclinais. méridion.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23 +	8	18	0	8 +	13	3	18	14	34	21	54
2	23 —	3	17 —	44	8 +	51	3 —	41	14	53	22	3
3	22 +	59	17	29	7 +	29	4 +	5	15	12	22 --	11
4	22 +	54	17	13	7 —	6	4	28	15 —	30	22 --	19
5	22	48	16 +	57	6	44	4	51	15 +	49	22	27
6	22	42	16	39	6 +	22	5 —	14	16 +	7	22 --	34
7	22	36	16 —	23	5	59	5 —	37	16 +	25	22	41
8	22	29	16 —	6	5 +	37	6 —	0	16	42	22 +	48
9	22	22	15	49	5	14	6 —	23	17 +	0	22 --	53
10	22 +	15	15 +	32	4	51	6	46	17 —	16	22	59
11	22	7	15	14	4 —	28	7	9	17	33	23	4
12	21 +	59	14	56	4 —	5	7 —	31	17 --	49	23 —	8
13	21	50	14 +	38	3 —	42	7	54	18 —	5	23 +	13
14	21	41	14	19	3	19	8 —	16	18	21	23	16
15	21 +	32	14 —	0	2	56	8	39	18 +	37	23	19
16	21	22	13 +	42	2	33	9	1	18 +	52	23	22
17	21	12	13 —	22	2 +	10	9	23	19 —	6	23	24
18	21 —	1	13	3	2	46	9	45	19 +	21	23	27
19	20 +	51	12 —	43	1	23	10 +	7	19	35	23	27
20	20 —	39	12 +	24	1 +	0	10 —	28	19 --	48	23	28
21	20	28	12	4	0	36	10	50	20	2	23 —	28
22	20	15	11 +	44	0 +	13	11	11	20	15	23	28
					méridion.							
23	20	4	11	23	0 +	11	11 —	32	20 --	27	23 +	28
24	19 —	51	11 +	3	0	34	11	53	20 +	40	23 —	26
25	19 +	39	10	42	0 +	58	12	14	20 --	51	23	25
26	19 —	25	10	21	1	21	12 —	34	21	3	23	23
27	19	12	10	0	1 —	44	12	55	21	14	23 --	20
28	18	58	9	39	2	8	13	15	21 --	24	23 --	17
29	18	44	9 —	17	2 —	31	13	35	21 +	35	23	14
30	18 +	30	8	56	2	55	13	55	21 --	44	23	10
31	18	15	8 —	34			14 +	15			23 +	6

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2des ann. après les bissextiles, telles que 1746, 1750, 1754, &c.

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.
Jours du mois.	Déclinaiſ. méridion.	Déclinaiſ. méridion.	Déclinaiſ. méridion.	Déclinaiſ. ſeptentr.	Déclinaiſ. ſeptentr.	Déclinaiſ. ſeptentr.
	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
1	23 — 0	17 — 3	7 + 32	4 35	15 6	22 + 5
2	22 — 55	16 46	7 + 9	4 58	15 24	22 + 13
3	22 + 50	16 — 28	6 46	5 21	15 + 42	22 20
4	22 + 44	16 + 11	6 23	5 44	15 59	22 — 27
5	22 37	15 --- 52	6 + 0	6 + 7	16 — 16	22 34
6	22 30	15 34	5 — 36	6 — 29	16 --- 33	22 + 41
7	22 22	15 — 15	5 13	6 51	16 50	22 + 47
8	22 14	14 — 56	4 50	7 — 14	17 + 7	22 52
9	22 6	14 37	4 — 26	7 37	17 + 23	22 — 57
10	21 57	14 18	4 3	7 59	17 --- 38	23 2
11	21 + 48	13 58	3 — 39	8 21	17 54	23 + 7
12	21 38	13 38	3 16	8 43	18 --- 9	23 + 11
13	21 28	13 18	2 — 52	9 5	18 24	23 14
14	21 — 17	12 — 57	2 + 29	9 — 26	18 39	23 — 17
15	21 — 6	12 37	2 5	9 48	18 53	23 20
16	20 55	12 — 16	1 — 41	10 9	19 7	23 + 23
17	20 — 43	11 + 56	1 + 18	10 -- 30	19 21	23 + 25
18	20 31	11 — 34	0 54	10 + 52	19 34	23 26
19	20 + 19	11 13	0 30	11 12	19 47	23 27
20	20 + 6	10 + 52	0 + 7	11 33	20 0	23 28
			ſeptentrio.			
21	19 -- 52	10 30	0 17	11 53	20 --- 12	23 28
22	19 39	10 8	0 41	12 — 13	20 --- 24	23 28
23	19 25	9 46	1 — 4	12 — 33	20 36	23 + 28
24	19 — 10	9 24	1 28	12 — 53	20 --- 47	23 + 27
25	18 + 56	9 2	1 + 52	13 14	20 58	23 — 25
26	18 + 41	8 — 39	2 15	13 — 32	21 9	23 + 24
27	18 25	8 17	2 + 39	13 + 52	21 19	23 — 21
28	18 — 9	7 — 54	3 2	14 + 11	21 29	23 20
29	17 — 53		3 — 25	14 --- 29	21 — 38	23 16
30	17 37		3 + 49	14 + 48	21 — 47	23 — 12
31	17 -- 20		4 12		21 — 56	

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2des ann. après les biſſextiles, telles que 1746, 1750, 1754, &c.

Jours du mois.	Juillet. Declinaiſ. ſeptentr. D. M.	Août. Declinai. ſeptentr. D. M.	Septembre. Declinaiſ. ſeptentr. D. M.	Octobre. Declinai. méridion. D. M.	Novemb. Declinaiſ. méridion. D. M.	Décemb. Déclinaiſ. méridion. D. M.
1	23 + 9	18 — 3	8 18	3 — 12	14 29	21 + 52
2	23 — 4	17 48	7 56	3 36	14 — 48	22 + 1
3	23 0	17 + 33	7 34	3 59	15 — 7	22 — 9
4	22 55	17 + 17	7 12	4 — 22	15 26	22 + 18
5	22 — 49	17 + 1	6 + 50	4 + 46	15 — 44	22 — 25
6	22 + 44	16 44	6 27	5 + 9	16 — 2	22 + 33
7	22 — 37	16 + 28	6 + 5	5 32	16 — 20	22 + 40
8	22 31	16 + 11	5 42	5 55	16 38	22 46
9	22 24	15 — 53	5 — 19	6 18	16 55	22 52
10	22 — 16	15 36	4 + 57	6 + 41	17 — 12	22 + 58
11	22 + 9	15 — 18	4 34	7 — 3	17 29	23 + 3
12	22 + 1	15 — 0	4 11	7 26	17 — 45	23 — 7
13	21 52	14 42	3 48	7 + 50	18 + 2	23 + 12
14	21 43	14 + 24	3 25	8 11	18 — 17	23 — 15
15	21 34	14 5	3 + 2	8 — 23	18 33	23 + 19
16	21 — 24	13 46	2 — 38	8 + 56	18 48	23 — 21
17	21 — 14	13 27	2 15	9 + 18	19 3	23 + 24
18	21 4	13 8	1 52	9 + 40	19 — 17	23 — 25
19	20 53	12 — 48	1 + 29	10 — 1	19 — 31	23 27
20	20 42	12 + 29	1 5	10 23	19 45	23 28
21	20 + 31	12 + 9	0 42	10 + 45	19 + 59	23 28
22	20 19	11 — 48	0 — 18 méridion.	11 6	20 + 12	23 28
23	20 7	11 28	0 5	11 27	20 — 24	23 27
24	19 — 5	11 + 8	0 — 28	11 48	20 + 37	23 + 27
25	19 + 42	10 47	0 52	12 9	20 + 49	23 + 26
26	19 + 29	10 26	1 — 15	12 + 30	21 0	23 — 23
27	19 15	10 5	1 39	12 50	21 11	23 20
28	19 — 1	9 44	2 — 2	13 — 10	21 22	23 18
29	18 — 47	9 + 23	2 + 26	13 — 30	21 32	23 + 15
30	18 33	9 1	2 49	13 50	21 42	23 11
31	18 — 18	8 + 40		14 10		23 + 7

TABLE III. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les bissextiles, telles que 1743, 1747, 1751, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclinaiſ. méridion. D. M.	*Février.* Déclinaiſ. méridion. D. M.	*Mars.* Déclinaiſ. méridion. D. M.	*Avril.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D. M.	*Mai.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D. M.	*Juin.* Déclinaiſ. ſeptentrio. D. M.
1	23 2	17 8	7 38	4+29	15 1	22— 2
2	22 57	16 51	7 15	4+52	15 19	22—10
3	22—51	16 23	6 52	5 15	15 37	22 18
4	22—45	16—15	6 29	5+38	15—54	22—25
5	22+39	15—57	6 6	6+ 1	16 12	22—32
6	22+32	15 39	5+44	6 23	16 29	22 39
7	22—24	15—20	5+20	6 46	16+46	22 45
8	22—16	15+ 2	4 56	7— 8	17— 2	22+51
9	22 8	14—42	4 33	7+31	17 18	22 56
10	21—59	14 23	4—9	7 53	17 34	23 1
11	21—50	14— 3	3 46	8 15	17 50	23— 5
12	21+41	13+44	3—22	8 37	18 5	23+10
13	21+31	13+24	2+59	8 59	18 20	23—13
14	21 20	13— 3	2 35	9—20	18 35	23+17
15	21— 9	12 43	2—11	9 42	18—49	23+20
16	20 58	12 22	1+48	10— 3	19— 3	23 22
17	20+46	12— 1	1 24	10+25	19 17	23 24
18	20—34	11 40	1— 0	10+46	19+31	23—25
19	20 22	11 19	0+37	11— 6	19+44	23 27
20	20— 9	10—57	0 13	11 27	19—56	23 28
			ſeptentrio.			
21	19 56	10 36	0+11	11+48	20 9	23 28
22	19+43	10 14	0—34	12 8	20 21	23 28
23	19+29	9 52	0 57	12 28	20 33	23 28
24	19—14	9 30	1+22	12 48	20 44	23 27
25	19+ 0	9 8	1 45	13+ 8	20 55	23+26
26	18+45	8+46	2+ 9	13 27	21 6	23 24
27	18—29	8 23	2 32	13—46	21 16	23 22
28	18+14	8+ 1	2+56	14+ 6	21 26	23+20
29	17 58		3 19	14 24	21+36	23+17
30	17—41		3 42	14+43	21 45	23—13
31	17 25		4— 5		21 54	

TABLE III. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les bissextiles, telles que 1743, 1747, 1751, &c.

	Juillet.	*Août.*	*Septemb.*	*Octobre.*	*Novemb.*	*Décemb.*
jours du mois.	Déclinais. septentrio.	Déclinais. septentrio.	Déclinais. septentrio.	Déclinais. méridion.	Déclinais. méridion.	Déclinais. méridion.
	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
1	23 + 10	18 + 8	8 24	3 6	14 24	21 49
2	23 + 6	17 — 52	8 2	3 30	14 43	21 — 58
3	23 1	17 37	7 40	3 53	15 2	22 7
4	22 — 56	17 21	7 18	4 16	15 21	22 -- 15
5	22 51	17 5	6 + 56	4 — 39	15 — 39	22 — 23
6	22 46	16 + 49	6 — 33	5 — 2	15 + 58	22 + 31
7	22 39	16 32	6 11	5 — 25	16 — 15	22 38
8	22 + 33	16 — 15	5 — 48	5 + 49	16 33	22 — 44
9	22 26	15 58	5 + 26	6 — 11	16 51	22 -- 50
10	22 + 19	15 41	5 3	6 — 34	17 + 8	22 56
11	22 11	15 23	4 40	6 57	17 — 24	23 — 1
12	22 3	15 5	4 17	7 20	17 41	23 6
13	21 — 54	14 47	3 54	7 — 42	17 57	23 — 10
14	21 + 46	14 29	3 31	8 5	18 13	23 — 14
15	21 — 36	14 10	3 8	8 — 27	18 + 29	23 + 18
16	21 27	13 — 51	2 45	8 + 50	18 44	23 + 21
17	21 17	13 — 32	2 + 22	9 + 12	18 59	23 23
18	21 7	13 13	1 58	9 + 34	19 — 13	23 25
19	20 56	12 + 54	1 35	9 — 55	19 + 28	23 + 27
20	20 45	12 34	1 + 12	10 17	19 — 41	23 + 28
21	20 34	12 14	0 48	10 + 39	19 55	23 28
22	20 — 22	11 54	0 25	11 0	20 8	23 — 28
23	20 10	11 + 34	0 — 1 méridion.	11 — 21	20 21	23 28
24	19 58	11 — 13	0 22	11 — 42	20 — 33	23 27
25	19 45	10 + 53	0 — 45	12 — 3	20 — 45	23 + 26
26	19 32	10 32	1 9	12 24	20 57	23 24
27	19 19	10 11	1 — 32	12 + 45	21 8	23 + 22
28	19 5	9 50	1 56	13 5	21 19	23 19
29	18 — 51	9 + 29	2 — 19	13 25	21 + 30	23 + 16
30	18 37	9 7	2 + 43	13 45	21 — 39	23 12
31	18 — 22	8 + 46		14 + 5		23 8

TABLE IV. de la déclin. du Soleil à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1744, 1748, 1752, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Declinais. méridion. D. M.	*Février.* Declinais. méridion. D. M.	*Mars.* Declinais. méridion. D. M.	*Avril.* Declinais. septentr. D. M.	*Mai.* Declinai. septentr. D. M.	*Juin.* Declinai. septentr. D. M.
1	23— 3	17 12	7+21	4 46	15 15	22+ 9
2	22—58	16 55	6+58	5 9	15+33	22—16
3	22+53	16+38	6+35	5 32	15—50	22+24
4	22 47	16 20	6+12	5 55	16+ 8	22+31
5	22—40	16 3	5—48	6+19	16+25	22—37
6	22—33	15+44	5 25	6—40	16+42	22+44
7	22 26	15 25	5 2	7 3	16 58	22—49
8	22—18	15 6	4—38	7—25	17—14	22 55
9	22 10	14 47	4 15	7+48	17-- 30	23 0
10	22+ 2	14 28	3+52	8+10	17 46	23— 4
11	21+53	14— 8	3 28	8+32	18--- 1	23+ 9
12	21 43	13—48	3— 4	8+54	18+17	23—12
13	21 33	13+29	2 41	9—15	18—31	23 16
14	21 23	13—8	2 17	9 37	18 46	23 19
15	21 12	12 48	1—53	9 58	19 0	23—21
16	21 1	12 27	1 30	10-- 19	19 14	23+24
17	20—49	12— 6	1 6	10+41	19+28	23—25
18	20—37	11—45	0—42	11— 1	19+41	23+27
19	20 25	11 24	0 19 septentrio.	11 22	19+54	23+28
20	20—12	11+ 3	0 5	11+43	20 6	23 28
21	19—59	10 41	0+29	12 3	20 18	23—28
22	19 46	10—19	0 52	12 23	20 30	23 28
23	19 32	9+58	1 16	12 43	20---41	23—27
24	19 18	9—35	1—39	13 3	20+53	23 26
25	19— 3	9—13	2 3	13—22	21 3	23+25
26	18—48	8 51	2—26	13+42	21 14	23+23
27	18 33	8 29	2 50	14 1	21 24	23—20
28	18+18	8 6	3—13	14+20	21+34	23+18
29	18+ 2	7—43	3+37	14—38	21 43	23—14
30	17—45		4 0	14+57	21 52	23+11
31	17 29		4 23		22— 0	

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 48d.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	21d. 20′	21d. 40′	22d. 0.	22d. 20′	22d. 40′	23. 0.
38. 20′	79. 20.	79. 56.	80. 32.	81. 8.	81. 46	82. 18.
38. 40.	78. 54.	79. 30.	80. 6.	80. 42.	81. 18	81. 54.
39. 0.	78. 28.	79. 6.	79. 40.	80. 18.	80. 54	81. 30.
39. 20.	78. 2.	78. 40.	79. 16.	79. 52.	80. 28.	81. 4.
39. 40.	77. 36.	78. 14.	78. 52	79. 26.	80. 4.	80. 40.
40. 0.	77. 10.	77. 46.	78. 24.	79. 0.	79. 38	80. 14.
40. 20.	76. 44.	77. 20.	77. 58.	78. 34	79. 12	79. 48.
40. 40.	76. 16.	76. 54.	77. 32	78. 8.	78. 46	79. 22.
41. 0.	75. 48.	76. 26.	77. 4.	77. 42	78. 20	78. 56.
41. 20.	75. 22.	76. 0.	76. 38.	77. 16	77. 54	78. 30.
41. 40.	74. 54.	75. 32.	76. 10.	76. 48	77. 26	78. 4.
42. 0	74. 26.	75. 4.	75. 43.	76. 22.	77. 0	77. 38.
42. 20.	73. 58.	74. 36.	75. 16.	75. 54	76. 32	77. 11.
42. 40.	73. 29.	74. 8.	74. 48.	75. 26	76. 6	76. 44.
43. 0.	73. 0.	73. 40.	74. 20.	74. 58.	75. 38	76. 16.
43. 20.	72. 32.	73. 12.	73. 51.	74. 30	75. 10	75. 50.
43. 40.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 42	75. 22.
44. 0.	71. 32.	72. 12.	72. 54.	73. 34.	74. 14	74. 53.
44. 20.	71. 1.	71. 43.	72. 24.	73. 4	73. 44.	74. 24.
44. 40.	70. 32.	71. 13.	71. 54	72. 36	73. 16.	73. 56.
45. 0.	70. 0.	70. 42.	71. 24.	72. 6	72. 46.	73. 27.
45. 20.	69. 30.	70. 12.	70. 54.	71. 35.	72. 16.	72. 58.
45. 40.	68. 58.	69. 40.	70. 23.	71. 5	71. 46.	72. 28.
46. 0.	68. 26.	69. 10.	69. 52.	70. 34.	71. 16	71. 58.
46. 20.	67. 54.	68. 38.	69. 20.	70. 4	70. 46.	71. 28.
46. 40.	67. 22.	68. 6.	68. 49.	69. 32	70. 15.	70. 58.
47. 0.	66. 48.	67. 32.	68. 16	69. 0.	69. 44.	70. 26.
47. 20.	66. 15.	67. 0.	67. 44.	68. 28.	69. 12.	69. 54.
47. 40.	65. 40.	66. 26.	67. 10.	67. 56.	68. 40.	69. 24.
48. 0.	65. 6.	65. 52.	66. 37	67. 22	68. 6.	68. 51.
48. 20.	64. 31.	65. 18.	66. 4.	66. 48	67. 34.	68. 18.
48. 40.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 14.	67. 0.	67. 46.
49. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54	65. 40	66. 26	67. 12.

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 49ᵈ.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.* 15ᵈ. 20′	15ᵈ. 40′	16ᵈ. 0.	16ᵈ. 20′	16ᵈ. 40′	17ᵈ. 0.
38ᵈ. 20′	66. 42.	67. 22.	68. 2.	68. 42.	69. 22.	70. 2.
38. 40.	66. 10.	66. 50.	67. 31.	68. 12.	68. 52.	69. 32.
39. . 0.	65. 36.	66. 18.	66. 59.	67. 40.	68. 20.	69. 1.
39. 20.	65. 4.	65. 46.	66. 27.	67. 8.	67. 50.	68. 30.
39. 40.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 36.	67. 18.	67. 58.
40. . 0.	63. 58.	64. 40.	65. 22.	66. 4.	66. 46.	67. 26.
40. 20.	63. 24	64. 16.	64. 48.	65. 36.	66. 13.	66. 54.
40. 40.	62. 48.	63. 32.	64. 15.	64. 58.	65. 40.	66. 22.
41. . 0.	62. 14.	62. 58.	63. 41.	64. 24	65. 7.	65. 50.
41. 20.	61. 38.	62. 22.	63. 6.	63. 50	64. 34.	65. 16.
41. 40.	61. 2.	61. 48.	62. 32.	63 16.	64. 0.	64. 42.
42. . 0.	60. 26.	61. 12.	61. 56	62. 40.	63. 24.	64. . 8.
42. 20.	59. 50.	60. 35.	61. 20	62. 6.	62. 50.	63. 34.
42. 40.	59. 12.	59. 58.	60. 44	61. 30.	62. 14.	62. 59.
43. . 0.	58. 34.	59. 20.	60. . 6.	60. 52.	61. 38.	62. 24.
43. 20.	57. 54.	58. 42	59. 30.	60. 16.	61. 2.	61. 48.
43. 40.	57. 16.	58. 4.	58. 52.	59. 38.	60. 25	61. 12.
44. . 0.	56. 36	57. 24.	58. 12	59. 0.	59. 54	60. 34.
44. 20.	55. 56.	56. 44.	57. 34.	58. 22.	59. 10.	59. 56.
44. 40.	55. 14.	56. . 4.	56. 54.	57. 42.	58. 30	59. 18.
45. . 0.	54. 32.	55. 22.	56. 12.	57. 2.	57. 50	58. 40.
45. 20.	53. 48.	54. 40.	55. 30.	56. 21.	57. . 1	58. 0.
45. 40.	53. . 4.	53. 57.	54. 48.	55. 40.	56. 30	57. 20.
46. . 0.	52. 20.	53. 14.	54. . 6.	54. 58.	55. 48.	56. 40.
46. 20.	51. 34.	52. 28.	53. 22.	54. 14.	55. 6.	55. 58.
46. 40.	50. 48.	51. 43.	52. 38.	53. 30.	54. 24.	55. 16.
47. . 0.	50. . 0.	50. 56.	51. 52.	52. 46.	53. 40.	54. 32.
47. 20.	49. 12.	50. . 8.	51. 5.	52. 0.	52. 54	53. 48.
47. 40	48. 22.	49. 20.	50. 18.	51. 14.	52. . 8.	53. 4.
48. . 0.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.
48. 20.	46. 40.	47. 40.	48. 38.	49. 38	50. 34.	51. 30.
48. 40.	45. 46.	46. 48.	47. 48.	48. 47.	49. 46.	50. 42.
49. . 0.	44. 50.	45. 54.	46. 56.	47. 56.	48. 56.	49. 54.

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

Hauteur du Soleil.	Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.					
	17d. 20′	17d. 40′	18d. 0.	18. 20′	18d. 40′	19d. 0.
38. 20	70. 42.	71. 20.	72. 0.	72. 38.	73. 17.	73. 56.
38. 40.	70. 12.	70. 51.	71. 30.	72. 10.	72. 48.	73. 26.
39. . 0.	69. 41.	70. 20.	71. 0.	71. 40.	72. 18.	72. 58.
39. 20.	69. 10.	69. 50	70. 30.	71. 10.	71. 50.	72. 28.
39. 40.	68. 40.	69. 20.	70. 0.	70. 40.	71. 20.	71. 59.
40. . 0.	68. 8	68. 48.	69. 30.	70. 10.	70. 50.	71. 29.
40. 20.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 38.	70. 19.	71. . 0.
40. 40.	67. 4.	67. 46	68. 26.	69. 8.	69. 48.	70. 28.
41. . 0.	66. 32.	67. 14.	67. 56.	68. 36.	69. 18.	69. 58.
41. 20.	65. 58.	66. 42	67. 24.	68. 4.	68. 46.	69. 28.
41. 40.	65. 26.	66. . 8.	66. 50.	67. 32.	68. 14.	68. 56.
42. . 0.	64. 52.	65. 35.	66. 18.	67. 0.	67. 42.	68. 24.
42. 20.	64. 9.	65. 2.	65. 46.	66. 28.	67. 12.	67. 54.
42. 40.	63. 44.	64. 28.	65. 10	65. 54.	66. 36.	67. 20.
43. . 0.	63. 8.	63. 52.	64. 38.	65. 20.	66. 4.	66. 46.
43. 20.	62. 32.	63. 18.	64. 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.
43. 40.	61. 56.	62. 42.	63. 28	64. 12.	64. 56	65. 40.
44. . 0.	61. 20.	62. 6.	62. 52.	63. 36.	64. 22.	65. 6.
44. 20.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 2.	63. 46.	64. 32.
44. 40	60. 6.	60. 52.	61. 40	62. 26.	63. 12.	63. 56.
45. . 0.	59. 28.	60. 15.	61. 2.	61. 48.	62. 34.	63. 22.
45. 20.	58. 48.	59. 36.	60. 24.	61. 12.	61. 58.	62. 44.
45. 40.	58. 20.	58. 58	59. 46.	60. 34.	61. 22.	62. 8.
46. . 0.	57. 30.	58. 18.	59. . 8.	59. 56.	60. 44.	61. 32.
46. 20.	56. 48.	57. 38	58. 28.	59. 17	60. . 6.	61. 54.
46. 40	56. 6.	56. 58.	57. 48.	58. 38.	59. 26.	60. 16.
47. . 0.	55. 24.	56. 16.	57. 7.	57. 57.	58. 47.	59. 36.
47. 20.	54. 42.	55. 34.	56. 26.	57. 16.	58. 6.	58. 56.
47. 40.	53. 57.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 26.	58. 16.
48. . 0.	53. 12.	54. . 6.	55. 0.	55. 52	56. 44.	57. 36.
48. 20.	52. 26.	53. 22.	54. 16.	55. 8.	56. 2.	56. 54.
48. 40.	51. 40.	52. 36.	53. 30.	54. 24	55. 18.	56. 11.
49. . 0.	50. 52.	51. 48.	52. 44.	53. 40.	54. 34.	55. 28.

Table V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . 49^d.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	19^d. 20′	19^d. 40.	20^d. 0.	20^d. 20′	20^d. 40′	21^d. 0.
38^d. 20′	74. 34.	75. 12.	75. 50.	76. 26.	77. 4	77. 42.
38. 40	74. 5.	74. 44.	75. 21.	76. 0	76. 36	77. 14.
39. 0.	73. 36.	74. 14.	74. 53	75. 32	76. 9	76. 46.
39. 20.	73. 8.	73. 46.	74. 24.	75. 3.	75. 42	76. 20.
39. 40.	72. 38.	73. 18.	73. 56	74. 34.	75. 14	75. 52.
40. 0.	72. 8.	72. 48.	73. 28	74. 6.	74. 45	75. 24.
40. 20.	71. 38.	72. 18.	72. 58.	73. 38.	74. 16	74. 56.
40. 40.	71. 10.	71. 50	72. 28.	73. 8.	73. 48.	74. 26.
41. 0.	70. 38	71. 19.	72. 0.	72. 38	73. 18.	73. 58.
41. 20.	70. 8.	70. 48.	71. 29.	72. 10.	72. 50.	73. 28.
41. 40.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 40.	72. 20	73. 0.
42. 0.	69. 6.	69. 47.	70. 28.	71. 8.	71. 50	72. 30.
42. 20.	68. 36.	69. 17.	69. 58.	70. 40.	71. 20.	72. 0.
42. 40.	68. 2.	68. 44.	69. 26.	70. 8.	70. 48.	71. 30.
43. 0.	67. 30.	68. 12.	68. 54.	69. 36.	70. 18.	70. 59.
43. 20.	66. 58	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46	70. 28.
43. 40.	66. 24.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14	69. 56.
44. 0.	65. 50.	66. 34.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.
44. 20.	65. 16.	66. 0.	66. 44.	67. 28.	68. 10	68. 54.
44. 40.	64. 42.	65. 26.	66. 10.	66. 54.	67. 38.	68. 20.
45. 0.	64. 6.	64. 52.	65. 36.	66. 20.	67. 4	67. 48.
45. 20.	63. 30.	64. 16.	65. 2.	65. 46.	66. 31.	67. 14.
45. 40.	62. 54.	63. 40.	64. 26.	65. 12.	65. 56.	66. 41.
46. 0	62. 18.	63. 4.	63. 50.	64. 36.	65. 22.	66. 6.
46. 20	61. 41.	62. 28.	63. 14	64. 1.	64. 47.	65. 32.
46. 40.	61. 4.	61. 50	62. 40.	63. 25.	64. 12.	64. 58.
47. 0.	60. 24.	61. 13.	62. 0.	62. 48.	63. 36.	64. 22.
47. 20.	59. 46.	60. 34.	61. 23.	62. 11.	62. 58.	63. 46.
47. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 46.	61. 34.	62. 22.	63. 9.
48. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	61. 55.	61. 44.	62. 32.
48. 20.	57. 45.	58. 36.	59. 26.	60. 16.	61. 6.	61. 54.
48. 40.	57. 4.	57. 54.	58. 46.	59. 36.	60. 26.	61. 14.
49. 0.	56. 20	57. 13	58. 4.	58. 56.	59. 46.	60. 36.

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 49^d.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	21^d. 20′	21^d. 40′	22^d. 0.	22^d. 20′	22^d. 40′	23^d. 0.
38^d. 20′	78. 18.	78. 56.	79. 32.	80. 8.	80. 45	81. 21.
38. 40.	77. 52.	78. 28.	79. 6.	79. 42.	80. 19	80. 56.
39. 0.	77. 24.	78. 2.	78. 38.	79. 16.	79. 52	80. 30.
39. 20.	76. 57.	77. 34.	78. 12.	78. 50	79. 26	80. 4.
39. 40.	76. 30.	77. 8.	77. 45	78. 22.	79. 0	79. 37.
40. 0.	76. 2.	76. 20.	77. 18.	77. 56.	78. 33	79. 10.
40. 20.	75. 34.	76. 12.	76. 50.	77. 28.	78. 6.	78. 44.
40. 40.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.	77. 38.	78. 16.
41. 0.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 34.	77. 12	77. 50.
41. 20.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44	77. 22.
41. 40.	73. 40.	74. 18.	74. 58.	75. 35	76. 16.	76. 54.
42. 0.	73. 10.	73. 50.	74. 30.	75. 8	75. 48	76. 26.
42. 20.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 41.	75. 20	76. 0.
42. 40.	72. 10.	72. 50.	73. 31.	74. 10.	74. 50	75. 30.
43. 0.	71. 40.	72. 21.	73. 1.	73. 42.	74. 22	75. 2.
43. 20.	71. 10.	71. 50.	72. 32.	73. 12.	73. 52	74. 32.
43. 40.	70. 38.	71. 20.	72. 2	72. 42	73. 22	74. 4.
44. 0.	70. 8.	70. 48.	71. 30	72. 12.	72. 53.	73. 34.
44. 20.	69. 36.	70. 18.	71. 0.	71. 42.	72. 22.	73. 4.
44. 40.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10	71. 52.	72. 34.
45. 0.	68. 31.	69. 14.	69. 56.	70. 40.	71. 22.	72. 4.
45. 20.	67. 58.	68. 42.	69. 25.	70. 8	70. 50.	71. 32.
45. 40.	67. 25.	68. 9.	68. 52.	69. 36	70. 18.	71. 2.
46. 0.	66. 52.	67. 36.	68. 20.	69. 4	69. 46.	70. 30.
46. 20.	66. 18.	67. 2.	67. 46.	68. 30	69. 14.	69. 58.
46. 40.	65. 42.	66. 28.	67. 12.	67. 58.	68. 42.	69. 26.
47. 0.	65. 8.	65. 54.	66. 39	67. 24.	68. 8.	68. 52.
47. 20.	64. 32.	65. 18.	66. 4.	66. 50	67. 34.	68. 20.
47. 40.	63. 56.	64. 43	65. 30.	66. 15.	67. 0.	67. 56.
48. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54	65. 40	66. 26.	67. 12.
48. 20.	62. 42.	63. 30.	64. 18.	65. 4.	65. 52.	66. 38.
48. 40.	62. 4.	62. 53.	63. 40.	64. 28	65. 16.	66. 2.
49. 0.	61. 26.	62. 15.	63. 4.	63. 52.	64. 40.	65. 26.

Table V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 50ᵈ.

Hauteur du Soleil.	Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.					
	15ᵈ. 20′	15ᵈ. 40′	16ᵈ. 0.	16ᵈ. 20′	16ᵈ. 40′	17ᵈ. 0.
38ᵈ. 20′	65. 18.	66. 0.	66. 42.	67. 22.	68. 4.	68. 45.
38. 40.	64. 44.	65. 26.	66. 8	66. 50.	67. 32.	68. 13.
39. 0.	64. 10.	64. 53.	65. 36.	66. 18.	67. 0.	67. 40.
39. 20.	63. 36.	64. 18	65. 2.	65. 44.	66. 26.	67. 8.
39. 40.	63. 0.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 52.	66. 35.
40. 0.	62. 26	63. 10.	63. 52.	64. 36.	65. 20.	66. 2.
40. 20.	61. 50.	62. 34.	63. 18.	64. 2.	64. 48.	65. 28.
40. 40.	61. 13.	61. 58.	62. 42	63 26.	64. 10.	64. 54.
41. 0.	60. 36	61. 22.	62. 6	62. 52.	63. 36.	64. 20.
41. 20.	59. 58.	60. 44.	61. 30	62. 16.	63. 0.	63. 44.
41. 40.	59. 20.	60. 7.	60. 54	61. 39.	62. 24.	63. 8.
42. 0.	58. 42.	59. 29.	60. 16.	61. 2.	61. 48	62. 32.
42. 20.	58. 2.	58. 50.	59. 38.	60. 24.	61. 10.	61. 56.
42. 40.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 46	60. 34	61. 20.
43. 0.	56. 42.	57. 32.	58. 20	59. 8.	59. 55	60. 42.
43. 20.	56. 2.	56. 52.	57. 40.	58. 28.	59. 16.	60. 4.
43. 40.	55. 20.	56. 10.	57. 0.	57. 48.	58. 38	59. 26.
44. 0	54. 38.	55. 28.	56. 18.	57. 8.	57. 56	58. 46.
44. 20.	53. 54.	54. 46.	55. 36.	56. 47.	57. 16	58. 6.
44. 40	53. 10.	54. 2.	54. 54.	56. 26.	56. 36	57. 26.
45. 0.	52. 24.	53. 18.	54. 10.	55. 2.	55. 54.	56. 44.
45. 20.	51. 38.	52. 32.	53. 26.	54. 18.	55. 10.	56. 2.
45. 40.	50. 52.	51. 46.	52. 41.	53. 34.	54. 28.	55. 20.
46. 0.	50. 4	51. 0.	51. 55.	52. 50.	53. 43.	54. 36.
46. 20.	49. 16.	50. 12.	51. 8.	52. 4.	52. 58	53. 52.
46. 40.	48. 25.	49. 23.	50. 20.	51. 16.	52. 12.	53. 6.
47. 0.	47. 34.	48. 32.	49. 31.	50. 28.	51. 24.	52. 20.
47. 20.	46. 42.	47. 42.	48. 40.	49. 40	50. 36.	51. 32.
47. 40.	45. 48.	46. 48.	47. 50.	48. 48.	49. 47.	50. 44.
48. 0.	44. 52.	45. 54.	46. 56.	47. 58.	48. 56.	49. 56.
48. 20.	43. 54.	45. 0.	46. 2.	47. 4.	48. 6.	49. 4.
48. 40.	42. 56.	44. 2	45. 6.	46. 10.	47. 12.	48. 14.
49. 0.	41. 56.	43. 4.	44. 10.	45. 14.	46. 18.	47. 20.

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 50^{d}.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	$17^{d}.20'$	$17^{d}.40'$	$18^{d}.0.$	$18^{d}.20'$	$18^{d}.40'$	$19^{d}.0.$
$38^{d}.20'$	69. 26.	70. 6.	70. 46.	71. 26.	72. 6.	72. 44.
38. 40.	68. 54.	69. 34.	70. 16.	70. 55.	71. 35.	72. 14.
39. . 0	68. 22.	69. 3.	69. 44.	70. 24.	71. 4.	71. 44.
39. 20	67. 50.	68. 31.	69. 12.	69. 52.	70. 34.	71. 14.
39. 40.	67. 18.	67. 58.	68. 40.	69. 22.	70. 2.	70. 42.
40. . 0.	66. 44.	67. 26.	68. 8.	68. 50.	69. 30.	70. 12.
40. 20.	66. 10.	66. 54.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 40.
40. 40	65. 38.	66. 20.	67. 2.	67. 54.	68. 26.	69. 8.
41. . 0	64. 2.	65. 46.	66. 29.	67. 12.	67. 54.	68. 36.
41. 20.	64. 28.	65. 12.	65. 56.	66. 38.	67. 22.	68. 4.
41. 40	63. 54.	64. 38.	65. 22.	66. 4.	66. 48.	67. 30.
42. . 0	63. 18	64. 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.	66. 57.
42. 20.	62. 42.	63. 26.	64. 12.	64. 56.	65. 40.	66. 24.
42. 40.	62. 6.	62. 50.	63. 36.	64. 20.	65. 5.	65. 50.
43. . 0.	61. 28.	62. 14.	63. 0.	63. 46.	64. 30.	65. 14.
43. 20	60. 50.	61. 38.	62. 24.	63. 9.	63. 54.	64. 40.
43. 40	60. 12.	61. 0.	61. 46	62. 32.	63. 18.	64. 4.
44. . 0.	59. 34.	60. 22.	61. 8.	61. 56.	62. 42.	63. 28.
44. 20.	58. 54.	59. 44.	60. 30.	61. 18.	62. 4.	62. 52.
44. 40	58. 15.	59. 4.	59. 52.	60. 40.	61. 28	62. 14.
45. . 0.	57. 34.	58. 24.	59. 12.	60. 1.	60. 49.	61. 36.
45. 20.	56. 52.	57. 42.	58. 32.	59. 22.	60. 10.	60. 58.
45. 40.	56. 10.	57. 2.	57. 52.	58. 42.	59. 30.	60. 20.
46. . 0.	55. 28.	56. 20.	57. 10.	58. 0.	58. 50.	59. 40.
46. 20.	54. 44.	55. 37.	56. 28.	57. 20.	58. 10.	59. 0.
46. 40	54. 0.	54. 54.	55. 46.	56. 38.	57. 28.	58. 20.
47. . 0.	53. 14.	54. . 8.	55. 2.	55. 54.	56. 46.	57. 38.
47. 20.	52. 28.	53. 24	54. 18.	55. 11.	56. 4.	56. 56.
47. 40.	51. 42.	52. 37	53. 32.	54. 26	55. 20.	56. 14.
48. . 0.	50. 52.	51. 50.	52. 46.	53. 40.	54. 36.	55. 29.
48. 20.	50. 4.	51. 2.	51. 58.	52. 54	53. 50.	54. 44.
48. 40.	49. 13.	50. 12.	51. 10.	52. 6.	53. 4.	53. 58.
49. . 0.	48. 22.	49. 22	50. 20.	51. 18.	52. 16.	53. 12.

Table V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . 50d.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	19d. 20′	19d. 40.	20d. 0.	20d. 20′	20d. 40′	21d. 0.
38d. 20′	73. 24.	74. 2.	74. 42.	75. 20.	75. 58.	76. 36.
38. 40	72. 54.	73. 34.	74. 12.	74. 52.	75. 30	76. 8.
39. 0.	72. 24.	73. 4.	73. 43.	74. 22.	75. 0.	75. 40.
39. 20.	71. 54.	72. 34.	73. 14.	73. 52.	74. 32.	75. 10.
39. 40.	71. 24.	72. 4	72. 44.	73. 22.	74. 2.	74. 42.
40. 0.	70. 52.	71. 32.	72. 12.	72. 53	73. 32.	74. 12.
40. 20.	70. 22.	71. 2.	71. 42	72. 22	73. 4.	73. 42.
40. 40.	69. 50.	70. 30.	71. 12	71. 52.	72. 32	73. 12.
41. 0.	69. 18.	70. 0.	70. 40.	71. 22	72. 2	72. 42.
41. 20	68. 46.	69. 28.	70. 9.	70. 50.	71. 31.	72. 12.
41. 40.	68. 12.	68. 55.	69. 36.	70. 28.	71. 0.	71. 42.
42. 0.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46	70. 28.	71. 10.
42. 20.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56	70. 38.
42. 40.	66. 32.	67. 16	68. 0.	68. 42.	69. 24	70. 6.
43. 0.	65. 58.	66. 42.	67. 26.	68. 8	68. 52.	69. 34.
43. 20.	65. 24.	66. 8.	66. 52.	67. 36	68. 18	69. 2.
43. 40	64. 49.	65. 34.	66. 18.	67. 2	67. 45	68. 28.
44. 0.	64. 14	64. 58.	65. 44	66. 28	67. 12	67. 56.
44. 20.	63. 38.	64. 22.	65. 8	65. 53	66. 38	67. 22.
44. 40.	63. 0.	63. 47.	64. 32	65. 18	66. 2.	66. 48.
45. 0.	62. 24.	63. 10.	63. 56	64. 42.	65. 28.	66. 12.
45. 20	61. 46.	62. 33	63. 20	64. 6.	64. 52.	65. 38.
45. 40.	61. 8	61. 56	62. 44.	63. 30.	64. 16	65. 2.
46. 0	60. 30.	61. 18	62. 6.	62. 52.	63. 40	64. 26.
46. 20	59. 50.	60. 38.	61. 26.	62. 15.	63. 2.	63. 50.
46. 40.	59. 10.	60. 0.	60. 48.	61. 36.	62. 24.	63. 12.
47. 0.	58. 28.	59. 19.	60. 8	60. 58.	61. 46.	62. 34.
47. 20.	57. 48.	58. 38	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 56.
47. 40.	57. 5.	57. 56.	58. 48.	59. 38.	60. 28.	61. 18.
48. 0.	56. 22.	57. 13.	58. 6.	58. 58.	59. 58.	60. 38.
48. 20.	55. 38.	56. 32.	57. 24.	58. 16.	59. 8.	59. 58.
48. 40.	54. 54.	55. 48	56. 40.	57. 34.	58. 26.	59. 18.
49. .0.	54. 8.	55. 2.	55. 58.	56. 50.	57. 44.	58. 36.

Table V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 50d.

Hauteur du Soleil.	*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*					
	21d. 20′	21d. 40′	22d. 0.	22d. 20′	22d. 40	3d. 0.
38d. 20′	77. 14.	77. 50.	78. 30.	79. 8.	79. 45	80. 22.
38. 40.	76. 46.	77. 24.	78. 2	78. 40.	79. 18	79. 55.
39. 0.	76. 18.	76. 56.	77. 34.	78. 12.	78. 50	79. 28.
39. 20.	75. 50.	76. 28.	77. 6.	77. 44.	78. 22	79. 0.
39. 40.	75. 20.	76. 0.	76. 38.	77. 16	77. 54	78. 33.
40. 0.	74. 52.	75. 30.	76. 10.	76. 48.	77. 26	78. 5.
40. 20.	74. 22.	75. 2.	75. 40.	76. 20.	76. 58	77. 37.
40. 40.	73. 52.	74. 32.	75. 12.	75. 50	76. 30	77. 8.
41. 0	73. 22.	74. 2.	74. 42.	75. 22.	76. 2	76. 40.
41. 20.	72. 52.	73. 32.	74. 12.	74. 52.	75. 32	76. 12.
41. 40.	72. 22.	73. 2.	73. 42.	74. 23.	75. 2	75. 42.
42. 0.	71. 51.	72. 32.	73. 12.	73. 53.	74. 34	75. 14.
42. 20.	71. 20.	72. 2.	72. 42	73. 22.	74. 4	74. 44.
42. 40.	70. 48.	71. 3.	72. 12	72. 52.	73. 34.	74. 14.
43. 0.	70. 16.	70. 58.	71. 40.	72. 22.	73. 2	73. 44.
43. 20.	69. 44.	70. 26.	71. 8.	71. 50.	72. 32	73. 14.
43. 40.	69. 12.	69. 54.	70. 37.	71. 20	72. 0	72. 42.
44. 0.	68. 38.	69. 22.	70. 4.	70. 48.	71. 30.	72. 12.
44. 20.	68. 6.	68. 48.	69. 32.	70. 16	70. 58.	71. 40.
44. 40.	67. 32.	68. 16.	69. 0.	69. 42.	70. 26	71. 8.
45. 0.	66. 58.	67. 42.	68. 25	69. 10	69. 54.	70. 36.
45. 20.	66. 23.	67. 8	67. 52.	68. 36.	69. 20.	70. 4.
45. 40.	65. 48.	66. 34.	67. 18.	68. 2.	68. 46.	69. 30.
46. 0.	65. 12.	65. 58.	66. 44	67. 28.	68. 14.	68. 58.
46. 20.	64. 36.	65. 22.	66. 8.	66. 54	67. 38.	68. 24.
46. 40.	64. 0.	64. 46.	65. 32.	66. 19.	67. 4	67. 50.
47. 0.	63. 22.	64. 10	64. 56	65. 43.	66. 30	67. 15.
47. 20.	62. 44.	63. 32.	64. 20.	65. 7.	65. 54	66. 40.
47. 40.	62. 6.	62. 54	63. 44.	64. 30.	65. 18.	66. 4.
48. 0.	61. 28.	62. 16.	63. 6.	63. 54.	64. 42.	65. 28.
48. 20.	60. 48.	61. 38.	62. 27.	63. 16.	64. 4.	64. 52.
48. 40.	60. 8.	60. 58.	61. 48.	62. 38.	63. 26.	64. 14.
49. 0.	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 58.	62. 48.	63. 26.

TABLE V. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Soleil.	*Haut. du Pole 48^d.* Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		*Haut. du Pole 49^d.* Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		*Haut du Pole 50^d.* Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.	
	23. 14	23^d. 28′	23^d. 14′	23^d. 28′	23^d. 14′	23^d. 28′
38^d. 20′	82. 44.	83. 8.	81. 36.	82. 12.	80. 48.	81. 14.
38. 40.	82. 19.	82. 44.	81. 21.	81. 46.	80. 21.	80. 46.
39. 0.	81. 54.	82. 20	80. 55.	81. 20	79. 54.	80. 20.
39. 20.	81. 30.	81. 54.	80. 29.	80. 54.	79. 26.	79. 53.
39. 40.	81. 4.	81. 30.	80. 2	80. 28.	79. 0.	79. 26.
40. 0.	80. 40.	81. 5	79. 36.	80. 2.	78. 32.	78. 58.
40. 20.	80. 14.	80. 40	79. 10.	79. 36.	78. 4.	78. 30.
40. 40.	79. 48.	80. 14.	78. 43	79. 10.	77. 36.	78. 2.
41. 0.	79. 22.	79. 48.	78. 16.	78. 42.	77. 8	77. 34.
41. 20.	78. 56.	79. 22.	77. 49.	78. 16.	76. 39.	77. 6.
41. 40.	78. 30.	78. 56.	77. 22.	77. 48.	76. 10.	76. 38.
42. 0.	78. 4.	78. 30.	76. 54.	77. 20.	75. 41.	76. 8.
42. 20.	77. 38.	78. 4.	76. 26.	76. 53.	75. 12.	75. 40.
42. 40.	77. 10.	77. 38.	75. 58	76. 26.	74. 42.	75. 10.
43. 0.	76 44.	77. 10.	75. 30.	75. 56.	74. 12	74. 40.
43. 20	76. 16	76. 44.	75. 0.	75. 28.	73. 42	74. 10.
43. 40	75. 48.	76. 16.	74. 32.	75. 0.	73. 12.	73. 40.
44. 0.	75. 20	75. 48.	74. 2.	74. 30.	72. 40.	73. 10.
44. 20.	74. 52.	75. 20.	73. 32.	74. 2.	72. 10	72. 38.
44. 40	74. 24.	74. 52.	73. 2.	73. 32.	71. 38	72. 8.
45. 0	73. 56.	74. 24.	72. 32.	73. 2.	71. 6	71. 36.
45. 20	73. 26	73. 54.	72. 2.	72. 32.	70. 34	71. 4.
45. 40	72. 56.	73. 26.	71. 30.	72. 0.	70. 2	70. 32.
46. 0.	72. 28.	72. 56.	71. 0.	71. 30.	69. 28	69. 58.
46. 20	71. 58.	72. 26.	70. 28.	70. 58	68. 54	69. 26.
46. 40	71. 28.	71. 56	69. 56.	70. 26.	68. 22.	68. 52.
47. 0.	70. 56.	71. 26	69. 24.	69. 54.	67. 46.	68. 18.
47. 20.	70. 26.	70. 56	68. 50.	69. 22.	67. 12.	67. 44.
47. 40	69. 54.	70. 24.	68. 16.	68. 48.	66. 36.	67. 10.
48. 0.	69. 22.	69. 52.	67. 44.	68. 16.	66. 0.	66. 34.
48. 20.	68. 50.	69. 20.	67. 10.	67. 42.	65. 25.	65. 58.
48. 40.	68. 16.	68. 48.	66. 34.	67. 7.	64. 48.	65. 22.
49. 0.	67. 44.	68. 16	66. 0.	66. 32	64. 10.	64. 44.

TABLE VI. de l'angle de la Soustilaire avec la Méridienne.

	Hauteur du Pole ou Latitude.					
Déclinaiſ. du plan.	45^d. 0′	46^d. 0′	47^d. 0.	48^d. 0′	49^d. 0′.	50^d. 0.
30′	30.	29.	28.	27.	26	25.
1^d. 0.	1. 0.	58.	56.	54.	52.	50.
1. 30	1. 30.	1. 27.	1. 23.	1. 21.	1. 18.	1. 15.
2. 0	2. 0.	1. 56.	1. 52.	1. 48.	1. 44.	1. 40.
2. 30	2. 30.	2. 25.	2. 20.	2. 15.	2. 10.	2. 6.
3. 0.	3. 0.	2. 54.	2. 48.	2. 42.	2. 36.	2. 31.
3. 30.	3. 30.	3. 22.	3. 15.	3. 9.	3. 2.	2. 56.
4. 0	3. 59.	3. 51.	3. 44.	3. 38.	3. 28.	3. 21.
4. 30	4. 29.	4. 20.	4. 11.	4. 2.	3. 54.	3. 46.
5. 0	4. 59.	4. 49.	4. 39.	4. 29.	4. 20.	4. 11.
5. 30	5. 28.	5. 17.	5. 7.	4. 56.	4. 46	4. 36.
6. 0	5. 58.	5. 46.	5. 34.	5. 22.	5. 12.	5. 1.
6. 30	6. 27.	6. 14.	6. 1.	5. 49.	5. 37	5. 25.
7. 0.	6. 57.	6. 43.	6. 29	6. 16.	6. 3	5. 50.
7. 30.	7. 26.	7. 12.	6. 56.	6. 42.	6. 28.	6. 15.
8. 0.	7. 55.	7. 39.	7. 24.	7. 8.	6. 54.	6. 40.
8. 30	8. 25.	8. 7.	7. 51.	7. 35.	7. 19.	7. 4.
9. 0	8. 54.	8. 36.	8. 18.	8. 1.	7. 45.	7. 29.
9. 30	9. 22.	9. 3.	8. 45.	8. 27.	8. 10.	7. 53.
10. . 0.	9. 51.	9. 31.	9. 12.	8. 53.	8. 35.	8. 17.
10. 30.	10. 20.	9. 59.	9. 39.	9. 19	9. 0.	8. 42.
11. 0	10. 48.	10. 26.	10. 5.	9. 45.	9. 25.	9. 6.
11. 30	11. 16.	10. 54.	10. 32.	10. 11.	9. 50	9. 30.
12. . 0	11. 45.	11. 21.	10. 58.	10. 36.	10. 15.	9. 54.
12. 30.	12. 13.	11. 48.	11. 25.	11. 2.	10. 39.	10. 18.
13. . 0.	12. 41	12. 16.	11. 51.	11. 27.	11. 4.	10. 41.
13. 30.	13. 8.	12. 42.	12. 17.	11. 52.	11. 28.	11. 5.
14. . 0.	13. 36.	13. 9.	12. 43.	12. 17.	11. 52.	11. 28.
14. 30.	14. 3.	13. 35.	13. 9.	12. 42.	12. 17.	11. 52.
15. 0	14. 31	14. 2.	13. 34.	13. 7.	12. 41.	12. 15.
15. 30.	14. 58.	14. 28.	13. 59.	13. 32.	13. 5.	12. 38.
16. 0.	15. 25.	14. 54.	14. 25.	13. 56	13. 28.	13. 1.

TABLE VI. de l'angle de la Souſtilaire avec la Méridienne.

Déclinaiſ. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45^d. 0′.	46^d. 0.	47^d. 0.	48^d. 0.	49^d. 0′.	50^d. 0.
16^d. 30′	15. 51.	15. 20.	14. 50.	14. 21.	13. 52.	13. 24.
17. 0.	16. 18.	15. 46.	15. 15.	14. 45.	14. 16.	13. 47.
17. 30.	16. 44.	16. 11.	15. 40.	15. 9.	14. 39.	14. 9.
18. 0.	17. 10.	16. 37.	16. 5.	15. 33	15. 2.	14. 32.
18. 30.	17. 36.	17. 2.	16. 29.	15. 56	15. 25.	14. 55.
19. 0.	18. 2.	17. 27.	16. 53.	16. 20	15. 48.	15. 17.
19. 30.	18. 28.	17. 52.	17. 17.	16. 44.	16. 11.	15. 39.
20. 0.	18. 53.	18. 17.	17. 41.	17. 7.	16. 33.	16. 1.
20. 30.	19. 18.	18. 41.	18. 5.	17. 30	16. 56	16. 23.
21. 0.	19. 43.	19. 5.	18. 29.	17. 53.	17. 18.	16. 44.
21. 30.	20. 8.	19. 29.	18. 52.	18. 16.	17. 40.	17. 6.
22. 0.	20. 32.	19. 53.	19. 15.	18. 38.	18. 2.	17. 27.
22. 30.	20. 56.	20. 17.	19. 38.	19. 1.	18. 24.	17. 48.
23. 0.	21. 21.	20. 40.	20. 1.	19. 23.	18. 46.	18. 9.
23. 30.	21. 44.	21. 4.	20. 24.	19. 45.	19. 7.	18. 30.
24. 0.	22. 8	21. 27	20. 46.	20. 7.	19. 28	18. 51.
24. 30.	22. 31.	21. 49.	21. 9.	20. 29.	19. 49.	19. 11.
25. 0.	22. 55.	22. 12.	21. 31.	20. 50.	20. 10.	19. 32.
25. 30.	23. 18.	22. 34.	21. 52.	21. 11.	20. 31.	19. 52.
26. 0.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 52	20. 12.
26. 30.	24. 3.	23. 19.	22. 35.	21. 53.	21. 12.	20. 32.
27. 0.	24. 25	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 51.
27. 30.	24. 47	24. 2.	23. 18.	22. 35.	21. 52.	21. 11.
28. 0	25. 9.	24. 23.	23. 39.	22. 55.	22. 12	21. 30.
28. 30.	25. 31.	24. 44.	23. 59.	23. 15.	22. 32.	21. 49.
29. 0.	25. 52.	25. 5.	24. 20.	23. 35.	22. 51.	22. 8.
29. 30.	26. 13	25. 26	24. 40.	23. 55.	23. 10.	22. 27.
30. 0.	26. 34.	25. 46.	25. 0.	24. 14.	23. 29.	22. 46.
30. 30.	26. 55.	26. 7.	25. 20.	24. 34.	23. 48	23. 4.
31. 0.	27. 15.	26. 27.	25. 39.	24. 53.	24. 7.	23. 22.
31. 30.	27. 35.	26. 46.	25. 59.	25. 12	24. 26.	23. 40.
32. 0.	27. 55.	27. 6.	26. 18.	25. 30.	24. 44.	23. 58.

TABLE VI, de l'angle de la Soustilaire avec la Méridienne.

Déclinais. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45d. 0'.	46d. 0'.	47d. 0'.	48d. 0'.	49d. 0.	50d. 0.
33d. 0'.	28. 35.	27. 45.	26. 56.	26. 7.	25. 20	24. 34.
34. 0.	29. 13.	28. 22.	27. 32	26. 44.	25. 55.	25. 8.
35. 0.	29. 50.	28. 59.	28. 8.	27. 19	26. 30.	25. 42.
36. 0.	30. 27.	29. 35	28. 44.	27. 53	27. 4.	26. 15.
37. 0.	31. 2.	30. 10.	29. 18.	28. 27.	27. 37.	26. 48.
38. 0.	31. 37.	30. 44.	29. 52.	29. 0.	28. 9.	27. 19.
39. 0.	32. 11.	31. 17.	30. 24.	29. 32.	28. 41.	27. 50.
40. 0.	32. 44.	31. 50.	30. 56.	30. 4.	29. 12.	28. 20.
41. 0.	33. 16.	32. 21.	31. 27.	30. 34.	29. 42	28. 50.
42. 0.	33. 47.	32. 52.	31. 58	31. 4.	30. 11.	29. 19.
43. 0.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 33	30. 40.	29. 47.
44. 0.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. 2.	31. 7.	30. 14.
45. 0.	35. 16.	34. 20.	33. 24.	32. 29.	31. 35	30. 41.
46. 0.	35. 44.	34. 47.	33. 51.	32. 56	32. 1.	31. 7.
47. 0.	36. 11.	35. 14.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 32.
48. 0.	36. 37.	35. 40.	34. 43.	33. 46	32. 52.	31. 57.
49. 0.	37. 2.	36. 5.	35. 8.	34. 12	33. 16.	32. 21.
50. 0.	37. 27.	36. 30.	35. 32.	34. 36	33. 40.	32. 44.
51. 0.	37. 51.	36. 53.	35. 56.	34. 59.	34. 2.	33. 7.
52. 0.	38. 14.	37. 16.	36. 19.	35. 21	34. 25.	33. 28.
53. 0.	38. 37.	37. 38.	36. 41.	35. 43	34. 46.	33. 50.
54. 0.	38. 58.	38. 0.	37. 2	36. 4.	35. 7.	34. 10.
55. 0.	39. 19.	38. 21.	37. 23.	36. 25.	35. 27.	34. 30.
56. 0.	39. 40	38. 41.	37. 42.	36. 44	35. 47.	34. 49.
57. 0.	39. 59	39. 0.	38. 2.	37. 3	36. 6.	35. 8.
58. 0.	40. 18.	39. 19	38. 20.	37. 22.	36. 24.	35. 26.
59. 0.	40. 36.	39. 37.	38. 38.	37. 40.	36. 41.	35. 44.
60. 0.	40. 54.	39. 54	38. 55.	37. 57	36. 58	36. 0.
61. 0	41. 10.	40. 11.	39. 12.	38. 13.	37. 15.	36. 16.
62. 0.	41. 27.	40. 27.	39. 28.	38. 29.	37. 30.	36. 32.
63. 0.	41. 42.	40. 43.	39. 43.	38. 44.	37. 46.	36. 47.
64 0	41. 57.	40. 57.	39. 58.	38. 59.	38. 0.	37. 1.

TABLE VII. de la hauteur du Pole ſur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Souſtilaire.

	Hauteur du Pole ſur l'horiſon, ou Latitude.					
Déclinaiſ. du plan.	45ᵈ. 0′.	6ᵈ. 0.	47ᵈ. 0′.	48ᵈ. 0.	49ᵈ. 0′.	50ᵈ.
1.	45. 0	43. 59.	43. 0.	41. 59.	40. 59.	40. 0.
2.	44. 58	43. 58.	42. 58	41. 58.	40. 58.	39. 58.
3.	44. 55	43. 55	42. 56.	41. 56.	40. 56.	39. 56.
4.	44. 52.	43. 52	42. 52.	41. 52.	40. 53.	39. 53.
5.	44. 47.	43. 47.	42. 48.	41. 48.	40. 49.	39. 49.
6.	44. 41.	43. 42.	42. 42	41. 43.	40. 44	39. 44.
7.	44. 34.	43. 35.	42. 36.	41. 37.	40. 38.	39. 39.
8.	44. 27	43. 28.	42. 29.	41. 30.	40. 31.	39. 32.
9.	44. 18	43. 19.	42. 21.	41. 22	40. 23.	39. 25.
10.	44. 8	43. 10.	42. 12.	41. 13.	40. 15.	39. 16.
11.	43. 57.	43. 0.	42. 2.	41. 4.	40. 5.	39. 7.
12.	43. 46.	42. 48.	41. 51.	40. 53.	39. 54.	38. 57.
13.	43. 33	42. 36.	41. 39.	40. 41.	39. 44.	38. 47.
14.	43. 19	42. 23.	41. 26.	40. 29.	39. 32.	38. 35.
15.	43. 5	42. 9.	41. 12.	40. 16.	39. 19.	38. 23.
16.	42. 49	41. 54	40. 58	40. 2.	39. 6.	38. 10.
17.	42. 33	41. 38.	40. 42	39. 47.	38. 51.	37. 56.
18.	42. 16	41 21.	40. 26.	39. 31.	38. 36.	37. 41.
19.	41. 57.	41. 3.	40. 9	39. 15	38. 20.	37. 26.
20.	41. 38	40. 45.	39. 51.	38. 58	38. 4.	37. 10.
21.	41. 19.	40. 26.	39. 33.	38. 39.	37. 46.	36. 53.
22.	40. 58	40. 6.	39. 13.	38. 21.	37. 28.	36. 35.
23.	40. 37	39. 45.	38. 53.	38. 1	37. 9.	36. 17.
24.	40. 14	39. 23.	38. 32.	37. 41	36. 49.	35. 58.
25.	39. 51	39 1.	38. 11.	37. 20.	36. 29.	35. 38.
26.	39. 28	38. 38.	37. 48	36. 58	36. 8.	35. 17.
27.	39. 3.	38. 14.	37. 25	36. 36.	35. 46.	34. 57.
28.	38. 38	37. 50.	37. 2.	36. 13	35. 24.	34. 35.
29.	38. 12.	37. 25.	36. 37.	35. 49	35. 1.	34. 12.
30.	37. 46.	36. 59.	36. 12.	35. 25.	34. 37.	33. 50.
31.	37. 19.	36. 33.	35. 46.	35. 0.	34. 13.	33. 26.
32	36. 51.	36. 6.	35. 20.	34. 34.	33. 48.	33. 2.

Table VII, de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la soustilaire.

	Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.					
Déclinais. du plan.	45d. 0'.	46d. 0.	47d. 0'.	48d. 0.	49d. 0'.	50d. 0.
32d. 30'	36. 37.	35. 52.	35. 7.	34. 21.	33. 36	32. 50.
33. 0.	36. 22.	35. 38.	34. 53.	34. . 8.	33. 23.	32. 37.
33. 30.	36. . 8.	35. 24.	34. 40.	33. 55.	33. 10.	32. 25.
34. 0.	35. 53.	35. 10.	34. 26.	33. 42.	32. 57.	32. 12.
34. 30.	35. 39.	34. 55.	34. 12.	33. 28.	32. 44.	31. 59.
35. 0.	35. 24.	34 41.	33. 58.	33. 14.	32. 30.	31. 46.
35. 30.	35. 9.	34. 26.	33. 44.	33. 0.	32. 17.	31. 33.
36. 0.	34. 54.	34. 12	33. 29.	32. 46.	32. 3.	31. 20.
36. 30.	34. 38.	33. 57.	33. 15.	32. 32.	31. 50.	31. 7.
37. 0	34. 23.	33 42.	33. . 0.	32. 18.	31. 36.	30. 53.
37. 30.	34. 7.	33. 27.	32. 45.	32. 4.	31 22.	30. 40.
38. 0.	33. 52.	33. 11.	32. 30.	31. 49.	31. 8.	30. 26.
38. 30.	33. 36.	32. 56.	32. 15.	31. 35.	30. 54.	30. 12.
39. 0.	33. 20.	32. 40.	32. 0.	31. 20.	30. 39.	29. 58.
39. 30.	33. . 4.	32. 25.	31. 45.	31. 5.	30. 25.	29. 44.
40. 0.	32. 48.	32. 9.	31. 30.	30. 50.	30. 10.	29 30.
40. 30.	32. 32.	31. 53.	31. 14.	30. 35.	29. 56.	29. 16.
41. 0.	32. 15.	31. 37.	30. 59.	30. 20.	29. 41.	29. 1.
41. 30.	31. 59.	31. 21.	30. 43.	30. 5.	29. 26.	28. 47.
42. 0	31. 42.	31. 5	30. 27.	29. 49.	29. 11.	28. 32.
42. 30.	31. 25.	30. 48.	30. 11.	29. 34.	28. 56.	28. 17.
43. 0.	31. 8.	30. 32.	29. 55.	29. 18	28. 40.	28. 3.
43. 30.	30. 52.	30. 15.	29. 39.	29. 2	28. 25.	27. 48.
44. 0.	30. 34.	29. 59	29. 23.	28. 46.	28. 10.	27. 32.
44. 30	30. 17.	29. 42.	29. 6.	28. 30	27. 54	27. 17.
45. 0	30. 0.	29. 25.	28. 50.	28. 14.	27. 38.	27. 2.
45. 30.	29. 43.	29. 8.	28. 33.	27. 58.	27. 23.	26. 47.
46. . 0.	29. 25.	28. 51.	28. 17.	27. 42	27. 7.	26. 31.
46. 30.	29. 8.	28. 34.	28. 0.	27. 26.	26. 51.	26. 16.
47. 0.	28. 50.	28. 17.	27. 43.	27. 9.	26. 35.	26. 0.
47. 30.	28. 32.	27. 59.	27. 26.	26. 53.	26. 19.	25. 45.
48. . 0.	28. 14.	27. 42.	27. 9.	26. 36.	26. 2.	25. 28.

TABLE VII. de la hauteur du Pole ſur le plan, ou de l'angle compris entre l'axe & la Souſtilaire.

Déclinaiſ. du plan.	*Hauteur du Pole ſur l'horiſon, ou Latitude.* 45^d. 0'.	46^d. 0'.	47^d. 0'.	48^d. 0.	49^d. 0.	50^d. 0.
48. 30.	27. 56.	27. 24.	26. 52.	26. 20.	25. 46.	25. 13.
49. 0.	27. 38.	27. 7.	26. 35.	26. 2.	25. 30.	24. 57.
49. 30.	27. 20.	26. 49.	26. 17.	25. 45.	25. 13.	24. 40.
50. 0.	27. 2.	26. 31.	26. 0.	25. 28.	24. 57.	24. 24.
50. 30.	26. 44.	26. 13.	25. 43.	25. 12.	24. 40.	24. 8.
51. 0.	26. 25.	25. 55.	25. 25.	24. 54.	24. 23.	23. 52.
51. 30.	26. 7.	25. 38.	25. 7.	24. 37.	24. 6.	23. 35.
52. 0.	25. 48.	25. 19.	24. 50.	24. 20.	23. 49.	23. 19.
52. 30.	25. 30.	25. 1.	24. 32.	24. 2.	23. 32.	23. 2.
53. 0.	25. 11.	24. 43.	24. 14.	23. 45.	23. 15.	22. 45.
53. 30.	24. 52.	24. 24.	23. 56.	23. 27.	22. 58.	22. 29.
54. 0.	24. 34.	24. 6.	23. 38.	23. 10.	22. 41.	22. 12.
54. 30.	24. 15.	23. 47.	23. 20.	22. 52.	22. 24.	21. 55.
55. 0.	23. 56.	23. 29.	23. 2.	22. 34.	22. 6.	21. 38.
55. 30.	23. 37.	23. 10.	22. 43.	22. 16.	21. 49.	21. 21.
56. 0.	23. 18.	22. 51.	22. 25.	21. 58.	21. 31.	21. 4.
56. 30.	22. 58.	22. 33.	22. 7.	21. 40.	21. 14.	20. 47.
57. 0.	22. 39.	22. 14.	21. 48.	21. 22.	20. 56.	20. 30.
57. 30.	22. 20.	21. 55.	21. 30.	21. 4.	20. 38.	20. 12.
58. 0.	22. 0.	21. 36.	21. 11.	20. 46.	20. 21.	19. 55.
58. 30.	21. 41.	21. 17.	20. 53.	20. 28.	20. 3.	19. 38.
59. 0.	21. 22.	20. 58.	20. 34.	20. 10.	19. 45.	19. 20.
59. 30.	21. 2.	20. 39.	20. 15.	19. 51.	19. 27.	19. 2.
60. 0.	20. 42.	20. 19.	19. 56.	19. 33.	19. 9.	18. 45.
60. 30.	20. 23.	20. 0.	19. 37.	19. 14.	18. 51.	18. 27.
61. 0.	20. 3.	19. 41.	19. 18.	18. 56.	18. 33.	18. 9.
61. 30.	19. 43.	19. 21.	18. 59.	18. 37.	18. 9.	17. 52.
62. 0.	19. 23.	19. 2.	18. 40.	18. 19.	17. 56.	17. 34.
62. 30.	19. 3.	18. 43.	18. 21.	18. 0.	17. 38.	17. 16.
63. 0.	18. 43.	18. 23.	18. 2.	17. 41.	17. 20.	16. 58.
63. 30.	18. 23.	18. 3.	17. 43.	17. 22.	17. 1.	16. 40.
64. 0.	18. 3.	17. 44.	17. 24.	17. 3.	16. 43.	16. 22.

TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclinaif. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
0. 15.	0d 21′	0. 21.	0. 20.	0. 20.	0. 20	0. 20.
0. 30.	0. 42.	0. 42	0. 41.	0. 40.	0. 40	0. 39.
0. 45.	1. 4.	1. 2.	1. 1.	1. 0.	1. 0.	0. 59.
1. 0.	1. 25.	1. 23.	1. 22.	1. 21.	1. 19.	1. 18.
1. 15.	1. 46.	1. 44.	1. 42.	1. 41.	1. 39	1. 38.
1. 30.	2. 7.	2. 5.	2. 3.	2. 1.	1. 59.	1. 57.
1. 45.	2. 28.	2. 26.	2. 23.	2. 21.	2. 19	2. 17.
2. 0.	2. 50.	2. 47.	2. 44.	2. 41.	2. 39.	2. 37.
2. 15	3. 11.	3. 8	3. 4.	3. 2.	2. 59.	2. 56.
2. 30	3. 32.	3. 28	3. 25.	3. 22.	3. 19.	3. 16.
2. 45	3. 53.	3. 49.	3. 45.	3. 42.	3. 38.	3. 35.
3. 0.	4. 14.	4. 10.	4. 6.	4. 2.	3. 58	3. 55.
3. 15.	4. 35.	4. 31.	4. 26.	4. 22.	4. 18	4. 14.
3. 30.	4. 57.	4. 52.	4. 47.	4. 42.	4. 38.	4. 34.
3. 45.	5. 18.	5. 12.	5. 7.	5. 2.	4. 58	4. 53.
4. 0.	5. 39.	5. 33.	5. 28	5. 23.	5. 17.	5. 13.
4. 15.	6. 0.	5. 54.	5. 48.	5. 42.	5. 38	5. 32.
4. 30.	6. 21	6. 15.	6. 8	6. 3.	5. 57.	5. 52.
4. 45	6. 42.	6. 35.	6. 29.	6. 23.	6. 17.	6. 12.
5. 0.	7. 3.	6. 56.	6. 49.	6. 42.	6. 37.	6. 31.
5. 15.	7. 24.	7. 16.	7. 10.	7. 3.	6. 57	6. 50.
5. 30.	7. 45.	7. 37.	7. 30.	7. 23.	7. 16.	7. 10.
5. 45.	8. 6.	7. 58.	7. 50.	7. 43.	7. 36.	7. 29.
6. 0.	8. 27.	8. 19.	8. 11.	8. 3.	7. 56	7. 49.
6. 15.	8. 59.	8. 39.	8. 31	8. 23.	8. 15	8. 8.
6. 30.	9. 9.	9. 0.	8. 51.	8. 43.	8. 35.	8. 28.
6. 45.	9. 30.	9. 21.	9. 12.	9. 3	8. 55.	8. 47.
7. 0.	9. 51.	9. 41.	9. 32.	9. 23	9. 14	9. 6.
7. 15	10. 12.	10. 2.	9. 52.	9. 43	9. 34	9. 26.
7. 30.	10. 33.	10. 22.	10. 12.	10. 3	9. 54	9. 45.
7. 45.	10. 54.	10. 43.	10. 32.	10. 23.	10. 13.	10. 4.
8. 0	11. 14.	11. 3.	10. 53.	10. 43.	10. 33.	10. 24.

TABLE VIII. de la différence Méridiens ou des Longitudes,

	Hauteur du Pole ou Latitude.					
Déclinaif. du plan.	45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
8. 15	11. 35.	11. 24.	11. 13	11. 2.	10 53.	10. 43.
8. 30.	11. 56.	11. 44.	11. 33.	11. 22.	11. 12.	11. 2.
8. 45.	12. 17.	12. 5.	11. 53.	11. 42.	11. 32.	11. 22.
9. . 0	12. 38.	12. 25.	12. 13.	12. 2.	11. 51.	11. 41.
9. 15	12. 58.	12. 45.	12. 33.	12 22.	12. 11.	12. 0.
9. 30	13. 19.	13. 6.	12. 53	12. 41	12. 30.	12. 19.
9. 45.	13. 39.	13. 26.	13. 13.	13. 1.	12. 49.	12. 39.
10. 0	14. 0.	13. 46.	13. 33.	13. 21.	13. 9.	12. 58.
10. 15	14. 21	14. 7.	13. 53.	13. 41.	13. 28.	13. 17.
10. 30	14. 41.	14. 27.	14. 13.	14. 0.	13. 48.	13. 36.
40. 45	15. 1.	14. 47.	14. 33.	14. 20.	14. 7.	13. 55.
11. . 0.	15. 22.	15. 7	14. 53	14. 39.	14. 26.	14. 14.
11. 15.	15. 43.	15. 27.	15. 13.	14. 59	14. 46.	14. 33.
11. 30.	16. . 3.	15. 48.	15. 33.	15. 19.	15. 5.	14. 52.
11. 45.	16. 23.	16. 8	15. 52.	15. 38.	15. 24.	15. 11.
12. . 0.	16 44.	16. 28	16. 12	15. 57.	15. 44	15. 31.
12. 15.	17. . 4.	16. 48.	16. 32.	16. 17.	16. 3.	15. 49.
12. 30	17. 24.	17. 8.	16. 52.	16. 37.	16. 22	16. 8.
12. 45.	17. 45.	17. 28.	17. 12.	16. 56.	16. 41.	16. 27.
13. . 0.	18. . 5.	17. 48.	17. 31.	17. 15.	17. 0.	16. 46.
13. 15.	18. 25.	18. 8	17. 51.	17. 35.	17. 20.	17. 5.
13. 30	18. 45.	18. 28.	18. 11.	17. 54.	17. 39.	17. 24.
13. 45.	19. 5.	18. 47.	18. 30.	18. 14.	17. 58.	17. 43.
14. . 0.	19. 25.	19. 7.	18. 50.	18. 33.	18. 17.	18. 2.
14. 15	19. 45.	19. 27.	19. 9.	18. 52.	18. 36.	18. 21.
14. 30.	20. 5.	19. 47	19. 29.	19. 11.	18. 55	18. 39.
14. 45.	20. 25.	20. 6.	19. 48.	19. 30	19. 14.	18. 58.
15. . 0.	20. 45.	20. 26	20. 7	19. 49.	19. 33.	19. 17.
15. 15.	21. 5.	20. 45.	20. 27.	20. 9.	19. 52	19. 36.
15. 30.	21. 25.	21. 5.	20. 46	20. 28.	20. 11.	19. 54.
15. 45.	21. 45.	21. 24.	21. 5.	20. 47.	20. 29.	20. 13.
16. . 0.	22. 5.	21. 44.	21. 24.	21. 6.	20. 48.	20. 31.

TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclinaif. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
16^{d}. 15	22. 24.	22. 3.	21. 44.	21. 25.	21. 7.	20. 50.
16. 30.	22. 44.	22. 23.	22. 3.	21. 44.	21. 26.	21. 8.
16. 45.	23. 3.	22. 42.	22. 22.	22. 3	21. 44.	21. 27.
17. 0.	23. 23.	23. 1	22. 41.	22. 22.	22. 3.	21. 45.
17. 15.	23. 42.	23. 21.	23. 0.	22. 41.	22. 22.	22. 4.
17. 30.	24. 2.	23. 40.	23. 19.	22. 59	22. 40.	22. 22.
17. 45.	24. 21.	23. 59.	23. 38.	23. 18	22. 59.	22. 41.
18. 0.	24. 41.	24. 18.	23. 57.	23. 37.	23. 17.	22. 59.
18. 15.	25. 0.	24. 38.	24. 16.	23. 56	23. 36.	23. 17.
18. 30.	25. 19.	24. 57.	24. 35.	24. 14	23. 54.	23. 36.
18. 45.	25. 39.	25. 16.	24. 54.	24. 33.	24. 13.	23. 54.
19. 0.	25. 58.	25. 35.	25. 13.	24. 51.	24. 31.	24. 12.
19. 15	26. 17.	25. 54	25. 31.	25. 10	24. 50.	24. 30.
19. 30.	26. 36.	26. 13.	25. 50.	25. 29	25. 8.	24. 48.
19. 45	26. 55.	26. 32.	26. 9.	25. 47.	25. 26	25. 7.
20. 0.	27. 14.	26. 50.	26. 27.	26. 6	25. 45.	25. 25.
20. 15.	27. 33.	27. 9.	26. 46.	26. 24	26. 3.	25. 43.
20. 30.	27. 52.	27. 28.	27. 5.	26. 43.	26. 21	26. 1.
20. 45.	28. 11.	27. 47.	27. 23.	27. 1.	26. 39.	26. 19.
21. 0.	28. 30	28. 5.	27. 42.	27. 19.	26. 58.	26. 37.
21. 15.	28. 49.	28. 24.	28. 0.	27. 37.	27. 16.	26. 55.
21. 30.	29. 7.	28. 42.	28. 18.	27. 56.	27. 34.	27. 13.
21. 45.	29. 26.	29. 1.	28. 37.	28. 14.	27. 52.	27. 31.
22. 0.	29. 45.	29. 19.	28. 55.	28. 32	28. 10.	27. 48.
22. 15.	30. 3.	29. 38.	29. 13.	28. 50.	28. 28.	28. 6.
22. 30.	30. 22.	29. 56.	29. 31.	29. 8.	28. 46.	28. 24.
22. 45.	30. 40.	30. 14.	29. 50.	29. 26.	29. 3.	28. 42.
23. 0.	30. 59.	30. 32.	30. 8.	29. 44.	29. 21.	28. 59.
23. 15.	31. 17.	30. 51.	30. 26.	30. 2.	29. 39.	29. 17.
23. 30.	31. 35.	31. 9.	30. 44.	30. 20.	29. 57.	29. 35.
23. 45.	31. 53.	31. 27.	31. 2.	30. 38.	30. 15.	29. 52.
24. 0.	32. 12.	31. 45	31. 20.	30. 56.	30. 32.	30. 10.

Déclinais. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
24d. 15′	32. 30.	32. 3.	31. 38.	31. 13.	30. 50.	30. 27.
24. 30.	32. 48.	32. 21.	31. 56.	31. 31	31. 7.	30. 45.
24. 45.	33. 6.	32. 39.	32. 13.	31. 49.	31. 25	31. 2.
25. 0.	33. 24.	32. 57.	32. 31.	32. 6.	31. 43.	31. 20.
25. 15.	33. 42.	33. 15.	32. 49.	32. 24.	32. 0	31. 37.
25. 30.	34. 0.	33. 33.	33. 7.	32. 42.	32. 18.	31. 55.
25. 45.	34. 18.	33. 51.	33. 24.	32. 59.	32. 35.	32. 12.
26. 0.	34. 36.	34. 8.	33. 42.	33. 17.	32. 52.	32. 29.
26. 15.	34. 53.	34. 26.	34. 0.	33. 34.	33. 10	32. 46.
26. 30.	35. 11.	34. 44.	34. 17.	33. 51.	33. 27.	33. 3.
26. 45.	35. 29.	35. 1.	34. 34.	34. 9.	33. 44.	33. 21.
27. 0.	35. 46.	35. 19.	34. 52.	34. 26.	34. 1.	33. 38.
27. 15	36. 4.	35. 36.	35. 9.	34. 43	34. 19.	33. 55.
27. 30	36. 21.	35. 53.	35. 26.	35. 1.	34. 36.	34. 12.
27. 45	36. 39.	36. 11.	35. 44.	35. 18	34. 53.	34. 29.
28. 0	36. 56.	36. 27.	36. 1.	35. 35	35. 10.	34. 46.
28. 15.	37. 14.	36. 45.	36. 18.	35. 52.	35. 27.	35. 3.
28. 30.	37. 31.	37. 3.	36. 35.	36. 9.	35. 44.	35. 20.
28. 45.	37. 48.	37. 20.	36. 52.	36. 26.	36. 1.	35. 37.
29. 0.	38. 6.	37. 37.	37. 10.	36. 43.	36. 18.	35. 53.
29. 15.	38. 23.	37. 54.	37. 27.	37. 0.	36. 35.	36. 10.
29. 30.	38. 40.	38. 11.	37. 44.	37. 17	36. 51.	36. 27.
29. 45.	38. 57.	38. 28.	38. 0.	37. 34.	37. 8	36. 44.
30. 0.	39. 14.	38. 45.	38. 17.	37. 51.	37. 25.	37. 0.
30. 15.	39. 31	39. 2.	38. 34	38. 7	37. 42.	37. 17.
30. 30.	39. 48.	39. 19.	38. 51	38. 24.	37. 59.	37. 33.
30. 45.	40. 4.	39. 35.	39. 8.	38. 41.	38. 15.	37. 50.
31. 0.	40. 21.	39. 52.	39. 24	38. 57.	38. 31.	38. 7.
31. 15.	40. 38.	40. 9.	39. 41.	39. 14	38. 48.	38. 23.
31. 30.	40. 55.	40. 26.	39. 57.	39. 31.	39. 5.	38. 40.
31. 45.	41. 12.	40. 42.	40. 14.	39. 47	39. 21	38. 56.
32. 0.	41. 28.	40. 59.	40. 31.	40. 4.	39. 37	39. 12.

TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclinaiſ. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45ᵈ.	46ᵈ.	47ᵈ.	48ᵈ.	49ᵈ.	50ᵈ.
32ᵈ. 15′	41. 45.	41. 15.	40. 47.	40. 20.	39. 54.	39. 29.
32. 30.	42. 1.	41. 32.	41. 3	40. 36.	40. 10.	39. 45.
32. 45.	42. 17.	41. 48.	41. 20.	40. 53.	40. 26.	40. 1.
33. 0.	42. 34.	42. 5.	41. 36.	41. 9.	40. 43.	40. 17.
33. 15	42. 50.	42. 21.	41. 52.	41. 25.	40. 59.	40. 34.
33. 30.	43. 6.	42. 37.	42. 7.	41. 41.	41. 15.	40. 50.
33. 45.	43. 23.	42. 53.	42. 25.	41. 58.	41. 31.	41. 6.
34. 0.	43. 39.	43. 9.	42. 41.	42. 14.	41. 47.	41. 22.
34. 15	43. 55.	43. 26	42. 57.	42. 30.	42. 3.	41. 38.
34. 30.	44. 11.	43. 42	43. 13.	42. 46.	42. 19.	41. 54.
34. 45.	44. 27.	43. 58.	43. 29.	43. 2.	42. 35.	42. 10
35. 0.	44. 43.	44. 14.	43. 45.	43. 18.	42. 51.	42. 26.
35. 15.	44. 59.	44. 30.	44. 1.	43. 34.	43. 7.	42. 41.
35. 30.	45. 15.	44. 45.	44. 17.	43. 50.	43. 23.	42. 57.
35. 45.	45. 31.	45. 1.	44. 33.	44. 5.	43. 39.	43 13.
36. 0	45. 47.	45. 17.	44. 49.	44. 21	43. 55.	43. 29.
36. 15.	46. 2.	45. 33.	45. 4.	44. 37	44. 10.	43. 45.
36. 30.	46. 18.	45. 49.	45. 20.	44. 53	44. 26.	44. 0.
36. 45	46. 34.	46. 4.	45. 36.	45. 8.	44. 42.	44. 16.
37. 0.	46. 49.	46. 20	45. 51.	45. 24	44. 57.	44. 32.
37. 15.	47. 5.	46. 35.	46. 7.	45. 39	45. 13.	44. 47.
37. 30.	47. 20.	46. 51.	46. 23.	45. 55.	45. 28.	45. 3.
37. 45.	47. 36	47. 6.	46. 38.	46. 11.	45. 44	45. 18.
38. 0	47. 51.	47. 22.	46. 53.	46. 26	46. 0.	45. 34.
38. 15.	48. 7.	47. 37	47. 9.	46. 41.	46. 15	45. 49.
38. 30.	48. 22.	47. 53.	47. 24.	46. 57	46. 30	46. 5.
38. 45	48. 37.	48. 8	47. 39.	47. 12	46. 46.	46. 20.
39. 0.	48. 52.	48. 23.	47. 55.	47. 27.	47. 1.	46. 35.
39. 15.	49. 8.	48. 38	48. 10.	47. 42.	47. 16.	46. 51.
39. 30.	49. 23.	48. 53.	48. 25.	47. 58.	47. 31.	47. 6.
39. 45	49. 38.	49. 9.	48. 40.	48 13	47. 47.	47. 21.
40. 0.	49. 53.	49. 24.	48. 55.	48. 28.	48. 2.	47. 36.

TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclinaif. du plan.	45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
40d. 15′	50. 8	49. 39.	49. 11.	48. 43.	48. 17.	47. 52.
40. 30	50. 23	49. 54.	49. 25	48. 58	48. 32	48. 7.
40. 45.	50. 38	50. 9	49. 41	49. 13.	48. 47.	48. 22.
41. 0.	50. 52.	50. 24	49. 56	49. 28.	49. 2.	48. 37.
41. 15	51. 7.	50. 38	50. 10	49. 43.	49. 17.	48. 52.
41. 30.	51. 22.	50. 53.	50. 25.	49. 58.	49. 32.	49. 7.
41. 45.	51. 37	51. 8	50. 40	50. 13.	49. 47.	49. 22.
42. 0	51. 51.	51. 23	50. 55	50. 28.	50. 2.	49. 37
42. 15.	52. 6.	51. 37	51. 10.	50. 43.	50. 17.	49. 51.
42. 30.	52. 21	51. 52	51. 24.	50. 57.	50. 31.	50. 6.
42. 45.	52. 35	52. 7.	51. 39.	51. 12.	50. 46.	50. 21.
43. 0	52. 50	52. 21.	51. 54	51. 27.	51. 1.	50. 36.
43. 15.	53. 4	52. 36	52. 8	51. 41.	51. 16.	50. 51.
43. 30.	53. 19	52. 50	52. 23.	51. 56.	51. 30.	51. 5.
43. 45	53. 33	53. 5.	52. 37	52. 11.	51. 45.	51. 20.
44. 0.	53. 47	53. 19.	52. 52	52. 25.	52. 0.	51. 35.
44. 15	54. 1	53. 33	53. 6	52. 40.	52. 14	51. 49.
44. 30.	54. 16	53. 48.	53. 20	52. 54.	52. 29	52. 4.
44. 45	54. 30	54. 2.	53. 35	53. 9.	52. 43.	52. 18.
45. 0	54. 44	54. 16.	53. 49	53. 23.	52. 58.	52. 33.
45. 15	54. 58.	54. 30.	54. 3	53. 37.	53. 12	52. 47.
45. 30.	55. 12	54. 45.	54. 18	53. 52.	53. 26.	53. 2.
45. 45.	55. 26	54. 59.	54. 32	54. 6.	53. 41	53. 16.
46. 0	55. 40	55. 13.	54. 46	54. 20.	53. 55.	53. 30.
46. 15.	55. 54.	55. 27	55. 0	54. 34.	54. 9.	53. 45.
46. 30.	56. 8.	55. 41.	55. 14.	54. 48.	54. 23.	53. 59.
46. 45.	56. 22	55. 55.	55. 28.	55. 3.	54. 38.	54. 13.
47. 0.	56. 36	56. 9.	55. 42.	55. 17.	54. 52.	54. 28.
47. 15.	56. 50	56. 23.	55. 56	55. 31.	55. 6.	54. 42.
47. 30.	57. 4	56. 37.	56. 10.	55. 45.	55. 20.	54. 56.
47. 45	57. 17	56. 50.	56. 24	55. 59.	55. 34.	55. 10.
48. 0	57. 31	57. 4.	56. 38.	56. 13.	55. 48.	55. 24.

TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclinaif. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
48d. 30'.	57. 58.	57. 32.	57. 6.	56. 41.	56. 16.	55. 52.
49. 0.	58. 25.	57. 59.	57. 33.	57. 8.	56. 44.	56. 20.
49. 30.	58. 53.	58. 26.	58. 1.	57. 36.	57. 12.	56. 48.
50. 0.	59. 19.	58. 53.	58. 28.	58. 3.	57. 39.	57. 16.
50. 30.	59. 46.	59. 20.	58. 55.	58. 31.	58. 7.	57. 44.
51. 0.	60. 12.	59. 47.	59. 22.	58. 58.	58. 34.	58. 11.
51. 30.	60. 39.	60. 13.	59. 49.	59. 25.	59. 1.	58. 39.
52. 0	61. 5.	60. 40.	60. 16.	59. 52	59. 29.	59. 6.
52. 30	61. 31	61. 6.	60. 42.	60. 18.	59. 56.	59. 33.
53. 0	61. 57.	61. 32.	61. 8.	60. 45.	60. 22.	60. 0.
53. 30	62. 23.	61. 58.	61. 35	61. 12.	60. 49.	60. 27.
54. 0.	62. 49.	62. 24.	62. 1.	61. 38	61. 16.	60. 54.
54. 30	63. 14.	62. 50.	62. 27.	62. 4.	61. 42.	61. 21.
55. 0	63. 39.	63. 16.	62. 53.	62. 31.	62. 9.	61. 47.
55. 30.	64. 5.	63. 42.	63. 19.	62. 57.	62. 35.	62. 14.
56. 0.	64. 30.	64. 7.	63. 44.	63. 23.	63. 1.	62. 40.
56. 30	64. 55	64. 32.	64. 10.	63. 49.	63. 27.	63. 7.
57. 0.	65. 20.	64. 58.	64. 36.	64. 14.	63. 53.	63. 33.
57. 30.	65. 45.	65. 23.	65. 1.	64. 40.	64. 19.	63. 59.
58. 0.	66. 10	65. 48.	65. 26.	65. 5.	64. 45.	64. 25.
58. 30	66. 34.	66. 13.	65. 52.	65. 31.	65. 11.	64. 51.
59. 0.	66. 59	66. 37.	66. 17.	65. 56.	65. 36.	65. 17.
59. 30	67. 23.	67. 2.	66. 42.	66. 22.	66. 2.	65. 43.
60. 0.	67. 48	67. 27.	67. 7.	66. 47.	66. 27.	66. 9.
60. 30.	68. 12	67. 51	67. 31.	67. 12.	66. 53.	66. 34.
61. 0	68. 36.	68. 16.	67. 56.	67. 37.	67. 18.	67. 0.
61. 30	69. 0	68. 40	68. 21.	68. 2.	67. 43.	67. 25.
62. 0.	69. 24	69. 4.	68. 45.	68. 26.	68. 8.	67. 50.
62. 30.	69. 48	69. 28.	69. 9.	68. 51.	68. 33.	68. 16.
63. 0.	70. 11.	69. 52	69. 34.	69. 16.	68. 58.	68. 41.
63. 30.	70. 35.	70. 16.	69. 58.	69. 40.	69. 23.	69. 6.
64. 0.	70. 58	70. 40.	70. 22.	70. 5.	69. 47.	69. 31.

Fautes à corriger dans le Traité de la Gnomonique.

Pag. 21, art. 28, *lign.* 19, EQ, *lisez* EN.
page 52, *ligne* 6, du dividende de celui du diviseur, *lisez* du diviseur de celui du dividende.
pag. 84 & 90 à la marge, Fig. 15, *lisez* Fig. 18.
pag. 102, art. 89 *lig.* 2, avec le plan, *lisez* avec le vertical du plan.
pag. 110, *lig.* 1, DPL, *lisez* PDL.
pag. 113, *lig.* 1 après IDL, ajoutez (Fig. 10.)
pag. 117, *lig.* 15, logarithme du rayon, *lisez* double du log. du rayon.
pag. 124, *lig*, 3 & 4, DP*i*, *lisez* PD*i*.
pag. 155, *lig.* 13, CBP, *lisez* CPB.
pag. 156, art. 188, *lig.* 8, (170) *lisez* (70).
pag. 186, *lig.* 5, 1000000 parties, *lisez* 10,000,000 parties.
pag. 193, *lig.* 13, 15000, *lisez* 1500.
pag. 202, *lig.* 2, DPIII, *lisez* PDIII.
pag. 206 3°, *lig.* 6, du pied du stile, *lisez* du centre du Cadran que P.
pag. 208, *lig.* 17, de ces 1000, *lisez* de 1000.
pag. 221, art. 21, *lig.* 6 le premier plan vertical, *lisez* le premier vertical.
pag. 222, art. 23, *lig.* 6, c'est le contraire, *lisez* dans le second cas le centre du Cadran superieur est au-dessous de l'horisontale & au-dessus de l'équinoctiale; mais le centre du Cadran inferieur est au-dessus de l'horisontale & au-dessous de l'équinoctiale.
pag. 304, art. 94, *lig.* 8, ABIEMF, *lisez* ACDLMO.
pag. 319, art. 112, mettez D à la place de E dans tout cet article.
pag. 328 à la marge, Fig. 14, *lisez* Fig. 16.
pag. 3 des Tables pour le 18 de Septembre, 2, 46, *lisez* 1—46.
pag. 18 des Tables, colomne 5 vers le milieu, 56. 47, *lisez* 56. 26. *Ibidem* au-dessous, 56. 26, *lisez* 55. 46.

De l'Imprimerie de Ph. N. LOTTIN, rue Saint Jacques, à la Vérité. 1742.

Fautes à corriger dans le Traité de Gnomonique.

Pag. 36. art. 57. *lig.* 2. la premiere, *lis.* la cinquiéme.
p. 98. art. 93. *lig.* 10. la méridienne, *lis.* la soustilaire.
p. 102 *à la marge*, Fig. 10, *lis.* Fig. 16.
p. 213. art. 7. au lieu de 100, *mettez* 89.
p. 223. vers la fin de l'art. 25. 177, *lis.* 171.
p. 226. à la fin de l'art. 33. au lieu de 191, *mettez* 99. & à la place de 166, *mettez* 93.
p. 236. art. 48. *lig.* 5. 191, *lis.* 99.
p. 241. art. 57. au lieu de 103, *lis.* 121.
p. 242. vers la fin de l'art. 57. au lieu de 104 & de 103, *lis.* 122 & 121.
p. 249. à la fin de l'art. 66. au lieu de 190, *lis.* 104.
p. 250. vers le bas. au lieu de 18, *lis.* 23.
p. 262. vers le bas. au lieu de 203, *lis.* 91.
p. 263. vers la fin. 187, *lis.* 181. & ensuite 200, *lis.* 185.
p. 265. dans l'art. 31, au lieu de 203, *lis.* 91.
p. 279. art. 52. *lig.* 10. 184, *lis.* 178.
p. 285. art. 62 au lieu de 122, *lis.* 140.
p. 293. avant l'art. 74. au lieu de 37, *lis.* 43.
ibid. art. 74. au lieu de VIme, *lis.* VIIme. & au lieu de 154, *lis.* 157.
p. 322. art. 116. au lieu de 27 & 28, *lis.* 17 & 18.
p. 324. art. 119. au lieu de 28, *lis.* 18.
p. 221. art. 21. *lig.* 6 le premier plan vertical, *lis.* le premier vertical.
p. 222. art. 23. *lig.* 6, c'est le contraire, *lis.* dans le second cas le centre du Cadran supérieur est au-dessous de l'horisontale & au-dessus de l'équinoctiale; mais le centre du Cadran inférieur est au-dessus de l'horisontale & au-dessous de l'équinoctiale.
p. 297. *lig.* 14. septentrional, *lis.* méridional.
ibid. *lig.* 19, méridional, *lis.* septentrional.
p. 304. art. 94, *lig.* 8. ABIEMF, *lis.* ACDLMO.

p. 319. art. 112. *mettez* D à la place de E dans tout cet article.
p. 328. à la marge. Fig. 14, *lis.* Fig. 16.
p. 3. des Tables pour le 18 de Septembre, 2, 46, *lis.* 1—46.
p. 18. des Tables, colomne 5 vers le milieu, 56, 47; *lis.* 56, 26. *Ibidem* au-dessous, 56. 26, *lis.* 55. 46.

De l'Imprimerie de Ph. N. LOTTIN, rue saint Jacques, à la Vérité. 1746.

APPROBATION.

J'AI lû par ordre de Monseigneur le Chancelier un Manuscrit intitulé : *Traité de la Sphere & des Cadrans*, & j'ai crû que l'impression en seroit utile au Public. Fait à Paris ce 12 Mai 1740. Signé, CLAIRAUT.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, ou autres nos Justiciers qu'il appartiendra. SALUT. Notre bien-amé le Sieur FRANÇOIS RIVARD, Nous ayant fait remontrer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique*, s'il nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires : offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, suivant la feuille imprimée & attachée pour modéle sous le contre-scel des Présentes. A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Sr Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces présentes de faire imprimer ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en un ou plusieurs volumes, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de le faire vendre & distribuer par tout notre Royaume pendant le tems de douze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes : Faisons défenses à toutes sortes de personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance, comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en tout, ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit dudit Sieur Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Sr Exposant, & de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression de cet Ourage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs ; & que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725 ; & qu'avant que de l'exposer en vente, le manuscrit ou imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal

Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & feal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouïr ledit Sr Exposant ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: voulons que la copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & feaux Conseillers & Sécretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Chartre Normande, & lettres à ce contraire: Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le troisiéme jour du mois de Juin, l'an de grace mil sept cens quarante, & de notre regne le vingt-cinquiéme. Par le Roi en son Conseil,

SAINSON.

Registré sur le Registre X. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris. No. 370. fol. 357, *conformement au Réglement de 1723, qui fait defenses Art. IV.* à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs, ou autrement; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris huit Exemplaires prescrits par l'Article 108 du même Réglement. *A Paris le* 8 *Juin* 1740.

SAUGRAIN, Syndic.

De la Table des angles horaires du Cadran horiſontal.

141. Cette Table n'eſt autre choſe qu'une eſpece de Catalogue des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles que font les différentes lignes horaires de ce Cadran avec la méridienne : elle comprend dix degrés de latitude dont chacun eſt partagé en ſix parties égales, comme on l'a marqué au haut de chaque page de la Table : par exemple, on a marqué au haut de la premiere page les ſix parties égales du quarante-quatriéme degré de latitude, en mettant 43 10′, 43^d 20′, 43^d 30′, 43^d 40′, 43^d 50′, 44^d 0′.

142. On a placé ſous chacune de ces latitudes une colomne verticale qui contient les angles horaires de quart-d'heure en quart-d'heure depuis midi. On a auſſi poſé deux autres colomnes verticales à chaque page, une à gauche, l'autre à droite : la premiere à gauche contient les heures, les demies & les quarts depuis midi juſqu'à 6^h du matin, en allant de haut en bas. La ſeconde, qui eſt à la droite de la page, contient auſſi les heures, les demies & les quarts depuis midi juſqu'à 6^h du ſoir. Les heures ſont marquées en chifres Romains, les quarts ſont déſignés par 15, c'eſt-à-dire, 15 minutes, les demies par 30, & les trois quarts par 45. Cela poſé, on trouvera facilement les angles horaires de chaque latitude marquée dans la Table : par exemple, ſi je veux connoître quel eſt l'angle horaire que fait la ligne de dix heures & demie avec la mérid. à 43^d 20′ de latitude, je cherche dans la colomne des heures à gauche les 30 min. qui ſont au-deſſus de dix heures, & je regarde quel eſt l'angle qui eſt dans le même rang horiſontal ſous 43^d 20′, je trouve 15^d 52′, c'eſt la valeur de l'angle horaire formé par la mérid. avec la ligne horaire de 10 heures 30^m à la latitude de 43^d 20′. Si on veut ſçavoir quel eſt l'angle que fait la ligne de $1^h \frac{1}{2}$ après midi avec

la méridienne à la même latitude de 43^d 20′, on cherchera 30 min. dans la colomne à droite au-dessous d'une heure, & on regardera dans le rang horisontal de ces 30 min. l'angle qui est sous 43^d 20′, on trouvera 15^d 52′, c'est l'angle qu'on demande.

143. On remarquera que cet angle est le même que celui de 10^h 30^m, ce qui doit être ainsi: car dans les Cadrans horisontaux les angles horaires du matin sont égaux à ceux du soir, lorsque les heures qui répondent à ces angles sont également éloignées de midi. les unes avant & les autres après. On peut voir à présent pourquoi les heures vont en diminuant de haut en bas dans la colomne qui est à gauche, au lieu qu'elles vont en augmentant dans la colomne à droite : car comme il étoit nécessaire que les heures qui sont dans le même rang horisontal à gauche & à droite fussent également éloignées de midi, que l'on suppose au haut de l'une & de l'autre colomne, les heures ont dû aller en diminuant dans la premiere & en augmentant dans la seconde.

144. On n'a étendu cette Table que jusqu'à six heures soit du matin soit du soir : mais si on veut avoir un angle horaire de quelque heure qui précede la sixiéme du matin, ou qui soit après la sixiéme du soir, il est facile de le trouver par cette Table.

Je suppose ; par exemple, qu'on veuille trouver l'angle horaire de 5 heures du matin, il faut chercher l'angle horaire de 5 heures du soir, le supplément de cet angle sera l'angle qu'on veut connoître. Pareillement si on veut avoir l'angle horaire de 7 heures du soir, on cherchera l'angle de 7 heures du matin, le supplément de cet angle sera l'angle dont il s'agit. La raison de cela est que c'est la même ligne prolongée qui est la ligne horaire de 5 heures du soir, & celle de 5 heures du matin. Or cela étant, il faut qu'un des angles soit le supplément de l'autre, en supposant qu'on prend toujours les angles du côté de l'équinoctiale.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du soir.
	43ᵈ10′	43.20.	43.30.	43.40.	43.50.	44. 0.	
45.	2 34	2 35	2 35	2 35	2 36	2 36	15.
30.	5 9	5 10	5 11	5 12	5 13	5 14	30.
15.	7 45	7 46	7 48	7 49	7 51	7 52	45.
XI.	10 23	10 25	10 27	10 29	10 31	10 33	I.
45.	13 4	13 7	13 9	13 12	13 14	13 16	15.
30.	15 49	15 52	15 55	15 58	16 0	16 3	30.
15.	18 39	18 42	18 45	18 48	18 51	18 55	45.
X.	21 33	21 37	21 41	21 44	21 48	21 51	II.
45.	24 34	24 38	24 42	24 46	24 50	24 54	15.
30.	27 42	27 46	27 51	27 55	27 59	28 4	30.
15.	30 58	31 3	31 7	31 12	31 16	31 21	45.
IX.	34 23	34 28	34 33	34 38	34 42	34 47	III.
45.	37 58	38 3	38 8	38 13	38 18	38 23	15.
30.	41 43	41 49	41 54	41 59	42 4	42 9	30:
15.	45 41	45 46	45 51	45 56	46 2	46 7	45.
VIII.	49 50	49 56	50 1	50 6	50 11	50 16	IV.
45.	54 13	54 18	54 23	54 28	54 33	54 38	15.
30.	58 48	58 53	58 58	59 2	59 7	59 12	30.
15.	63 37	63 41	63 45	63 49	63 53	63 57	45.
VII.	68 37	68 40	68 44	68 47	68 51	68 54	V.
45.	73 47	73 50	73 53	73 56	73 59	74 1	15.
30.	79 7	79 8	79 10	79 12	79 14	79 16	30.
15.	84 32	84 33	84 34	84 35	84 36	84 37	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du ſoir.
	44° 10′	44.20.	44.30.	44.40.	44.50.	45. 0.	
45.	2 37	2 37	2 38	2 38	2 39	2 39	15.
30.	5 15	5 15	5 16	5 17	5 18	5 19	30.
15.	7 53	7 55	7 56	7 58	7 59	8 0	45.
XI.	10 35	10 36	10 38	10 40	10 42	10 44	I.
45.	13 18	13 21	13 23	13 25	13 28	13 30	15.
30.	16 6	16 9	16 11	16 14	16 17	16 20	30.
15.	18 58	19 1	19 4	19 7	19 10	19 13	45.
X.	21 55	21 58	22 2	22 6	22 9	22 13	II.
45.	24 58	25 2	25 6	25 10	25 14	25 17	15.
30.	28 8	28 12	28 16	28 21	28 25	28 29	30.
15.	31 26	31 30	31 35	31 39	31 44	31 48	45.
IX.	34 52	34 57	35 2	35 6	35 11	35 16	III.
45.	38 28	38 33	38 38	38 43	38 48	38 53	15.
30.	42 15	42 20	42 25	42 30	42 35	42 40	30.
15.	46 12	46 17	46 22	46 27	46 32	46 37	45.
VIII.	50 21	50 26	50 31	50 36	50 41	50 46	IV.
45.	54 43	54 47	54 52	54 57	55 2	55 7	15.
30.	59 16	59 21	59 25	59 30	59 34	59 38	30.
15.	64 2	64 6	64 10	64 14	64 18	64 21	45.
VII.	68 58	69 1	69 5	69 8	69 12	69 15	V.
45.	74 4	74 7	74 9	74 12	74 15	74 17	15.
30.	79 18	79 20	79 22	79 24	79 25	79 27	30.
15.	84 38	84 39	84 39	84 40	84 41	84 42	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du soir.
	45.10.	45.20.	45.30.	45.40.	45.50.	46. 0.	
45.	2 40	2 40	2 41	2 41	2 42	2 42	15.
30.	5 20	5 21	5 22	5 23	5 24	5 25	30.
15.	8 2	8 3	8 5	8 6	8 7	8 9	45.
XI.	10 46	10 47	10 49	10 51	10 53	10 55	I.
45.	13 32	13 34	13 37	13 39	13 41	13 43	15.
30.	16 22	16 25	16 28	16 30	16 33	16 36	30.
15.	19 17	19 20	19 23	19 26	19 29	19 32	45.
X.	22 16	22 20	22 23	22 26	22 30	22 33	II.
45.	25 21	25 25	25 29	25 33	25 37	25 40	15.
30.	28 33	28 37	28 42	28 46	28 50	28 54	30.
15.	31 53	31 57	32 2	32 6	32 10	32 15	45.
IX.	35 21	35 25	35 30	35 35	35 39	35 44	III.
45.	38 58	39 3	39 7	39 12	39 17	39 22	15.
30.	42 45	42 50	42 55	42 59	43 4	43 9	30.
15.	46 42	46 47	46 52	46 57	47 2	47 7	45.
VIII.	50 51	50 56	51 1	51 5	51 10	51 15	IV.
45.	55 11	55 16	55 20	55 25	55 30	55 34	15.
30.	59 43	59 47	59 51	59 56	60 0	60 4	30.
15.	64 25	64 29	64 33	64 37	64 41	64 44	45.
VII.	69 18	69 21	69 25	69 28	69 31	69 34	V.
45.	74 20	74 23	74 25	74 28	74 30	74 33	15.
30.	79 29	79 31	79 33	79 34	79 36	79 38	30.
15.	84 43	84 44	84 45	84 46	84 47	84 48	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du soir.
	46.10.	46.20.	46.30.	46.40.	46.50.	47 0.	
45.	2 42	2 43	2 43	2 44	2 44	2 45	15.
30.	5 25	5 26	5 27	5 28	5 29	5 30	30.
15.	8 10	8 11	8 13	8 14	8 15	8 17	45.
XI.	10 56	10 58	11 0	11 2	11 4	11 5	I.
45.	13 46	13 48	13 50	13 52	13 54	13 57	15.
30.	16 38	16 41	16 43	16 46	16 49	16 51	30.
15.	19 35	19 38	19 41	19 44	19 47	19 50	45.
X.	22 37	22 40	22 43	22 47	22 50	22 54	II.
45.	25 44	25 48	25 52	25 55	25 59	26 3	15.
30.	28 58	29 2	29 6	29 10	29 14	29 18	30.
15.	32 19	32 23	32 28	32 32	32 36	32 41	45.
IX.	35 48	35 53	35 57	36 2	36 6	36 11	III.
45.	39 26	39 31	39 36	39 40	39 45	39 50	15.
30.	43 14	43 19	43 23	43 28	43 33	43 38	30.
15.	47 12	47 16	47 21	47 26	47 30	47 35	45.
VIII.	51 20	51 24	51 29	51 34	51 38	51 43	IV.
45.	55 39	55 43	55 47	55 52	55 56	56 1	15.
30.	60 8	60 12	60 16	60 20	60 25	60 29	30.
15.	64 48	64 52	64 55	64 59	65 3	65 6	45.
VII.	69 37	69 41	69 44	69 47	69 50	69 53	V.
45.	74 35	74 38	74 40	74 42	74 45	74 47	15.
30.	79 39	79 41	79 43	79 44	79 46	79 48	30.
15.	84 49	84 49	84 50	84 51	84 52	84 53	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne, & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du ſoir.
	47.10.	47.20.	47.30.	47.40.	48.50.	48. 0.	
45.	2 45	2 46	2 46	2 46	2 47	2 47	15.
30.	5 31	5 32	5 33	5 34	5 34	5 35	30.
15.	8 18	8 19	8 21	8 22	8 23	8 24	45.
XI.	11 7	11 9	11 11	11 12	11 14	11 16	I.
45.	13 59	14 1	14 3	14 5	14 7	14 10	15.
30.	16 54	16 56	16 59	17 2	17 4	17 7	30.
15.	19 53	19 56	19 59	20 2	20 5	20 8	45
X.	22 57	23 0	23 4	23 7	23 10	23 13	II.
45.	26 6	26 10	26 14	26 17	26 21	26 24	15.
30.	29 22	29 26	29 30	29 34	29 38	29 42	30.
15.	32 45	32 49	32 53	32 57	33 2	33 6	45.
IX.	36 15	36 20	36 24	36 28	36 33	36 37	III.
45.	39 54	39 59	40 3	40 8	40 12	40 17	15.
30.	43 42	43 47	43 51	43 56	44 1	44 5	30.
15.	47 40	47 44	47 49	47 54	47 58	48 3	45.
VIII.	51 47	51 52	51 56	52 1	52 5	52 9	IV.
45.	56 5	56 9	56 13	56 18	56 22	56 26	15.
30.	60 33	60 36	60 40	60 44	60 48	60 52	30.
15.	65 10	65 13	65 17	65 20	65 24	65 27	45.
VII.	69 56	69 59	70 2	70 5	70 8	70 10	V.
45.	74 50	74 52	74 54	74 57	74 59	75 1	15.
30.	79 50	79 51	79 53	79 54	79 56	79 57	30.
15.	84 54	84 54	84 55	84 56	84 57	84 58	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du soir.
	48.10.	48.20.	48.30.	48.40.	48.50.	49. 0.	
45.	2 48	2 48	2 49	2 49	2 50	2 50	15.
30.	5 36	5 37	5 38	5 39	5 40	5 40	30.
15.	8 26	8 27	8 28	8 30	8 31	8 32	45.
XI.	11 17	11 19	11 21	11 23	11 24	11 26	I
45.	14 12	14 14	14 16	14 18	14 20	14 22	15.
30.	17 9	17 12	17 14	17 17	17 19	17 22	30.
15.	20 11	20 13	20 16	20 19	20 22	20 25	45.
X.	23 17	23 20	23 23	23 26	23 30	23 33	II.
45.	26 28	26 32	26 35	26 39	26 42	26 46	15.
30.	29 46	29 49	29 53	29 57	30 1	30 35	30.
15.	33 10	33 14	33 18	33 22	33 26	33 30	45.
IX.	36 41	36 46	36 50	36 54	36 58	37 3	III.
45.	40 21	40 26	40 30	40 34	40 39	40 43	15.
30.	44 10	44 14	44 18	44 23	44 27	44 32	30.
15.	48 7	48 11	48 16	48 20	48 25	48 29	45.
VIII.	52 14	52 18	52 22	52 27	52 31	52 35	IV.
45.	56 30	56 34	56 38	56 42	56 46	56 50	15.
30.	60 56	61 0	61 3	61 7	61 11	61 15	30.
15.	65 30	65 34	65 37	65 40	65 44	65 47	45.
VII.	70 13	70 16	70 19	70 22	70 25	70 27	V.
45.	75 3	75 5	75 8	75 10	75 12	75 14	15.
30.	79 59	80 0	80 2	80 3	80 5	80 6	30.
15.	84 58	84 59	85 0	85 1	85 2	85 2	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du soir.
	49. 10.	49. 20.	49. 30.	49. 40.	49. 50.	50. 0.	
45.	2 50	2 51	2 51	2 52	2 52	2 52	15.
30.	5 41	5 42	5 43	5 44	5 45	5 45	30.
15.	8 34	8 35	8 36	8 37	8 39	8 40	45.
XI.	11 28	11 29	11 31	11 33	11 34	11 36	I.
45.	14 24	14 26	14 28	14 31	14 33	14 35	15.
30.	17 24	17 27	17 29	17 31	17 34	17 36	30.
15.	20 28	20 31	20 33	20 36	20 39	20 42	45.
X.	23 36	23 39	23 42	23 45	23 48	23 52	II.
45.	26 49	26 53	26 56	27 0	27 3	27 6	15.
30.	30 8	30 12	30 16	30 20	30 23	30 27	30.
15.	33 34	33 38	33 42	33 46	33 50	33 54	45.
IX.	37 7	37 11	37 15	37 19	37 23	37 27	III.
45.	40 47	40 51	40 56	41 0	41 4	41 8	15.
30.	44 36	44 40	44 44	44 49	44 53	44 57	30.
15.	48 33	48 38	48 42	48 46	48 50	48 54	45.
VIII.	52 39	52 43	52 48	52 52	52 56	53 0	IV.
45.	56 54	56 58	57 2	57 6	57 10	57 14	15.
30.	61 18	61 22	61 25	61 29	61 33	61 36	30.
15.	65 50	65 53	65 57	66 0	66 3	66 6	45.
VII.	70 30	70 33	70 35	70 38	70 41	70 43	V.
45.	75 16	75 18	75 21	75 23	75 25	75 27	15.
30.	80 8	80 9	80 11	80 12	80 14	80 15	30.
15.	85 3	85 4	85 5	85 5	85 6	85 7	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.* 50.10.	50.20.	50.30.	50.40.	50.50.	51. 0.	Heures du ſoir.
45.	2 53	2 53	2 54	2 54	2 55	2 55	15.
30.	5 46	5 47	5 48	5 49	5 50	5 51	30.
15.	8 41	8 42	8 44	8 45	8 46	8 47	45.
XI.	11 38	11 39	11 41	11 43	11 44	11 46	I.
45.	14 37	14 39	14 41	14 43	14 45	14 47	15.
30.	17 39	17 41	17 44	17 46	17 48	17 51	30.
15.	20 45	20 47	20 50	20 53	20 55	20 58	45.
X.	23 55	23 58	24 1	24 4	24 7	24 10	II.
45.	27 10	27 13	27 17	27 20	27 23	27 27	15.
30.	30 31	30 34	30 38	30 41	30 45	30 49	30.
15.	33 58	34 1	34 5	34 9	34 13	34 17	45.
IX.	37 31	37 35	37 39	37 43	37 47	37 51	III.
45.	41 12	41 17	41 21	41 25	41 29	41 33	15.
30.	45 1	45 6	45 10	45 14	45 18	45 22	30.
15.	48 58	49 3	49 7	49 11	49 15	49 19	45.
VIII.	53 4	53 8	53 12	53 16	53 20	53 24	IV.
45.	57 18	57 21	57 25	57 29	57 33	57 36	15.
30.	61 40	61 43	61 46	61 50	61 53	61 57	30.
15.	66 9	66 12	66 15	66 18	66 21	66 24	45.
VII.	70 46	70 49	70 51	70 54	70 56	70 59	V.
45.	75 29	75 31	75 33	75 35	75 37	75 39	15.
30.	80 16	80 18	80 19	80 21	80 22	80 23	30.
15.	85 7	85 8	85 9	85 10	85 10	85 11	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du ſoir.
	51.10.	51.20.	51.30.	51.40.	51.50.	52. 0.	
45.	2 55	2 56	2 56	2 57	2 57	2 57	15.
30.	5 51	5 52	5 53	5 54	5 55	5 55	30.
15.	8 48	8 50	8 51	8 52	8 53	8 55	45.
XI.	11 47	11 49	11 51	11 52	11 54	11 55	I
45.	14 49	14 51	14 53	14 55	14 57	14 59	15.
30.	17 53	17 55	17 58	18 0	18 2	18 5	30.
15.	21 1	21 4	21 6	21 9	21 12	21 14	45.
X.	24 13	24 16	24 19	24 22	24 25	24 28	II.
45.	27 30	27 33	27 36	27 40	27 43	27 46	15.
30.	30 52	30 56	30 59	31 3	31 6	31 10	30.
15.	34 20	34 24	34 28	34 32	34 35	34 39	45.
IX.	37 55	37 59	38 3	38 7	38 11	38 14	III.
45.	41 37	41 41	41 45	41 49	41 53	41 57	15.
30.	45 26	45 30	45 34	45 38	45 42	45 46	30.
15.	49 23	49 27	49 31	49 35	49 39	49 42	45.
VIII.	53 27	53 31	53 35	53 39	53 43	53 46	IV.
45.	57 40	57 44	57 47	57 51	57 54	57 57	15.
30.	62 0	62 3	62 7	62 10	62 13	62 16	30.
15.	66 27	66 30	66 33	66 36	66 39	66 42	45.
VII.	71 1	71 4	71 6	71 9	71 11	71 13	V.
45.	75 41	75 43	75 44	75 46	75 48	75 50	15.
30.	80 25	80 26	80 27	80 28	80 30	80 31	30.
15.	85 12	85 12	85 13	85 14	85 14	85 15	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table IX. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne, & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du ſoir.
	52.10.	52.20.	52.30.	52.40.	52.50.	53. 0.	
45.	2 58	2 58	2 59	2 59	2 59	3 0	15.
30.	5 56	5 57	5 58	5 59	5 59	6 0	30.
15.	8 56	8 57	8 58	8 59	9 0	9 2	45.
XI.	11 57	11 59	12 0	12 2	12 3	12 5	I.
45.	15 1	15 2	15 4	15 6	15 8	15 10	15.
30.	18 7	18 9	18 12	18 14	18 16	18 18	30.
15.	21 17	21 19	21 22	21 25	21 27	21 30	45
X.	24 31	24 34	24 37	24 40	24 42	24 45	II.
45.	27 49	27 53	27 56	27 59	28 2	28 5	15.
30.	31 13	31 17	31 20	31 23	31 27	31 30	30.
15.	34 43	34 46	34 50	34 53	34 57	35 0	45.
IX.	38 18	38 22	38 26	38 29	38 33	38 37	III.
45.	42 0	42 4	42 8	42 12	42 16	42 19	15.
30.	45 50	45 54	45 57	46 1	46 5	46 9	30.
15.	49 46	49 50	49 54	49 58	50 1	50 5	45.
VIII.	53 50	53 54	53 57	54 0	54 5	54 8	IV.
45.	58 1	58 5	58 8	58 12	58 15	58 18	15.
30.	62 20	62 23	62 26	62 29	62 32	62 35	30.
15.	66 45	66 47	66 50	66 53	66 56	66 58	45.
VII.	71 16	71 18	71 20	71 23	71 25	71 27	V.
45.	75 52	75 54	75 56	75 57	75 59	76 1	15.
30.	80 32	80 34	80 35	80 36	80 37	80 38	30.
15.	85 15	85 16	85 17	85 17	85 18	85 19	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.



TABLE

DU TRAITE' DE LA GNOMONIQUE.

LIVRE PREMIER.

LIVRE SECOND.

Troisiéme Section.

LIVRE TROISIE'ME.

Des

LIVRE QUATRIE'ME.

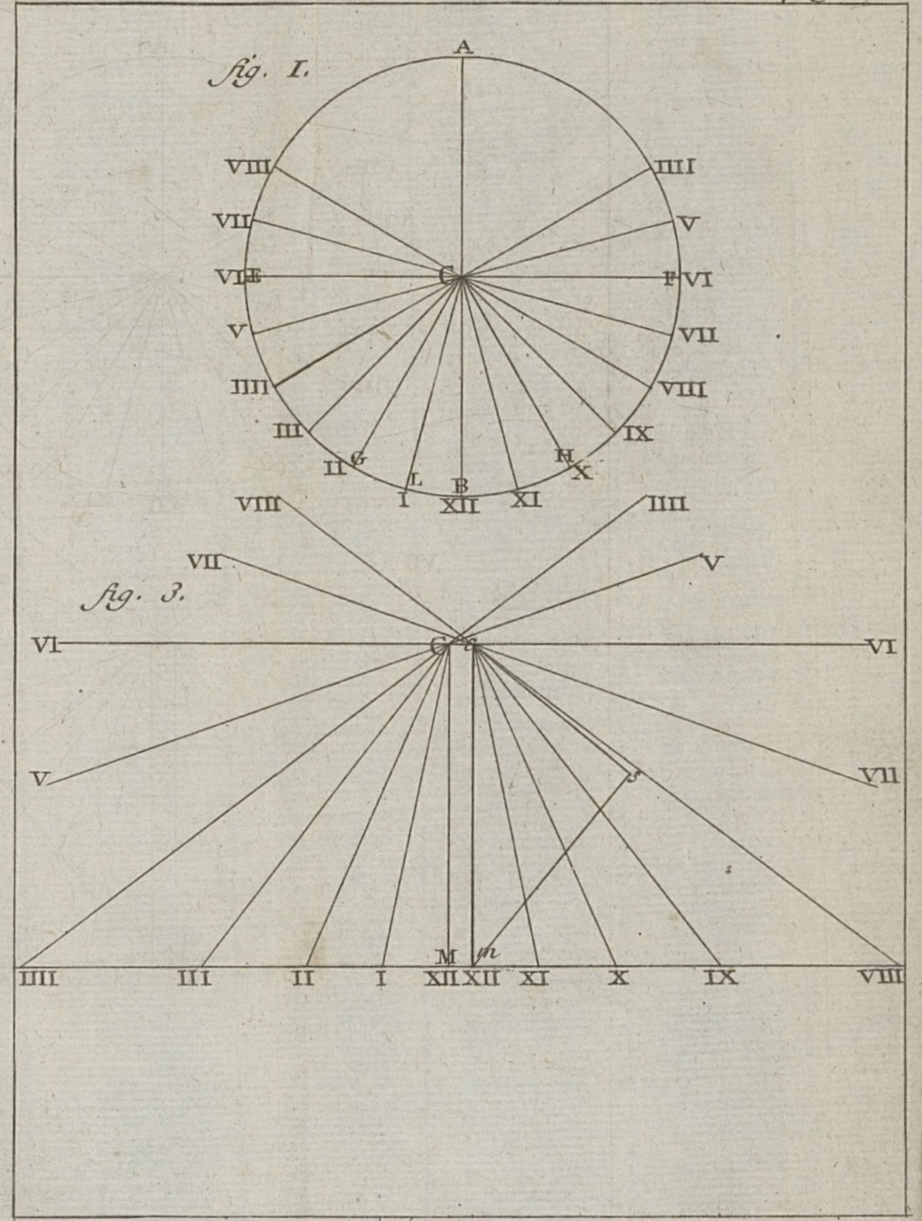
Fin de la Table.

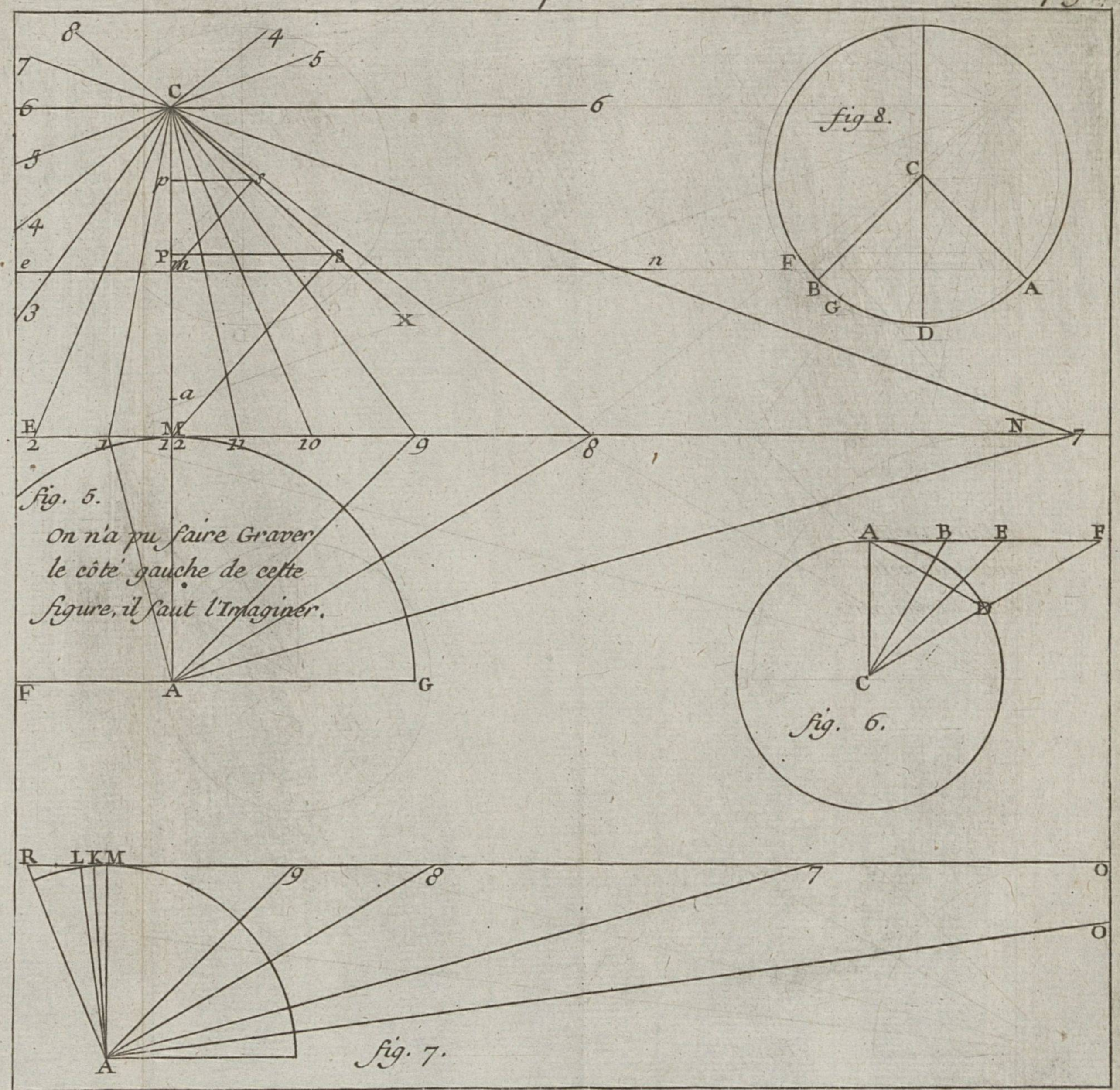
FAUTES A CORRIGER.

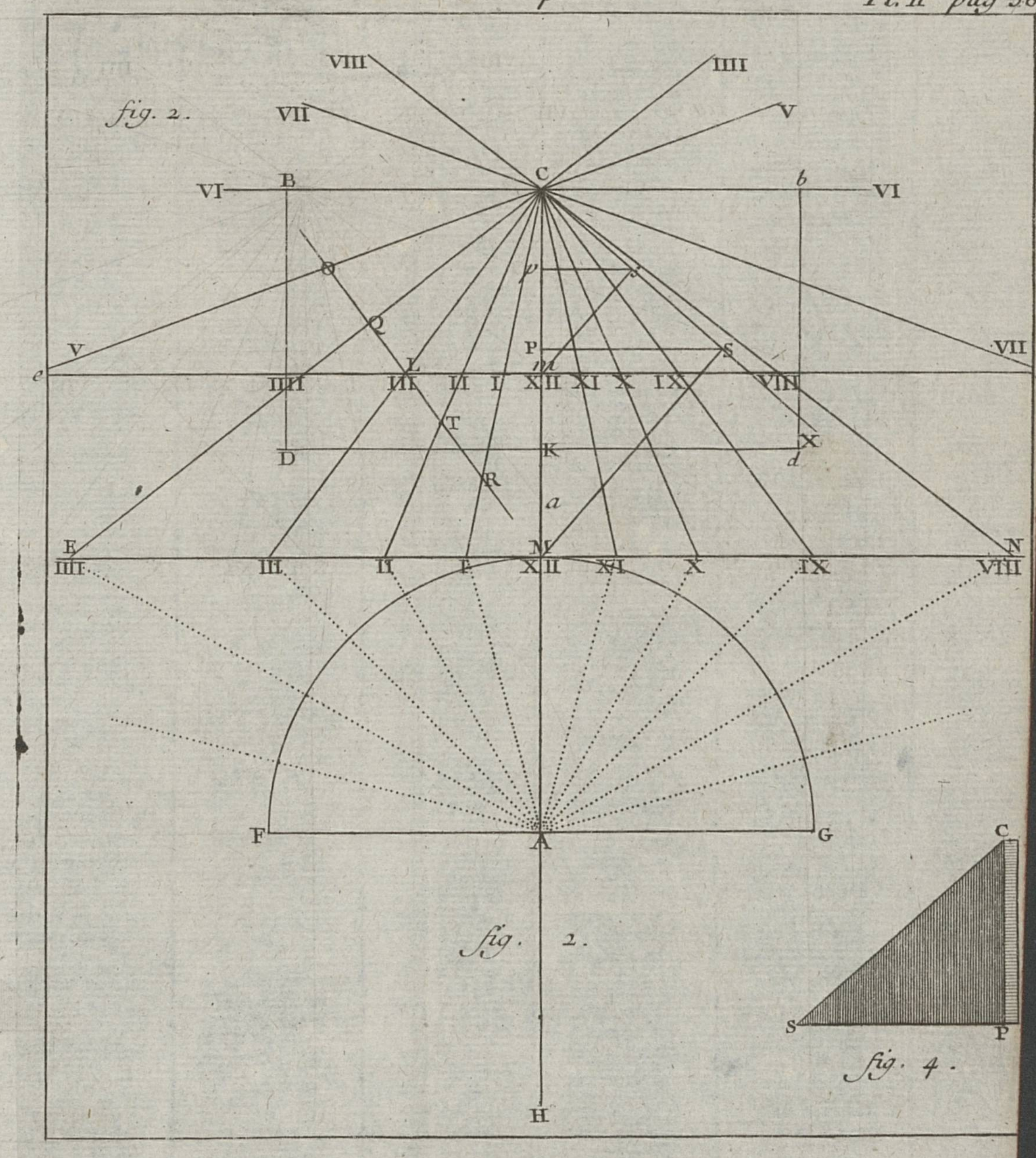
Pag. 25. *art.* 33. *lign.* 7. la cinquiéme, *lis.* la neuviéme.
p. 36. *art.* 57. *lig.* 2. la premiere, *lis.* la neuviéme.

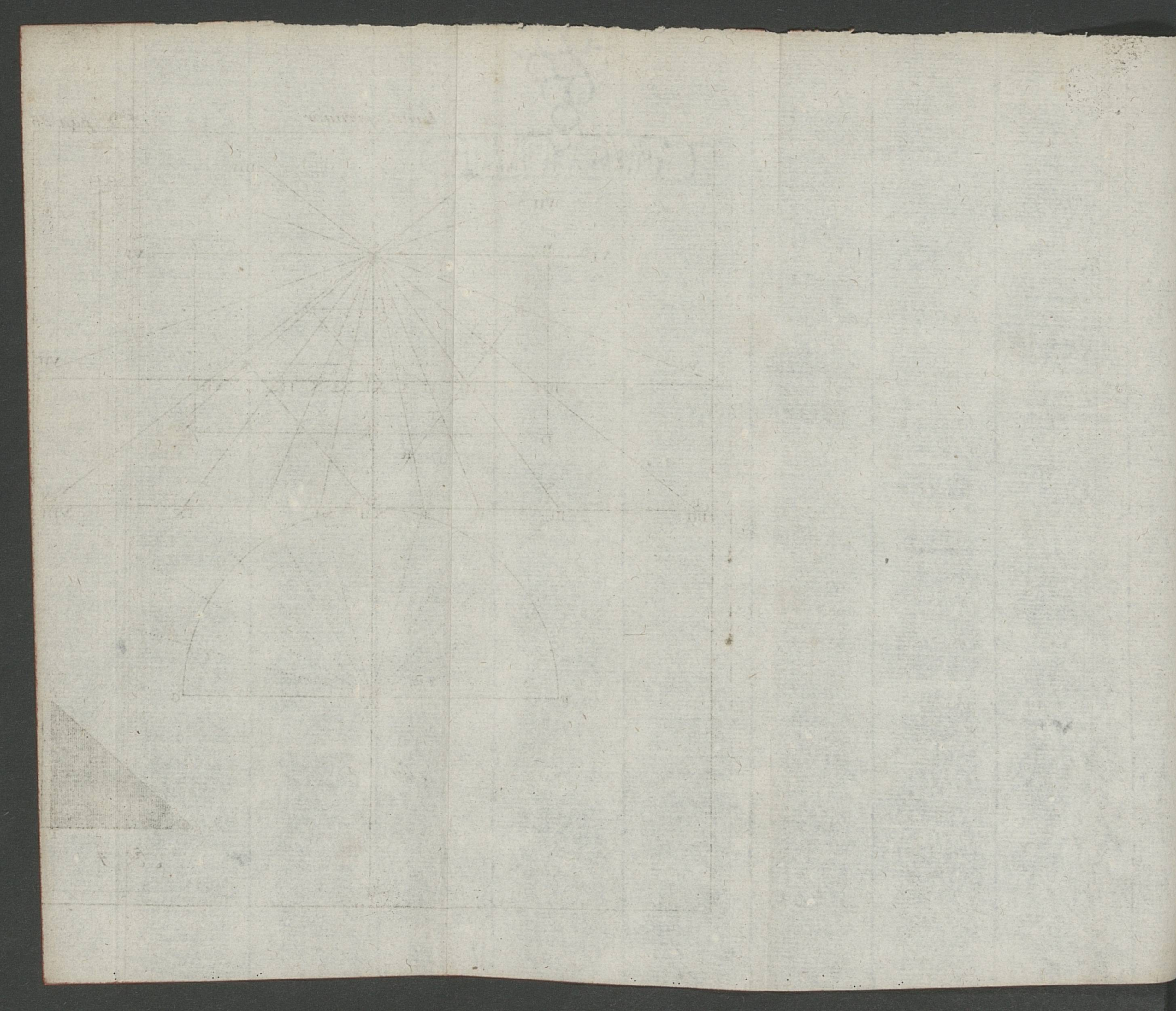
TABLE VIII. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

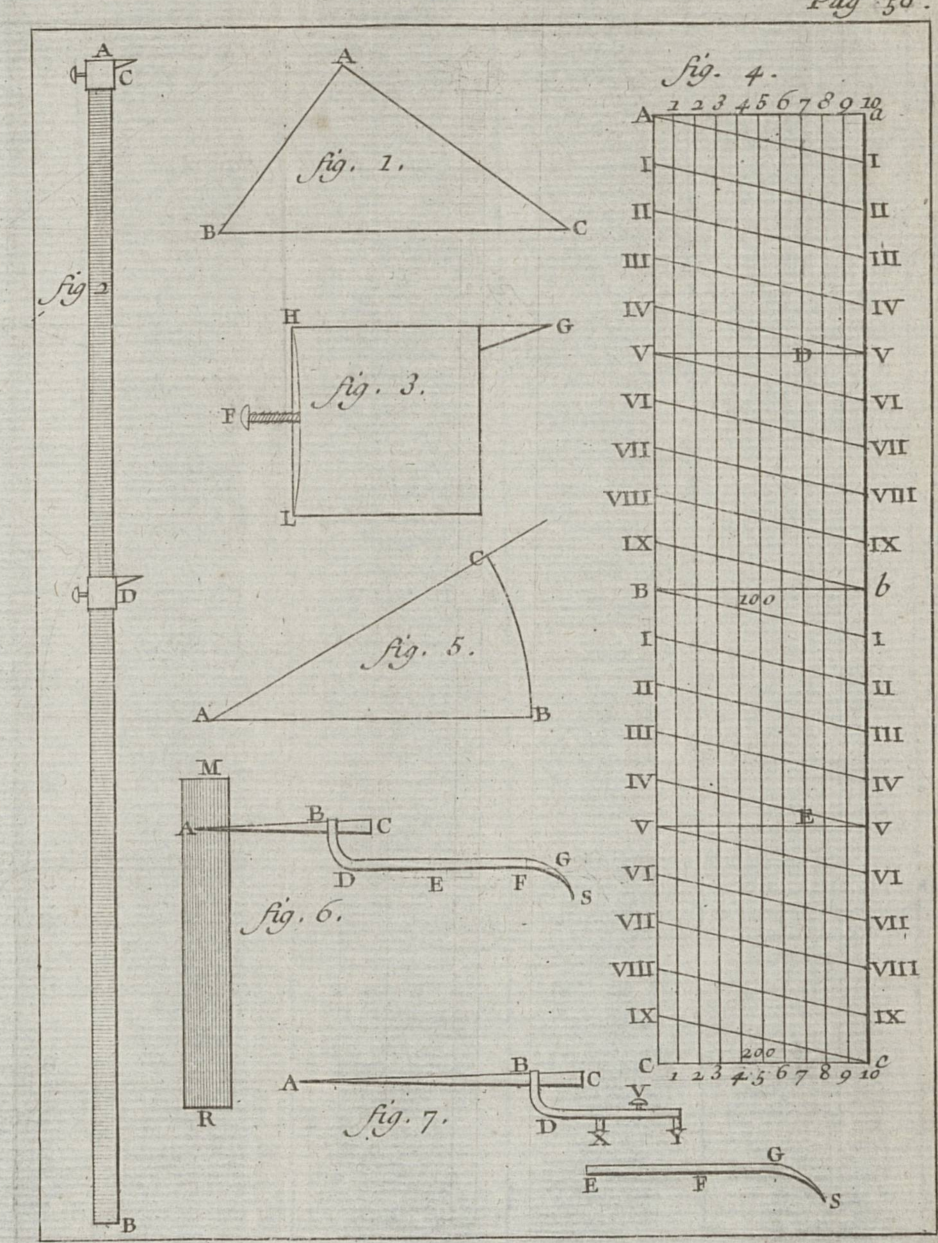
Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.*					
	45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
48^{d}.30′	57. 58.	57. 32.	57. 6.	56. 41.	56. 16.	55. 52.
49. 0.	58. 25.	57. 59.	57. 33.	57. 8.	56. 44.	56. 20.
49. 30.	58. 53.	58. 26.	58. 1.	57. 36.	57. 12.	56. 48.
50. 0.	59. 19.	58. 53.	58. 28.	58. 3.	57. 39.	57. 16.
50. 30.	59. 46.	59. 20.	58. 55.	58. 31.	58. 7.	57. 44.
51. 0.	60. 12.	59. 47.	59. 22.	58. 58.	58. 34.	58. 11.
51. 30.	60. 39.	60. 13.	59. 49.	59. 25.	59. 1.	58. 39.
52. 0.	61 5.	60. 40.	60. 16.	59 52.	59. 29.	59. 6.
52. 30.	61. 31.	61. 6.	60. 42.	60. 18.	59. 56.	59. 33.
53. 0.	61. 57.	61. 32.	61. 8.	60. 45.	60. 22.	60. 0.
53. 30.	62. 23.	61. 58.	61. 35.	61. 12.	60. 49.	60. 27.
54. 0.	62. 49.	62. 24.	62. 1.	61. 38.	61. 16.	60. 54.
54. 30.	63. 14.	62. 50.	62. 27.	62. 4.	61. 42.	61. 21.
55. 0.	63. 39.	63. 16.	62. 53.	62. 31.	62. 9.	61. 47.
55. 30.	64. 5.	63. 42.	63 19.	62. 57.	62. 35.	62. 14.
56. 0.	64. 30.	64. 7.	63 44.	63. 23.	63. 1.	62. 40.
56. 30.	64. 55.	64. 32.	64. 10.	63. 49.	63. 27.	63. 7.
57. 0.	65. 20.	64. 58.	64. 36.	64. 14.	63. 53.	63. 33.
57. 30.	65. 45.	65. 23.	65. 1.	64. 40.	64. 19.	63 59.
58. 0.	66. 10.	65. 48.	65. 26.	65. 5.	64. 45.	64. 25.
58. 30.	66. 34.	66. 13.	65. 52.	65. 31.	65. 11.	64. 51.
59. 0.	66. 59.	66. 37.	66. 17.	65. 56.	65. 36.	65. 17.
59. 30.	67. 23.	67. 2.	66. 42.	66. 22.	66. 2.	65. 43.
60. 0.	67. 48.	67. 27.	67. 7.	66. 47.	66. 27.	66. 9.
60. 30.	68. 12.	67. 51.	67. 31.	67. 12.	66. 53.	66. 34.
61. 0.	68. 36.	68. 16.	67. 56.	67. 37.	67. 18.	67. 0.
61. 30.	69. 0.	68. 40.	68. 21.	68. 2.	67. 43.	67. 25.
62. 0	69. 24.	69. 4.	68. 45.	68. 26.	68. 8.	67. 50.
62. 30.	69. 48.	69. 28.	69. 9.	68. 51.	68. 33.	68. 16.
63. 0.	70. 11.	69. 52.	69. 34.	69. 16.	68. 58.	68. 41.
63. 30.	70. 35.	70. 16.	69. 58.	69. 40.	69. 23.	69. 6.
64. 0.	70. 58.	70. 40.	70. 22.	70. 5.	69. 47.	69. 31.

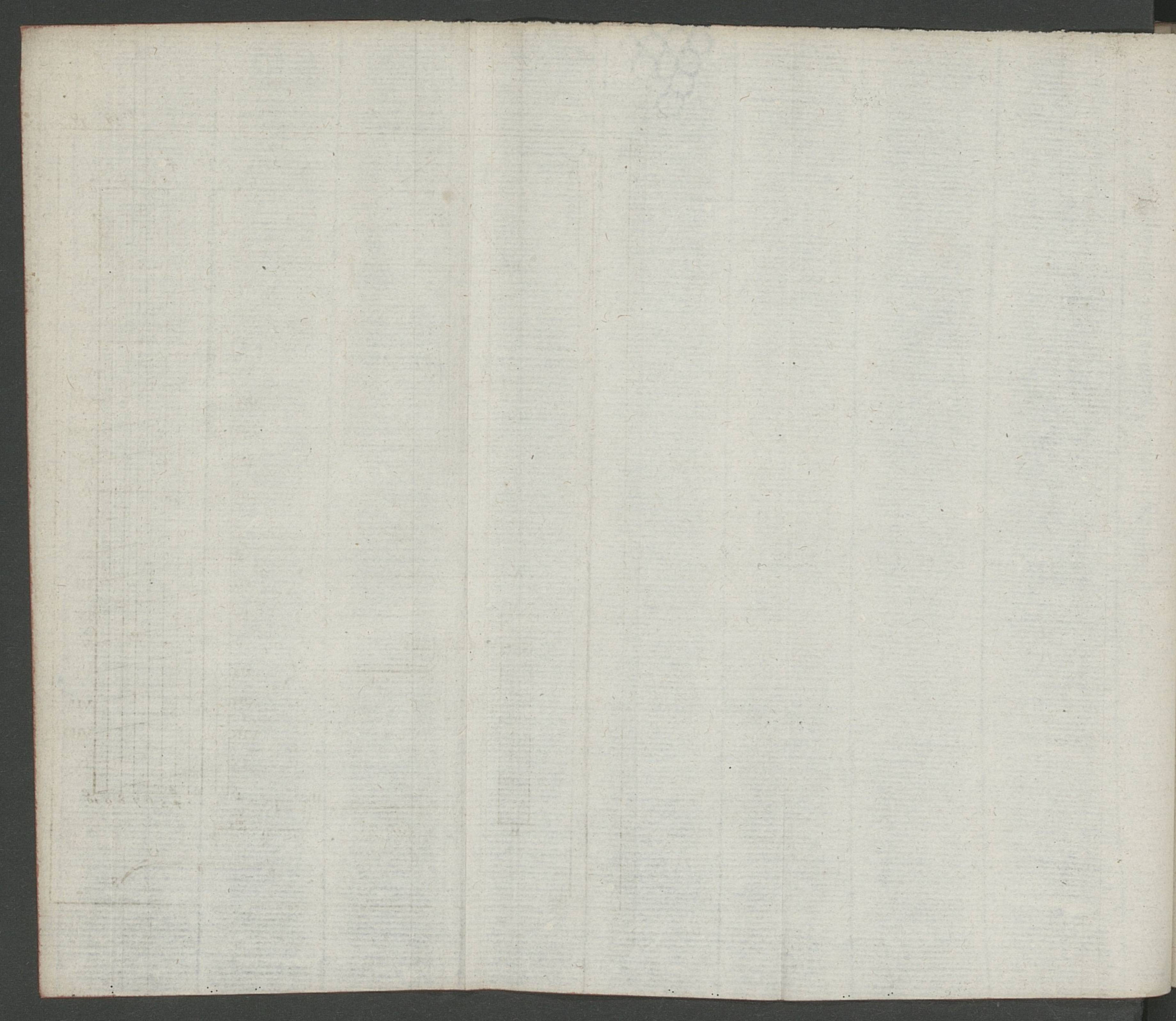

fig. I.
A
VIII
IIII
VII
V
VI E
C
F VI
V
VII
IIII
VIII
III
IX
II G
H
X
L
I
B
XII
XI
VIII
IIII
VII
V
fig. 3.
VI
C c
VI
V
VII
s
M
m
IIII
III
II
I
XII
XII
XI
X
IX
VIII


fig 8.
fig. 5.
On n'a pu faire Graver
le côté gauche de cette
figure, il faut l'Imaginer.
fig. 6.
fig. 7.


fig. 2.
VIII
IIII
VII
V
VI
B
C
b
VI
O
p
Q
P
S
V
VII
e
L
m
IIII
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
T
X
D
K
d
R
a
E
M
N
IIII
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
F
A
G
C
fig. 2.
S
P
fig. 4.
H




fig. 1.
fig 2
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.
100
200



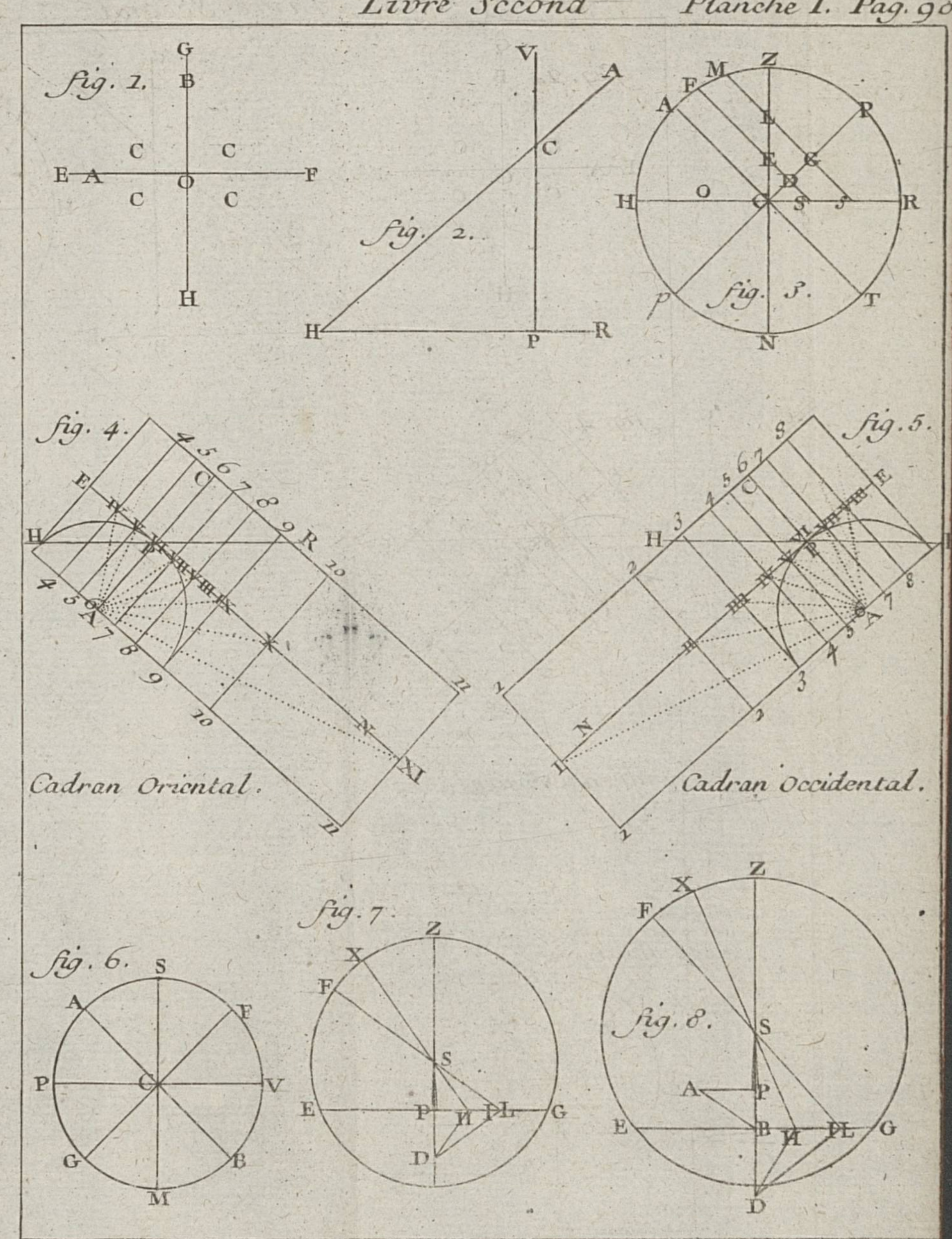
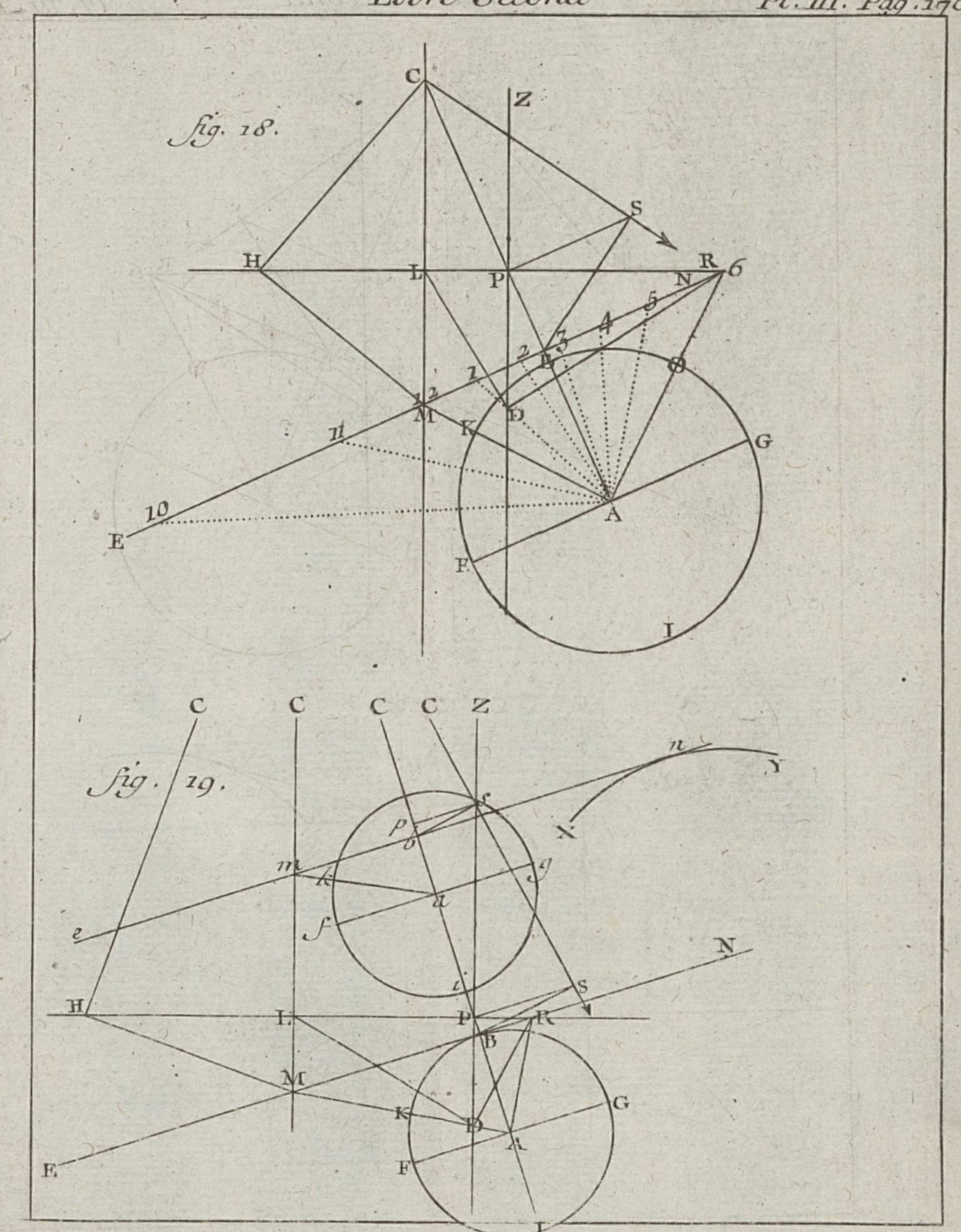
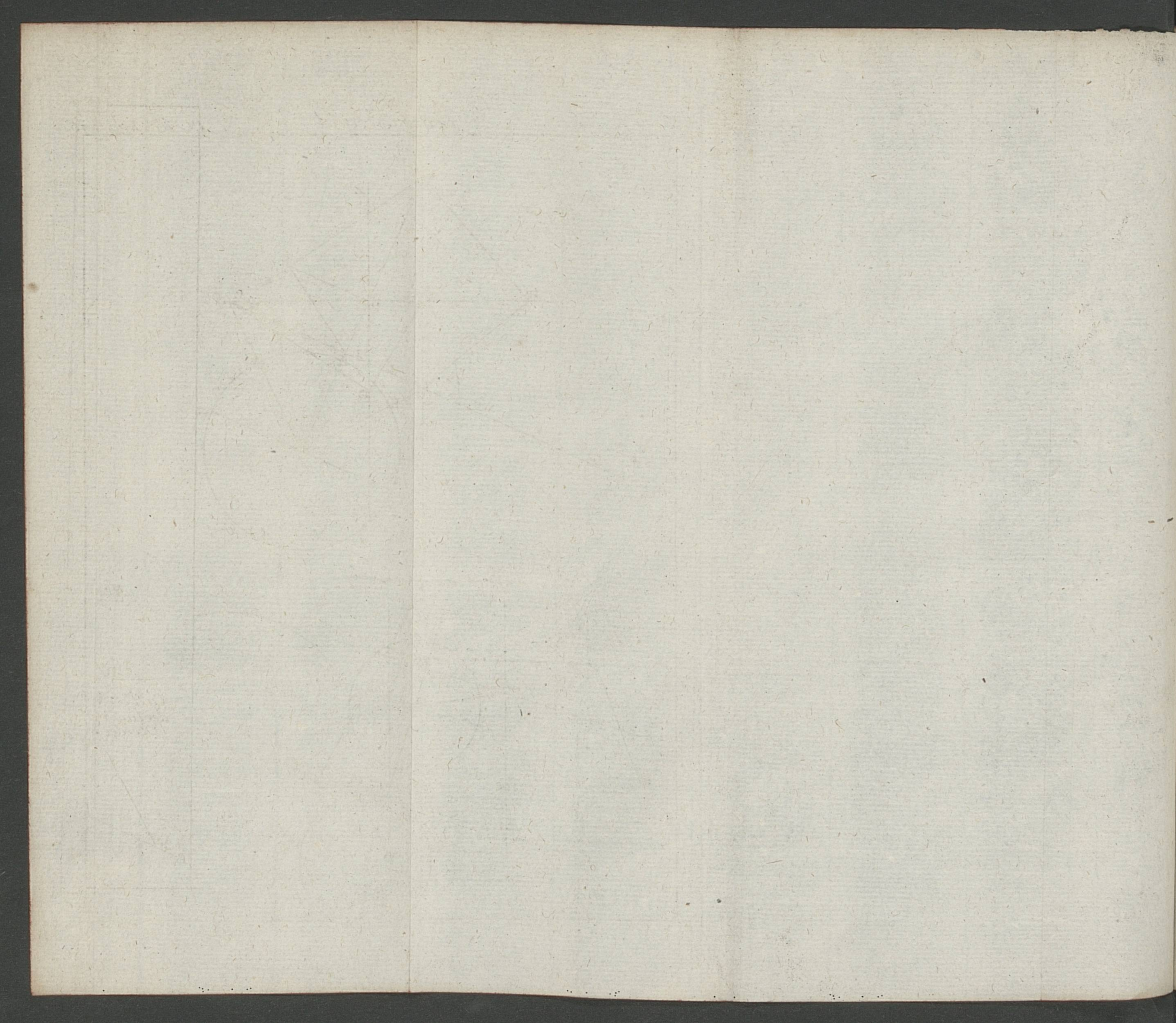
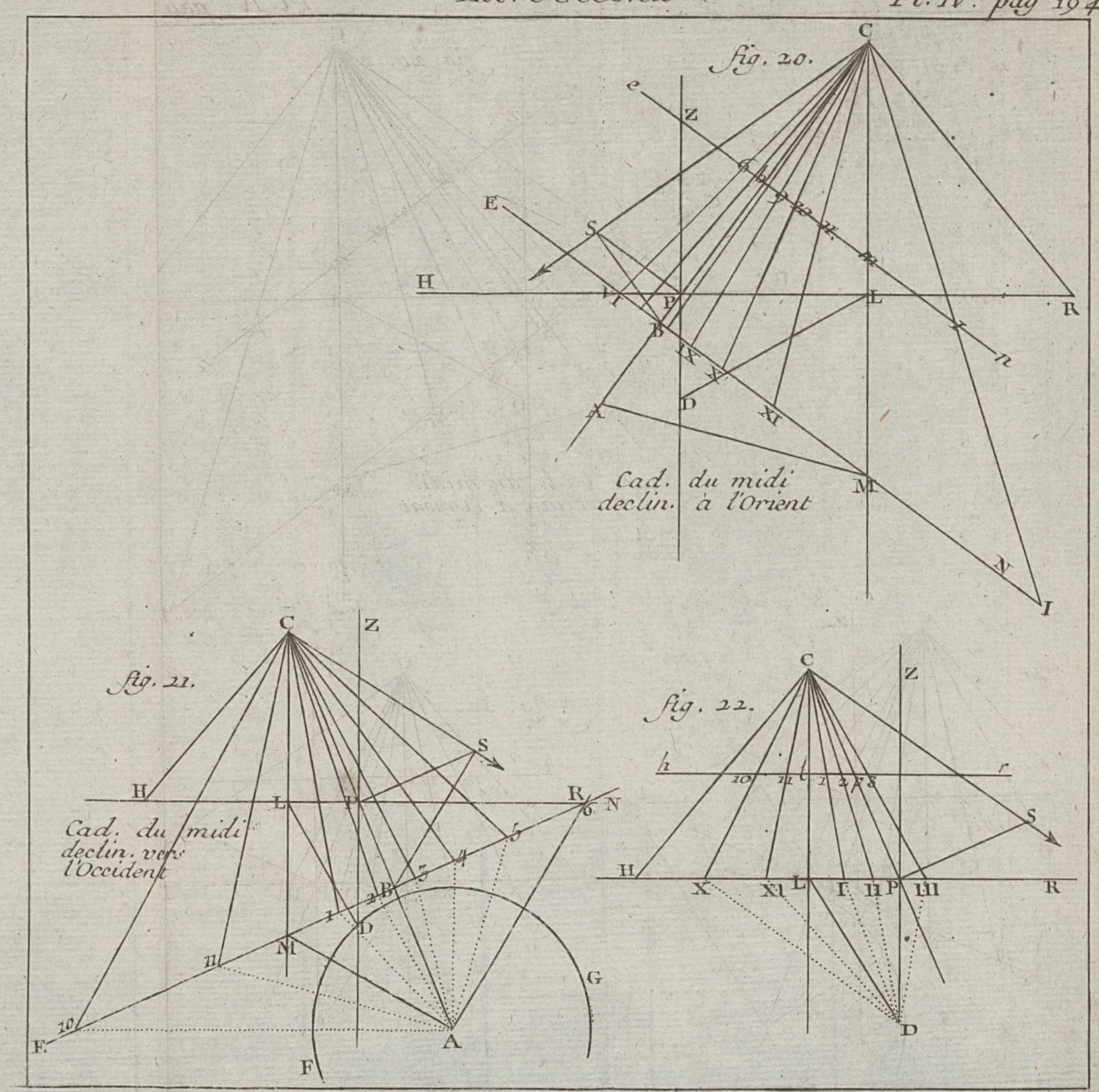

Livre Second
Planche I. Pag. 90
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
Cadran Oriental.
Cadran Occidental.
fig. 6.
fig. 7
fig. 8.

fig. 9.
G
T
E
A
E
C
F
S
H
B
fig. 10.
C
Z
S
i
H
P
I
L
K
R
f
D
F
M
G
Z
P
S
fig. 11.
D
F
Y
fig 12
Z
X
A
P
D
S
H
R
O
T
Z
P
X
A
S
X
S
H
O
O
R
T
fig. 13.
Z
P
A
X
S
H
R
O
D
T
fig. 14.
fig. 15.
N
I
K
D
A
L
R
O
Z
E
T
H
B
C
G
M
F
S
P
Z
X
fig. 16.
V
S
Z
A
P
s
H
R
C
p
T
fig. 27.


fig. 18.
C
Z
S
H
L
P
R
N
6
5
4
3
2
1
B
O
12
M
K
D
11
G
A
10
E
F
I
fig. 19.
C
C
C
C
Z
n
Y
X
p
b
m
k
g
a
e
f
i
N
S
H
L
P
R
B
M
K
D
A
G
E
F
I




fig. 20.
Cad. du midi
declin. à l'Orient
fig. 21.
Cad. du midi
declin. vers
l'Occident
fig. 22.

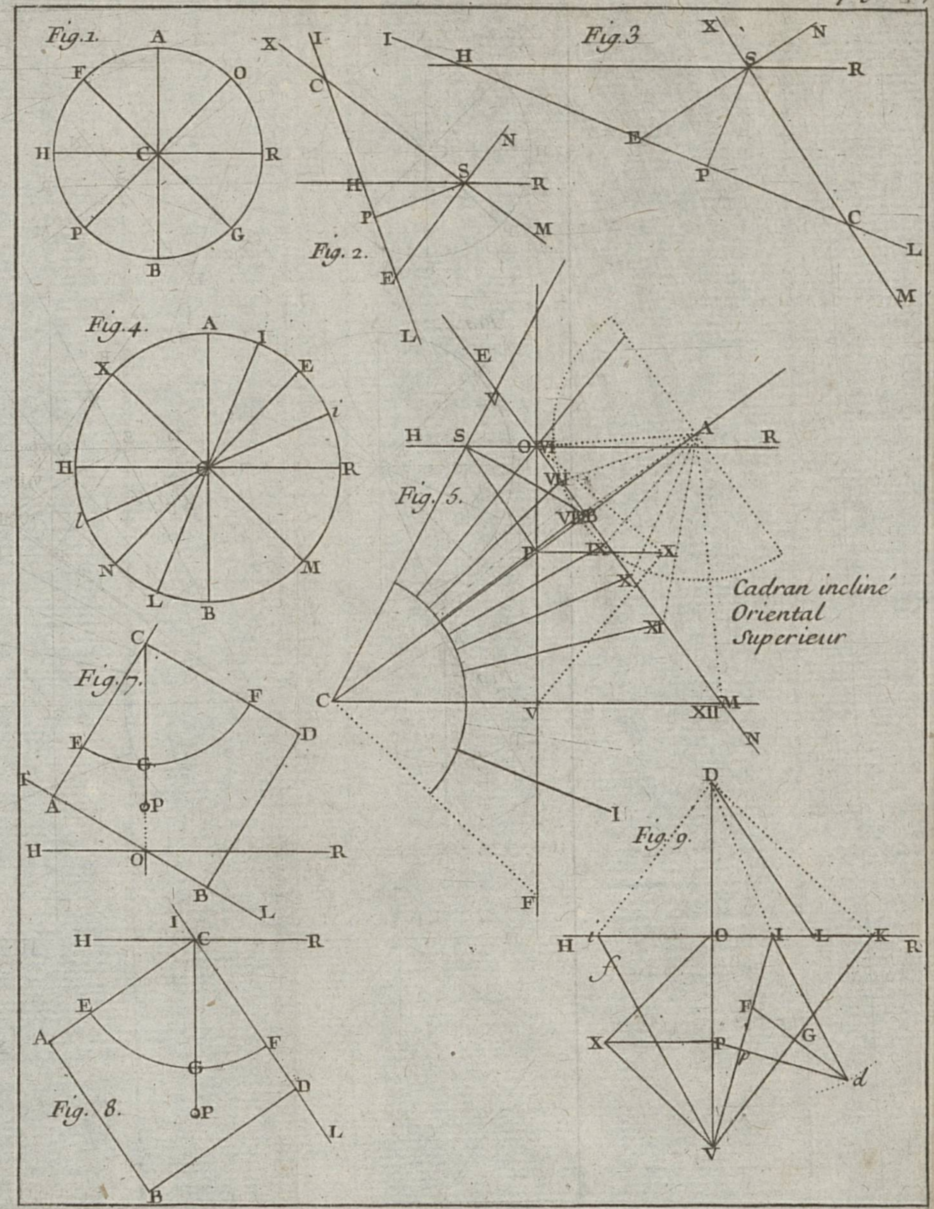


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Cadran incliné
Oriental
Superieur

Etoile Polaire

Pole

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

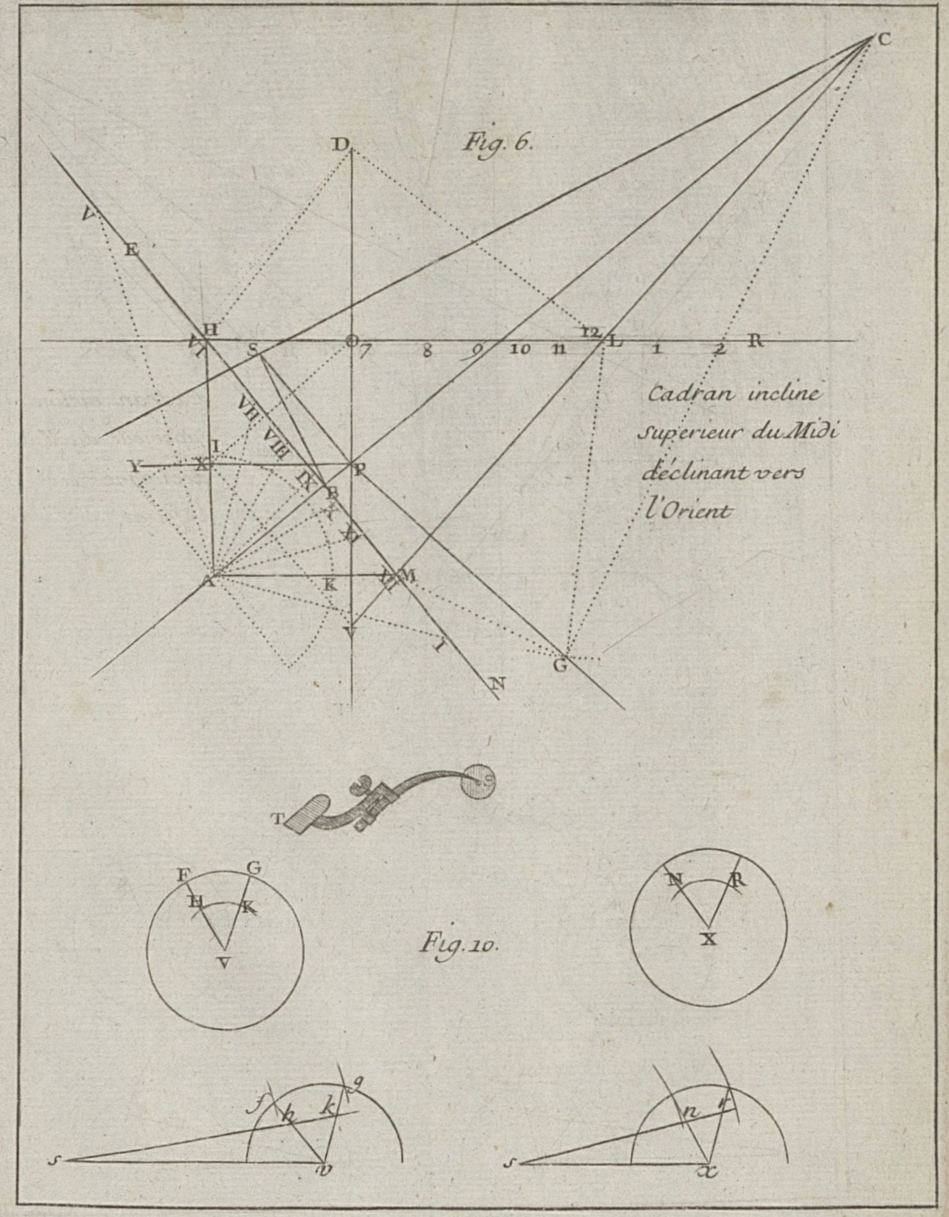
Meridienne Horizontale

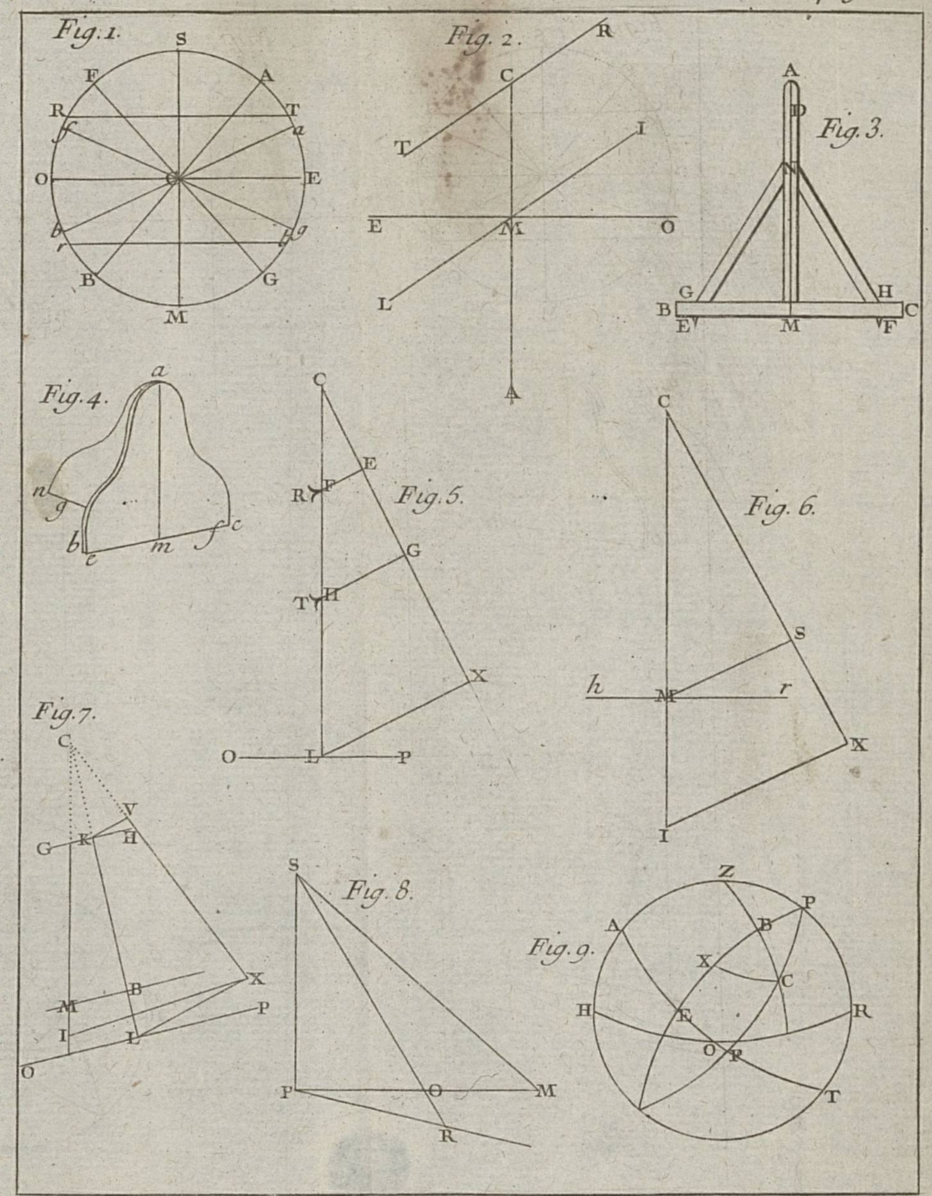
Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.


Fig. 6.
Cadran incliné
Supérieur du Midi
déclinant vers
l'Orient
Fig. 10.


Fig. 1.
S F A R T f a O E b g r B G M
Fig. 2.
R C T I E M O L A
Fig. 3.
A D N G H B C E M F
Fig. 4.
a n g b e m f c
Fig. 5.
C E R F G T H X O L P
Fig. 6.
C S h M r X I
Fig. 7.
C V G K H M B X P I L O
Fig. 8.
S P O M R
Fig. 9.
Z P A B X C H E R O P T

TRAITÉ DE LA SPHERE,

Par M. RIVARD, *Professeur de Philosophie en l'Université de Paris, au Collége de Beauvais.*

SECONDE EDITION,

Revue, corrigée & augmentée par l'Auteur, dans laquelle on a ajouté un TRAITÉ DU CALENDRIER.

Le prix est de 36 sols pour les deux Traités en feuilles.



A PARIS,
Chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, Libraires rue S. Jean-de-Beauvais, vis-à-vis du College.

M. DCC. XLIII. [1743]

Avec Approbation & Privilege du Roi.

APPROBATION.

J'Ai lu par l'ordre de Monseigneur le Chancelier l'*Abrégé de la Sphere & du Calendrier*, *par M. Rivard*; & j'ai cru que l'impression en seroit utile au Public. A Paris ce 29 Avril 1743.

CLAIRAUT.

PERMISSION DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, ou autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien-amé le Sieur RIVARD, Nous a fait exposer qu'il désireroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage qui a pour titre: *Traité du Calendrier*, s'il nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Permission pour ce nécessaires. Nous lui avons permis & permettons par ces présentes, de faire imprimer ledit Ouvrage en un ou plusieurs volumes, & autant de fois que bon lui semblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de trois années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes: Faisons défenses à tous Libraires, Imprimeurs & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance: A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformement à la feuille imprimée & attachée pour modéle sous le contre-scel des Présentes. Que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725; & qu'avant que de les exposer en vente, le manuscrit ou imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir ledit Exposant ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: voulons qu'à la copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre

permission, & nonobstant clam[illegible] ro, Charte Normande, & lettres à ce contraire: Car [illegible] plaisir. Donné à Versailles le vingt-sixiéme jour du m[illegible] l'an de grace mil sept cens quarante-trois, & de notre r[illegible] vingt-huitiéme.

Par le Roi en son Conseil,

SAINSON.

Registré sur le Registre XI. de [illegible] e Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris [illegible], fol. 146, *conformément au Réglement de 1723, qui fait* [illegible] IV. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, au[illegible] que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs, ou autrement; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris huit Exemplaires prescrits par l'Article 108 du même Réglement. *A Paris le 2 Mai 1743.*

SAUGRAIN, Syndic.

Fautes à corriger dans le Traité de la Sphere.

Pag. 3. *art.* 10. *lig.* 1. de l'autre, *lis.* d'un autre.
Pag. 34. *art.* 16. *lig.* 13. se leve, *lis.* s'éleve.
Pag. 37. *lig. dern. après* de même, *ajoutez* nom.
Pag. 66. *art.* 95. *lig.* 10. éloignée du soleil, *lisez* éloignée de la terre.
Pag. 96. *art.* 38. *lig.* 3. à la même heure, *lis.* au même instant.
Pag. 143. *art.* 65. *lig.* 13. de la longitude, *lis.* de la différence des longitudes.



DE LA SPHERE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

LES Géomètres entendent par le terme de SPHERE un corps rond terminé par une surface dont tous les points sont également éloignés d'un point qu'on nomme CENTRE. La Sphere prise en ce sens, est la même chose qu'un Globe. Or on distingue deux sortes de globes dans l'Astronomie, le globe céleste & le globe terrestre. Le globe céleste représente le ciel étoilé : le globe terrestre sert à représenter la surface de la terre, & la situation des différens lieux placés sur cette surface : mais on se sert ici du terme de Sphere pour signifier un assemblage de différens cercles au centre desquels on place un petit globe que l'on regarde comme la Terre : ces cercles ont été inventés pour représenter les mouvemens des Astres, & sur-tout du Soleil & de la Lune, selon le sentiment de Ptolemée ancien Astronome, qui croyoit que tous les astres tournent tous les jours d'orient en occident : c'est pourquoi on a donné à cet assemblage de cercles le nom de SPHERE DE PTOLEMÉE : ART. I.

on l'appelle auſſi SPHERE A[illegible]AIRE. On peut concevoir que cette ſphere n'eſt [illegible]re choſe qu'une ſphere ordinaire ou un globe, dont on a retranché les parties ſolides qui ſéparoient les cercles qui compoſent la ſphere armillaire. On ne ſçait pas bien quel en eſt l'Auteur ; les uns en attribuent l'inventi[illegible]Thalès, d'autres à Anaximandre, & d'autres à Arc[illegible]e. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain qu'elle eſt fort ancienne.

2. Voilà donc trois ſortes de Spheres, dont deux ſont connues ſous le nom de Globes, le céleſte & le terreſtre. On en ajoute une quatriéme, qu'on appelle SPHERE DE COPERNIC, qu'on a inventée pour expliquer le mouvement des Planetes ſelon la penſée de ce célébre Aſtronome. Ces quatre ſpheres ſont artificielles, & repréſentent pluſieurs parties de la ſphere naturelle, qui n'eſt autre choſe que cet Univers que nous habitons, c'eſt-à-dire, le Ciel avec ce qu'il renferme. Notre deſſein eſt de traiter principalement de la Sphere armillaire. Nous allons d'abord donner quelques notions, & établir certains principes néceſſaires pour la ſuite.

3. On peut diſtinguer dans toutes ſortes de Spheres de grands & de petits cercles. Les grands cercles ſont ceux qui paſſent par le centre de la ſphere, & qui la partagent par conſéquent en deux parties égales, que l'on appelle HÉMISPHERES. Ainſi un hémiſphére n'eſt autre choſe que la moitié d'une ſphere ou d'un globe.

4. Les petits cercles ſont ceux qui ne paſſent pas par le centre, & qui diviſent la ſphere en deux parties inégales.

5. Tous les grands cercles ont le même centre que la ſphere, & par conſéquent deux grands cercles ſe coupent toujours en parties égales, parce qu'ayant même centre que la ſphere, leur commune interſection eſt un diametre de la ſphere qui ſert auſſi de diametre à l'un & à l'autre cercle.

6. L'axe ou l'aissie[illegible] sphere est un de ses diametres autour duquel on [illegible]çoit qu'elle tourne. Les extrémités de l'axe qui sont sur la surface de la sphere sont appellées les poles de la sphere.

7. Les cercles de la sphere ont aussi leur axe & leurs poles. L'axe d'un cercle e[illegible] une ligne perpendiculaire au plan du cercle, laquelle [illegible] par le centre.

8. Chaque pole d'un [illegible]cle est également éloigné de tous les points de sa circonférence : car l'axe d'un cercle étant perpendiculaire à son plan, & d'ailleurs passant par le centre, il faut que chacun de ses points soit également éloigné de tous les points de la circonférence, aussi-bien que celui qui est au centre.

9. Si de deux grands cercles de la sphere l'un passe par un pole de l'autre, le premier sera perpendiculaire au second, & réciproquement. Car si le premier passe par un pole du second, il renfermera deux points de l'axe de ce second cercle, sçavoir ce pole & le centre de la sphere, qui est commun à tous les grands cercles : & par conséquent cet axe sera contenu tout entier dans le plan du premier cercle. Or cette ligne est perpendiculaire au second cercle dont elle est l'axe (7). Donc le premier cercle est aussi perpendic. au second. Ainsi dans la premiere figure le cercle HZRN passant par le pole Z de l'autre HORI, le premier est perpendiculaire au second, parce que dans ce cas le premier contient l'axe du second. Réciproquement si le premier cercle est perpendiculaire au second, il faut qu'il passe par les poles du second, parce qu'ayant un point commun avec l'axe du second, sçavoir le centre C, cet axe, qui est perpendiculaire au second cercle de même que le premier, doit être tout entier dans le plan de ce premier cercle : ainsi ce premier cercle passe par les poles du second.

10. Quand un grand cercle passe par les poles de l'autre, l'arc du premier compris entre un pole & la circonférence du second est un quart de cercle : car ces deux Fig. 1.

grands cercles se coupent en [illegible] parties égales (5) : par conséquent HZR est une dem[illegible]rconférence. D'ailleurs le pole Z étant également éloigné de tous les points de la circonférence de son cercle (8) l'arc ZH est égal à l'autre ZR : par conséquent l'un & l'autre sont des quarts de cercle.

Ces notions préliminai[illegible]tant présupposées, nous partagerons ce Traité en qu[illegible]e Livres : dans le premier nous expliquerons d'abord la Sphere armillaire, nous traiterons ensuite de différens cercles de grand usage dans l'Astronomie, quoiqu'ils ne soient pas représentés dans cette sphere. Dans le second nous transporterons par la pensée les cercles de la sphere armillaire sur la surface de la terre, qui, comme nous le prouverons, a la figure d'un globe, ou qui du moins en approche fort ; & nous expliquerons les principales apparences que l'on observe dans le ciel, sur les différentes parties de la surface de la terre. Dans le troisiéme Livre nous donnerons plusieurs Problêmes de la sphere, qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne ; & enfin dans le quatriéme nous donnerons ceux dont la solution dépend de la Trigonométrie sphérique.





LIVRE PREMIER.

DE LA SPHERE ARMILLAIRE, *& des Cercles les plus usités dans l'Astronomie.*

LORSQUE les Astronomes & les Géographes parlent de Sphere sans spécifier laquelle, il faut entendre la Sphere armillaire ou de Ptolemée. Nous nous conformerons dans la suite à cet usage : cependant comme elle n'a été inventée que pour représenter le Monde ou la Sphere naturelle, ce que nous dirons dans ce Livre convient plus particulierement à cette Sphere, qu'à celle qu'on nomme Armillaire.

On distingue trois choses dans la sphere, des points, des lignes & des cercles. On compte douze points principaux, dont la plupart sont des poles de cercles : les lignes sont l'axe de la sphere & celui de plusieurs cercles. Enfin il y a dix cercles, six grands & quatre petits : les six grands sont l'*Horison*, le *Méridien*, l'*Equateur*, le *Zodiaque* qui renferme l'*Ecliptique*, & enfin les deux *Colures*. Les quatre petits cercles sont les deux *Tropiques* & les deux cercles *Polaires* : souvent on en ajoute un cinquiéme, que l'on appelle le cercle *Horaire*, dont nous parlerons sur la fin du second Livre, en traitant du globe terrestre, parce qu'il appartient plus à ce globe qu'à la Sphere. ART. I.

Communément chez les Géographes & les Astronomes le terme de *Cercle* se prend plutôt pour la circonférence que pour l'espace qu'elle renferme : nous suivrons dans la suite cet usage, quoique parmi les Géomètres le mot *cercle* signifie l'espace compris dans la circonférence.

2. Les dix cercles de la Sphere ont été inventés pour expliquer les mouvemens des Astres, ou pour déterminer leur situation : or il y a plusieurs sortes d'Astres, sçavoir des Etoiles fixes & des Planetes.

Les étoiles fixes sont des astres qui paroissent garder toujours la même situation entre eux : c'est pour cela qu'on les appelle *fixes :* il y a un très-grand nombre. Les planetes au contraire changent de situation, tant à l'égard les unes des autres, que par rapport aux étoiles fixes : il y en a sept qui sont connues de tout le monde, le Soleil, la Lune, Mercure, Venus, Mars, Jupiter & Saturne. On les appelle quelquefois étoiles *errantes*, pour les distinguer des étoiles fixes. On pourroit ajouter une troisiéme espece d'astre, sçavoir les Cometes ; qui changent aussi de situation par rapport aux étoiles fixes ; mais qui ne paroissent que pendant un certain tems, après lequel on les perd de vûe.

3. On remarque dans tous ces astres, & sur-tout dans les planetes & les cometes deux sortes de mouvemens, dont le premier se fait d'orient en occident. On l'appelle *diurne* ou *journalier*, à cause qu'il s'acheve dans l'espace de 24 heures ou d'un jour : on le nomme aussi le mouvement *commun*, parce qu'il est à peu-près le même dans tous les astres. Le second mouvement est opposé au premier, & se fait par conséquent d'occident en orient : on l'appelle *périodique* & *propre :* quand il s'agit du Soleil on le nomme encore *annuel*, parce qu'il se fait dans l'espace d'une année. Ce second mouvement n'est sensible dans les étoiles fixes qu'après plusieurs années.

4. Pour concevoir comment ces deux mouvemens peuvent convenir aux mêmes corps, il faut imaginer une roue sur laquelle il y a une mouche, qui, tandis qu'elle marche vers un côté, est emportée de l'autre par le mouvement de la roue : en ce cas le mouvement communiqué à la mouche par la roue peut représenter le mouvement

commun des astres vers l'occident, & le mouvement propre de la mouche représente leur mouvement périodique vers l'orient.

5. Le premier de ces mouvemens fait décrire à tous les astres des cercles paralleles qui ont tous par conséquent le même axe, que l'on appelle l'axe du monde, & dont les deux poles so[nt a]ussi les poles du monde ; celui qui est dans la partie ou la moitié du ciel, laquelle est visible par rapport aux peuples de l'Europe, se nomme *septentrional*, *arctique* ou *boreal*, & celui qui lui est opposé s'appelle *méridional*, *antarctique* & *austral*. Nous allons traiter de chaque cercle de la Sphere en particulier.

De l'Horison.

6. L'horison est un grand cercle qui divise la Sphere ou le Monde en deux parties égales, dont l'une est exposée à nos yeux, & l'autre est cachée par rapport à nous. La premiere est appellée hémisphere supérieur ; la seconde, hémisphere inférieur, parce que la premiere est au-dessus de la seconde. L'hémisphere supérieur est donc cette partie du ciel que nous voyons, & l'hémisphere inférieur est l'autre partie que nous ne pouvons appercevoir, à cause de la terre qui la dérobe à nos yeux ; enfin l'horison est un cercle que l'on conçoit, dont le plan sépare ces deux parties. Dans la Sphere armillaire l'horison est le cercle posé sur quatre soutiens qui sont attachés au pied de la Sphere.

7. L'axe de l'horison est une ligne droite que l'on conçoit passer par le point du ciel qui est directement au-dessus de nous, & par celui qui lui est diamétralement opposé, lequel répond à nos pieds ; le premier est appellé *zénith*, & le second, *nadir* : ce sont deux termes qui nous viennent des Arabes. Cet axe passe aussi par le centre de la terre.

8. L'horison sert à déterminer le lever & le coucher des astres : car lorsque le Soleil, par exemple, monte

ſur l'horiſon ; on dit qu'il ſe leve ; & il ſe couche quand il deſcend au-deſſous. On diſtingue deux ſortes d'horiſons, le *rationel* & le *ſenſible*.

9. L'horiſon rationel ou *mathématique* eſt celui qui paſſe par le centre de la terre, & qui par conſéquent diviſe la Sphere en deux parties qui ſont entiérement égales, en ſuppoſant que la terre eſt au centre du monde, comme les Anciens le croyoient autrefois.

10. L'horiſon ſenſible, que l'on appelle auſſi *apparent*, eſt un plan que l'on ſuppoſe toucher la ſurface de la terre, & que l'on conçoit parallele à l'horiſon rationel. Les parties dans leſquelles cet horiſon diviſe la Sphere naturelle ſont inégales en parlant à la rigueur : mais cependant on les peut conſidérer comme ſenſiblement égales : car quoique le rayon ou le demi-diametre de la terre, qui eſt la diſtance entre l'un & l'autre horiſon, contienne environ $1432\frac{1}{2}$ lieues communes de France, dont il y en a 25 au degré d'un des grands cercles de la terre ; cependant il devient inſenſible, & peut être regardé comme un point, lorſqu'on le compare avec la diſtance immenſe de la terre aux aſtres, ſur-tout s'il s'agit des Etoiles fixes.

11. L'horiſon, ſoit rationel, ſoit ſenſible, ſe partage en deux moitiés, dont l'une eſt appellée l'horiſon *oriental*, & l'autre l'*occidental*, parce que le premier eſt à l'orient, & l'autre vers l'occident. Ces deux horiſons ſont ſéparés l'un de l'autre par le méridien, dont nous parlerons bien-tôt.

12. Il y a encore une autre eſpece d'horiſon, qu'on peut appeller *viſible* ; ce n'eſt autre choſe que l'étendue de la terre ou de la mer que chacun peut voir en regardant la ſurface de la terre autour de ſoi, autant que la vûe peut s'étendre. La grandeur de cet horiſon viſible n'eſt pas toujours la même : car il eſt évident que plus le Spectateur ſera élevé, plus cet horiſon ſera grand. Si, par éxemple, il eſt ſur le ſommet d'une haute montagne, il

découvrira une plus grande étendue de pays, que s'il étoit vers le pied. Lorſqu'on connoît la hauteur de l'œil de l'Obſervateur, c'eſt-à-dire, la quantité dont il eſt élevé au-deſſus de la ſurface de la terre, il eſt facile de déterminer la longueur du diametre de l'horiſon viſible, pourvû que d'ailleurs on connoiſſe le demi-diametre de la terre, qui eſt de 3276544 toiſes, comme nous le dirons dans la ſuite.

13. Pour concevoir comment on peut trouver ce diametre : Soit le cercle dont le rayon eſt CB, qui repréſente la terre, la montagne ſur laquelle eſt le Spectateur ſoit AB, la ligne AD tangente au point D, déſigne le rayon viſuel qui termine d'un côté l'horiſon viſible lequel a pour demi-diametre l'arc BD, qui ne differe pas ſenſiblement d'une ligne droite, à cauſe de la groſſeur de la terre. Cela poſé, il ne s'agit que de trouver la valeur de l'angle BCD, dont l'arc BD eſt la meſure. Or on trouvera cet angle par le moyen du triangle ADC, qui eſt rectangle en D, parce que le rayon CD qui aboutit au point de contingence, doit être perpendiculaire à la tangente. (Géom. liv. I. art. 115). On connoît donc trois choſes dans ce triangle, ſçavoir l'angle D, qui eſt droit, & les deux côtés CA & CD, dont le premier eſt la ſomme du demi-diametre de la terre CB, & de la hauteur AB, & le ſecond eſt le demi-diametre de la terre CD : ainſi on trouvera l'angle A (Trig. art. 48.) par cette proportion : *Le côté* CA *eſt au ſinus total, comme le côté* CD *eſt au ſinus de l'angle* A, dont le complément eſt l'angle C, qui a pour meſure BD, qui eſt un arc d'un grand cercle de la terre, dont chaque degré vaut environ 57183 toiſes, chaque minute 953 toiſes & chaque ſeconde environ 15 toiſes 5 pieds $3\frac{1}{3}$ pouces. Si donc on ſuppoſe la hauteur AB juſqu'à l'œil du Spectateur de 100 toiſes, on trouvera que le demi-diametre BD de l'horiſon viſible eſt de 27 min. ou de 25731 toiſes, qui font un peu plus de 11 lieues de 25 au degré ; Fig. 2.

ce qui montre qu'un homme placé ſur le ſommet d'une montagne qui a 100 toiſes de hauteur ne peut guere voir au-delà de 11 lieues, à moins que l'objet ne ſoit plus élevé que la ſurface de la terre, comme une tour, un clocher, ou quelque autre édifice.

14. Tous les habitans de la terre n'ont pas le même horiſon, mais chacun a ſon horiſon différent de celui qu'a un autre homme placé ſur une autre partie de la ſuperficie de la terre : & par conſéquent un homme change d'horiſon lorſqu'il paſſe d'un lieu dans un autre. Cela vient de la courbure de la terre, comme il ſera facile de le concevoir par la fig. 3, dans laquelle le cercle ODP repréſente le globe de la terre : car ſi quelqu'un eſt placé au point D, ſon horiſon ſera la tangente AB, c'eſt-à-dire, que cette ligne déſigne la ſituation de l'horiſon : s'il eſt placé au point O, ſon horiſon ſera EF ; & s'il eſt ſitué en P, l'horiſon ſera la tangente GH. Ces tangentes ſont, comme on ſçait, perpendiculaires aux rayons CD, CO, & CP.

Il nous reſte à donner l'explication de pluſieurs ſignes & de pluſieurs noms renfermés entre des circonférences concentriques marquées ſur l'horiſon de la Sphere armillaire : nous en parlerons dans la ſuite lorſqu'il s'agira du Zodiaque.

Du Méridien.

15. Le méridien eſt un grand cercle de la Sphere qui paſſe par les deux poles du monde, de même que par le zenith & le nadir, & qui la diviſe en deux hémiſpheres, dont l'un eſt appellé *oriental*, & l'autre *occidental*. Il paroît par cette définition que le méridien eſt perpendiculaire à l'horiſon, puiſqu'il paſſe par le zenith & le nadir, qui ſont les poles de ce cercle (art. 9 prélim.) On a inventé le méridien pour déterminer le milieu de la courſe des aſtres ſur l'horiſon. Or il eſt évident qu'il peut ſervir à cet uſage, parce qu'il diviſe la Sphere en deux parties égales, dont l'une eſt orientale & l'autre

occidentale. Ce cercle eſt nommé méridien, parce que quand le Soleil y eſt parvenu, il eſt midi pour tous ceux qui ont le même méridien, ou plutôt le même demi-méridien, car il eſt alors minuit pour ceux qui ſont ſous le demi-méridien oppoſé. Or il faut concevoir que ces deux demi-méridiens ſont ſéparés l'un de l'autre par un grand cercle, au pole duquel ſe trouve le Soleil quand il répond au méridien, & par conſéquent ce grand cercle eſt différent de l'horiſon, à moins que le Soleil ne ſoit au zenith.

16. De ce que le méridien paſſe par les poles du monde, il ſuit qu'un homme qui va droit d'un pole dela terre à l'autre, répond toujours au même meridien : mais s'il avance ſelon toute autre détermination, par éxemple, de l'orient vers l'occident, il change alors de méridien : il y a donc cette différence entre l'horiſon & le méridien, qu'un homme change toujours d'horiſon lorſqu'il va d'un endroit dans un autre éloigné du premier ſenſiblement, par éxemple, d'une lieue : mais il ne change de méridien que quand il avance vers l'orient ou vers l'occident.

17. On voit donc qu'il y a des méridiens ſans nombre, quoiqu'il y ait plus d'horiſons que de méridien ; car deux Villes, quoique très-éloignées, peuvent répondre au même méridien, c'eſt ce qui arrive quand elles ſont ſituées ſur une même ligne qui va directement d'un pole de la terre vers l'autre : mais elles n'ont pas le même horiſon. Or il faut remarquer que tous les méridiens ſe coupent aux poles du monde, & que par conſéquent ils ſont d'autant moins diſtans les uns des autres, qu'ils approchent plus près des poles. C'eſt ce que l'on peut obſerver dans les Cartes géographiques qui repréſentent les méridiens terreſtres, leſquels répondent aux méridiens céleſtes, comme nous le dirons.

18. Quoiqu'il y ait pluſieurs méridiens, & même une infinité dans la Sphere naturelle, cependant il n'y en a

qu'un pour chaque lieu : c'eſt celui qui paſſe par le zenith & par le nadir, & que l'on appelle pour cela le méridien du lieu, ou ſimplement le méridien.

19. On a coutume de marquer les degrés de la hauteur du pole & de la latitude terreſtre ſur le méridien de la Sphere armillaire & du Globe terreſtre. Or la hauteur du pole eſt ſon élévation ou la quantité dont il eſt élevé ſur l'horiſon : elle ſe meſure par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horiſon : par exemple, la hauteur du pole à Paris eſt de 48^d 51′, parce que la partie du méridien compriſe entre l'horiſon de Paris & le pole eſt un arc de 48^d 51′. Nous parlerons de la latitude terreſtre dans le Liv. II, & nous ferons voir qu'elle eſt toujours égale à la hauteur du pole.

20. Les poles du méridien ſe nomment l'orient & l'occident vrais, c'eſt-à-dire, les points dans leſquels le Soleil ſe leve & ſe couche dans le tems de l'équinoxe qui arrive quand le jour eſt égal à la nuit : or le jour eſt égal à la nuit, lorſque le Soleil par ſon mouvement diurne ou journalier paroît parcourir le cercle équinoctial ou l'équateur dont nous allons parler. Ces poles du méridien ſe trouvent dans le plan de l'horiſon. Il y a deux autres points remarquables de l'horiſon qui ſont déterminés par le méridien ce ſont ceux dans leſquels ces deux cercles ſe coupent ; celui qui eſt du côté du pole ſeptentrional s'appelle le *nord* ou *le ſeptentrion* ; on nomme l'autre le *ſud* ou le *midi*.

De l'Equateur.

21. L'équateur ou l'équinoctial eſt un grand cercle qui a les mêmes poles & le même axe que la ſphere, & qui la diviſe en deux hémiſpheres, dont l'un eſt nommé ſeptentrional ou boreal, c'eſt celui qui contient le pole de même nom ; & l'autre eſt appellé méridional ou auſtral, à cauſe qu'il renferme le pole de ce nom. On appelle ce cercle équateur, parce que quand le Soleil paroît ſe mouvoir dans le plan de ce cercle, alors le jour eſt égal

à la nuit : ce qui arrive deux fois l'année, ſçavoir vers le 21 de Mars & le 23 de Septembre. Les points auxquels l'équateur coupe l'horiſon, s'appellent l'*eſt* & l'*oueſt*, ou l'orient & l'occident vrais : ces points ne ſont pas différens des poles du méridien.

22. Il paroît par la définition de l'équateur qu'il n'y en a qu'un, & qu'il eſt coupé perpendiculairement par tous les méridiens, puiſque tous les méridiens paſſent par ſes poles.

Du zodiaque & de l'Ecliptique.

23. Le zodiaque eſt un grand cercle qui coupe obliquement l'équateur, enſorte que ces deux cercles font enſemble un angle de 23^{d} & environ 28^{m}. On donne de la largeur à ce cercle, qui n'eſt pas la même chez tous les Aſtronomes : néanmoins la plûpart lui en attribuent une de 16 degrés. Or cette largeur eſt coupée en deux parties égales par l'écliptique, qui par conſéquent fait auſſi avec l'équateur le même angle que le zodiaque : l'écliptique repréſente la trace que le Soleil ſuit pendant l'année entiere. Le Soleil ne s'écarte donc jamais du plan de l'écliptique : mais les autres planetes s'en éloignent tantôt vers un pole, tantôt vers l'autre, les unes plus, les autres moins ; & c'eſt pour cela que les Aſtronomes ont inventé le zodiaque auquel ils ont donné une largeur aſſez conſidérable pour qu'elle contînt les orbites ou les circonférences que décrivent les planetes : ainſi le zodiaque eſt plutôt une bande circulaire qu'un cercle.

24. Le plan de l'écliptique faiſant un angle de $23^{d}28'$ avec l'équateur, il eſt néceſſaire que les axes de ces deux cercles faſſent auſſi entre eux un angle égal, & par conſéquent les poles de l'écliptique ou du zodiaque ſont éloignés de la même quantité des poles de l'équateur ou du monde, je veux dire, de $23^{d}28'$.

25. On croit que l'angle que fait l'écliptique avec l'équateur n'eſt pas invariable, & qu'il va en diminuant

environ d'une minute pendant un siécle. Il est à présent de $23^d 28'$ & à peu-près $20''$. Cette expression $23^d, 28', 20''$, signifie 23 degrés, 28 minutes, 20 secondes. Nous négligeons ordinairement les secondes.

26. On a coutume de partager le zodiaque en douze parties égales qu'on appelle *signes*. D'où il suit que chaque signe contient 30^d, parce que 30 est la douziéme partie du nombre de degrés que contient l'écliptique ou tout autre cercle, c'est-à-dire, la douziéme partie de 360^d. Voici les noms de ces 12 signes, le *Bélier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecrevisse*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*. Tous ces noms, qui, excepté la balance, sont tirés des animaux, sont exprimés par ces deux vers Latins fort connus,

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Le bélier prend son commencement à une intersection de l'équateur & de l'écliptique, & le commencement de la balance est à l'autre intersection de ces deux cercles : les autres signes, sçavoir le taureau, les gemeaux, &c. sont disposés de façon que leur suite tend d'occident en orient. Or ces signes sont désignés par des marques ou caracteres qui les distinguent les uns des autres : les voici placés chacun au-dessus des noms qu'on a donnés aux signes.

♈ ♉ ♊ ♋
Le Bélier, le Taureau, les Gemeaux, l'Ecrevisse,
♌ ♍ ♎ ♏
le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion,
♐ ♑ ♒ ♓
le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau, les Poissons.

27. Le Soleil paroît parcourir les trois premiers signes pendant le Printems, les trois suivans pendant l'Esté, trois autres pendant l'Automne, & les trois derniers

pendant l'Hyver : c'eſt pourquoi on diviſe les ſignes du zodiaque en ceux du printems, ſçavoir, le bélier, le taureau & les gemeaux ; ceux de l'eſté, qui ſont l'écreviſſe, le lion & la vierge ; ceux de l'automne, la balance, le ſcorpion & le ſagittaire ; & enfin ceux de l'hyver, le capricorne, le verſeau & les poiſſons.

28. De plus les ſignes du zodiaque ſont diviſés par l'équateur en *ſeptentrionaux* & en *méridionaux* : les ſeptentrionaux, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont dans la partie ſeptentrionale du monde, ſont les ſix premiers, ſçavoir le bélier, le taureau, les gemeaux, l'écreviſſe, le lion & la vierge. Les ſix autres ſont appellés méridionaux, parce qu'ils ſont dans la partie méridionale. Le Soleil eſt plus long-tems à parcourir les ſignes ſeptentrionaux que les meridionaux : c'eſt pourquoi le printems & l'eſté pris enſemble, ſont plus grands que l'automne & l'hyver : la difference eſt d'environ ſept jours.

29. Enfin il y a ſix ſignes que l'on appelle *aſcendants*, & ſix autres qu'on nomme *deſcendants*. Les ſignes aſcendants ſont ceux que le Soleil parcourt lorſqu'il monte, c'eſt-à-dire, quand il s'approche tous les jours de plus en plus du zenith à midi : ce ſont le capricorne, le verſeau, les poiſſons, le bélier, le taureau & les gemeaux : les ſix autres ſignes ſont nommés deſcendants, parce que le Soleil eſt plus éloigné du zenith à midi à un jour qu'à celui qui a précédé.

30. Ces trois diviſions des ſignes ſont déterminées par quatre points du zodiaque ou de l'écliptique, dont deux ſont appellés *équinoxiaux*, & les deux autres *ſolſtitiaux* : les deux premiers qui ſéparent les ſignes ſeptentrionaux des méridionaux ſont les points d'interſection de l'écliptique & de l'équateur : on les appelle équinoxiaux, parce que le jour eſt égal à la nuit quand le Soleil répond à l'un ou à l'autre point. Les deux derniers qui ſéparent les ſignes aſcendants d'avec les deſcendants ſont ceux qui ſont les plus éloignés de l'équateur, l'un vers un des poles,

l'autre vers l'autre pole. On les appelle solstitiaux, parce que quand le Soleil est arrivé à l'un ou à l'autre point; il paroît s'arrêter, c'est-à-dire, qu'il ne s'éloigne ni ne s'approche sensiblement de l'équateur pendant plusieurs jours. Enfin ces quatre points séparent les signes d'une saison de ceux d'une autre.

31. Ire Remarque. Lorsqu'une planete par son mouvement propre passe des premiers signes du zodiaque aux suivants, par éxemple, du bélier au taureau, & du taureau dans les gemeaux, on dit alors qu'elle va selon l'ordre des signes, ou qu'elle est *directe*, ce qui arrive quand elle est mue d'occident en orient : mais si elle paroît aller selon une détermination opposée, on dit qu'elle est mue contre l'ordre des signes, ou qu'elle est *rétrograde*.

32. II^de^ Remarque. On distingue deux sortes de zodiaques, l'un qui est sensible ou visible, l'autre invisible. Le zodiaque visible est celui des étoiles fixes; le second, qui est invisible, n'éxiste pas dans la nature, mais on l'imagine au-dessus du premier, & on lui attribue la même largeur. Ce qui a donné lieu d'admettre ce second zodiaque est le mouvement des étoiles fixes d'occident en orient selon des cercles paralleles à l'écliptique, ou bien autour de l'axe & des poles de ce cercle : car il arrive de-là que les étoiles qui répondoient autrefois à l'une ou à l'autre des intersections de l'équateur & de l'écliptique en sont présentement éloignées vers l'orient d'une certaine quantité : c'est pourquoi le commencement du signe du bélier pris dans le zodiaque sensible ne répond plus à la premiere intersection de l'équateur & de l'écliptique ; c'est à présent le commencement des poissons : cependant on dit toujours que le commencement du bélier ou d'*aries*, est à la premiere intersection de ces cercles, & que celui de *libra*, c'est-à-dire de la balance, est à la seconde ; mais il faut pour lors entendre les signes du zodiaque invisible & immobile. Ce n'est

pas

pas sans raison que les Astronomes ont imaginé ce second zodiaque : car sans cela ils auroient été obligés de dire dans une année que le Soleil répond à un certain degré, & que dans une autre année il répond à un autre degré, quoique dans la même saison, par exemple au commencement du printems, & à la même distance des points équinoxiaux ou solstitiaux. Au reste ce mouvement des étoiles fixes est si lent, qu'elles ne font qu'un degré en 70 ans, & qu'elles n'acheveroient par conséquent leur révolution qu'en 25200 ans. Aussi les anciens Astronomes avant Hipparque, qui vivoit environ 200 ans avant N.S. ne connoissoient pas ce mouvement.

33. Le mouvement des étoiles fixes vers l'orient est la cause de ce que l'on appelle la *precession* des équinoxes, qui vient de ce que le temps qui est entre deux équinoxes semblables, par exemple, du printems, est moindre que celui qu'employe le Soleil à parcourir l'écliptique entiere par son mouvement propre. Supposons que le Soleil réponde à une étoile qui soit à la premiere intersection de l'écliptique & de l'équateur, ce sera le moment de l'équinoxe du printems : après cela le Soleil par son mouvement apparent vers l'orient, parcourra l'écliptique : mais comme les étoiles fixes ont aussi un mouvement propre vers l'orient, l'étoile qui étoit au point de la première intersection des deux cercles, sera vers la fin de la révolution du Soleil un peu plus avancée vers l'orient que ce point. Ainsi le Soleil arrivera plûtôt à ce point d'intersection qu'à l'étoile qui y répondoit auparavant. Par conséquent l'équinoxe précedera la fin de la révolution du Soleil par rapport à l'étoile. Il y aura donc precession de l'équinoxe. Ainsi la precession ou l'anticipation des équinoxes consiste en ce que le Soleil étant parti d'un point équinoctial, par exemple celui du printems, arrive à ce même point avant d'avoir fait dans le zodiaque ou dans l'écliptique son tour entier par rapport aux étoiles. Le tems que le Soleil employe pour

revenir au même point équinoctial d'où il étoit parti, s'appelle l'année *tropique* : c'est celle sur laquelle on regle les années civiles dans l'Europe : sa durée est de 365 jours 5 heures 49 minutes. Et le tems que le Soleil employe à faire sa révolution entiere dans le zodiaque, est appellé année *anomalistique* : celle-ci est plus grande que la premiere d'environ 20 minutes.

Des Colures.

34. Les deux colures sont de grands cercles qui se coupent perpendiculairement aux poles de la sphere ou du monde, & dont l'un passe par les points équinoxiaux, l'autre par les points solstitiaux : ils divisent le zodiaque & l'équateur, chacun en quatre parties égales. Celui des deux colures qui passe par les points équinoxiaux, lesquels sont au commencement du bélier & de la balance, s'appelle le colure des équinoxes : & l'autre qui coupe le zodiaque aux points solstitiaux, lesquels sont au commencement du *cancer* & du capricorne, est nommé le colure des solstices : celui-ci est perpendiculaire à l'écliptique, & passe par conséquent par ses poles. Ces deux cercles sont de véritables méridiens, puisqu'ils passent par les poles du monde.

Des Tropiques.

35. Les tropiques sont deux petits cercles paralleles à l'équateur qui touchent l'écliptique dans les deux points qui sont les plus éloignés de l'équateur, l'un dans la partie septentrionale, l'autre dans la partie méridionale. Or l'écliptique s'éloigne de part & d'autre de l'équateur de $23^{d} 28'$: ainsi les deux tropiques sont distans de l'équateur de la même quantité. Celui qui est dans la partie septentrionale s'appelle le tropique du *cancer* ou de l'écrevisse, à cause qu'il touche le zodiaque au premier degré de ce signe; & le tropique qui se trouve dans la partie méridionale, est le tropique du capricorne, parce qu'il touche l'écliptique au commencement de ce signe.

36. Quand le Soleil est arrivé à sa plus grande distance

de l'équateur, & qu'il a décrit l'un ou l'autre des deux tropiques, il s'en rentourne vers l'équateur ; & c'eſt de-là que ces cercles ont pris leur nom de tropique qui vient du grec. Or le Soleil paroît décrire le tropique du cancer par ſon mouvement diurne, vers le 21 de Juin, qui eſt le plus long de toute l'année par rapport aux peuples qui ſont dans la partie ſeptentrionale de la terre : mais il paroît décrire l'autre tropique vers le 21 de Decembre, qui eſt le plus court jour de l'année pour les mêmes peuples.

37. Les points auxquels le Soleil ſe leve & ſe couche quand il décrit le tropique le plus voiſin du pole élevé, s'appellent *l'orient & l'occident d'eſté*: & ceux auxquels il ſe couche lorſqu'il parcourt le tropique le plus éloigné du même pole, ſont nommés *orient & occident d'hyver*.

38. De ce que le Soleil ne paſſe pas au-delà des tropiques, il ſuit que dans la ſphere droite, c'eſt-àdire, celle où l'on a le zenith à l'équateur, le Soleil ne ſe leve ou ne ſe couche jamais à un point de l'horiſon plus éloigné des points d'eſt & d'oueſt, qui ſont ceux auxquels l'équateur coupe l'horiſon, plus éloigné, dis-je, que de $23^d\ 28'$, (nous négligeons les ſecondes) parce que l'horiſon étant alors perpendiculaire à l'équateur & aux tropiques, on s'en ſert pour meſurer la diſtance de l'équateur à l'un ou à l'autre tropique, laquelleeſt de $23^d\ 28'$: mais il n'en eſt pas de même dans la ſphere oblique, c'eſt-à-dire, celle où le zenith répond entre l'équateur & les poles du monde, à cauſe que l'horiſon y eſt oblique à l'équateur & aux tropiques : d'où il arrive que l'arc de l'horiſon compris entre l'équateur & un des tropiques, eſt plus grand que $23^d\ 28'$. A Paris cet arc eſt d'environ 37^d.

39. On peut s'appercevoir aiſément du mouvement du Soleil d'un tropique à l'autre, en obſervant l'endroit où le Soleil ſe leve chaque jour, ou celui où il ſe cou-

che. Je suppose qu'on regarde le coucher du Soleil vers le commencement de Juin, & qu'on remarque l'endroit où il se couche en le comparant à un arbre ou à quelque autre objet sensible, on verra qu'il s'approche de jour en jour du septentrion jusqu'au 17 ou 18, après quoi il paroît se coucher au même point de l'horison environ pendant huit jours; de-là vient le solstice d'esté : ensuite il paroît s'en retourner vers le midi, ce qui continue pendant environ six mois jusqu'au 17 ou 18 Decembre; & pour lors il paroît encore s'arrêter, c'est-à-dire, se coucher au même point de l'horison pendant sept ou huit jours, c'est ce qui fait le solstice d'hyver : enfin il revient vers le septentrion, duquel il s'approche pendant six mois jusqu'au solstice d'esté, après lequel il s'en retourne vers le midi, & ainsi de suite : il faut entendre la même chose du lever du Soleil.

40. Quoique le Soleil paroisse se lever ou se coucher au même endroit pendant 7 ou 8 jours, néanmoins on n'appelle proprement solstice que le jour auquel il décrit un des tropiques, qui est le jour qui fait le milieu du tems pendant lequel il paroît s'arrêter ; & même les Astronomes ne comptent pour solstice que le tems auquel le Soleil répond au tropique, qui n'est que d'un moment: car quoiqu'on dise que le Soleil décrit tous les jours un cercle parallele à l'équateur, cela n'est pas exact, puisqu'il faudroit pour cet effet qu'il restât au même point de l'écliptique un jour entier ; & cependant il n'y peut être qu'un instant, à cause qu'il avance continuellement vers l'orient par son mouvement propre. Ainsi les révolutions journalieres du Soleil ne sont pas des cercles ou des circonférences: mais plutôt des contours de spirale semblables à ceux d'un tireboure ou du cordon d'une vis.

Des Cercles polaires.

41. Les deux polaires sont de petits cercles paralleles à l'équateur qui sont éloignés des poles du monde

ou de l'équateur de 23^{d}28'. On conçoit qu'ils ſont décrits par les poles du zodiaque, tandis que la ſphere fait une révolution : & c'eſt pour cela que ces cercles ſont éloignés des poles du monde de 23^{d}28' : car l'écliptique faiſant avec l'équateur un angle de 23^{d}28', il faut que les poles de ce premier cercle ſoient diſtans de ceux du ſecond de la même quantité, & par conſéquent les cercles polaires étant décrits par les poles de l'écliptique ſont auſſi diſtans des poles de l'équateur de 23^d 28'. L'un eſt appellé le polaire arctique, parce qu'il eſt auprès du pole du même nom, & l'autre eſt nommé antarctique par une raiſon ſemblable.

De quelques cercles qui ne ſont pas repréſentés dans la Sphere armillaire.

42. Outre les cercles dont nous avons donné la notion & expliqué l'uſage, il y en a d'autres, ſoit grands, ſoit petits, dont la connoiſſance eſt néceſſaire dans l'Aſtronomie. Les grands ſont des *verticaux*, des cercles *de déclinaiſon*, *de latitude* & des cercles *horaires*.

43. Les cercles verticaux, qu'on appelle auſſi *Azimuths*, d'un nom qui leur a été donné par les Arabes, ſont ceux qui paſſent par les points du zenith & du nadir, & qui par conſéquent ſont perpendiculaires à l'horiſon. On peut en compter autant qu'il y a de points dans l'horiſon ; c'eſt-à-dire, qu'il y en a une infinité par rapport au même horiſon, qui ſe coupent tous aux points du zenith & du nadir.

44. Il ſuit de cette définition que le méridien d'un lieu eſt un des cercles verticaux, puiſque le méridien paſſe par le zenith & le nadir. Il y a un autre cercle vertical remarquable, qu'on appelle le premier vertical : c'eſt celui qui paſſe par deux points de l'horiſon qui ſont les deux poles du méridien, & qui par conſéquent eſt perpendiculaire à ce dernier cercle.

45. Nous avons déja averti que les deux points dans lesquels le méridien coupe l'horison, sont le septentrion & le midi, ou le *nord* & le *sud* : le premier est du côté du pole septentrional, le second vers le pole méridional : pour ce qui est du premier cercle vertical, il coupe l'horison aux mêmes points que l'équateur, parce que l'un & l'autre étant perpendiculaires au méridien, ils doivent tous les deux passer par les points de l'horison qui sont les poles du méridien (art. 9. prélim.) Or ces deux points, comme nous l'avons dit, s'appellent le vrai orient & le vrai occident, ou autrement l'*est* & l'*ouest* : ces quatre points sont appellés *cardinaux*.

46. Les cercles verticaux servent à mesurer la hauteur d'un astre qui est élevé sur l'horison : car la hauteur d'un astre se mesure par l'arc du cercle vertical compris entre l'astre & l'horison. La hauteur d'un astre est appellée méridienne, quand cet astre se trouve dans le plan du méridien ; & pour lors cette hauteur se mesure par l'arc du méridien, compris entre l'astre & l'horison : par exemple, la hauteur méridienne du Soleil est l'arc du méridien contenu entre le centre du Soleil & l'horison.

47. Les cercles de déclinaison sont ceux qui passent par les poles du monde ou de l'équateur, & qui coupent par conséquent ce cercle à angles droits. On les appelle cercles de déclinaison, parce qu'ils mesurent la déclinaison d'un astre ou d'un point du ciel. Or la déclinaison d'un astre est sa distance à l'équateur, laquelle distance est mesurée par l'arc du cercle de déclinaison compris entre le centre de l'astre & l'équateur. Il est évident que les cercles de déclinaison sont autant de méridiens : c'est pourquoi dans une sphere artificielle le méridien tient lieu de tous ces cercles. Si donc on veut, par exemple, connoître la déclinaison de quelque point de l'écliptique, on place ce point sous le méridien, & on juge que sa déclinaison est égale à l'arc du méridien contenu entre ce point & l'équateur.

48. Les cercles de latitude ſont de grands cercles qui paſſent par les poles de l'écliptique ou du zodiaque, & qui par conſéquent coupent à angles droits le zodiaque même & tous les cercles qui lui ſont paralleles. Leur uſage eſt de meſurer la latitude des aſtres. Or la latitude céleſte, c'eſt-à-dire, des aſtres ou de quelque point du ciel, eſt la diſtance de ce point à l'écliptique, laquelle ſe meſure par l'arc d'un cercle de latitude compris entre ce point & l'écliptique. On emploie auſſi ces cercles pour déterminer les longitudes des aſtres, que nous expliquerons dans la ſuite : car le cercle de latitude qui paſſe par le centre d'un aſtre, montre le lieu auquel il répond dans l'écliptique, puiſque ce lieu eſt le point d'interſection de ce cercle de latitude avec l'écliptique. Or ce point eſt le terme de la longitude de l'aſtre, quand on la prend ſur l'écliptique.

49. Les cercles horaires ſont de grands cercles qui paſſent par les poles du monde, & qui par conſéquent ſont perpendiculaires à l'équateur. On voit par-là que ces cercles ne ſont pas différents des méridiens. Le Soleil achevant ſa révolution en 24 heures autour de l'équateur ou d'un parallele à ce cercle, il s'enſuit que dans une heure il parcourt la 24me partie de 360 degrés. Or la 24me partie de 360 eſt 15 : c'eſt pourquoi il y a 15 degrés d'un cercle horaire à un autre qui en eſt le plus proche ; cependant il ne faut que 12 cercles horaires pour déſigner les 24 heures du jour, parce que chacun de ces cercles coupant l'équateur en deux points oppoſés, détermine deux heures, dont l'une eſt autant éloignée de minuit que l'autre l'eſt de midi. Il faut compter la ſuite de ces cercles par rapport à nous, depuis la partie inférieure du méridien en avançant vers l'orient, en ſorte que l'on regarde comme le premier, celui qui paſſe par le 15me degré de l'équateur vers l'orient ; & comme le ſecond, celui qui paſſe par le trentiéme degré : ainſi de ſuite.

50. Les principaux des petits cercles qui ne sont pas représentés dans la sphere armillaire, sont les cercles de *longitude*, & ceux que l'on appelle *Almicantarath*.

51. Les cercles almicantarath sont ceux qui sont paralleles à l'horison, & qui pour ce sujet coupent perpendiculairement les cercles verticaux. Ces cercles sont d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de l'horison. Leur principal usage est de déterminer la hauteur des astres : car tous ceux qui répondent au plan du même cercle almicantarath ont la même hauteur.

52. Les cercles de longitude sont de petits cercles paralleles à l'écliptique, & qui sont par conséquent perpendiculaires aux cercles de latitude : on les appelle cercles de longitude, parce qu'ils mesurent la longitude des astres. Or la longitude céleste, c'est-à-dire, d'un point du ciel est la distance de ce point au premier cercle de latitude, laquelle distance se mesure par un arc de cercle de longitude compris entre ce point & le premier cercle de latitude, ou par un arc semblable de l'écliptique. Or le premier cercle de latitude est celui qui passe par le premier degré du bélier ou d'*aries*. Quelques-uns donnent à ces cercles paralleles à l'écliptique, le nom de cercles de latitude, parce qu'ils déterminent la latitude des astres : car tous ceux qui répondent au plan d'un même cercle parallele à l'écliptique, ont la même laritude ; c'est-à-dire, qu'ils sont à égale distance de l'écliptique.

53. On détermine la situation des astres par la latitude & la longitude : mais on la détermine aussi par la déclinaison & l'*ascension* : nous allons expliquer cette derniere distance, & nous ajouterons les notions d'*amplitude* & d'*Azimuth*, qui sont des termes fort usités dans l'Astronomie.

54. En général l'ascension d'un astre est la distance comptée selon l'ordre des signes depuis le point de l'équateur qui est au commencement d'*aries* jusqu'à un au-

tre point de l'équateur qui se leve en même-tems que l'astre. Il est visible que cette distance n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre le premier point & le second, en allant d'occident en orient.

55. On distingue deux sortes d'ascensions, la *droite* & l'*oblique*. La droite est celle qui convient à la sphere droite, & l'oblique est pour la sphere oblique. La différence de ces deux ascensions vient de ce qu'un astre, par exemple le Soleil, se leve ou se couche plutôt ou plus trad dans la sphere oblique que dans la droite, quoiqu'on suppose le même méridien pour les deux spheres. Cette différence entre les deux ascensions s'appelle *différence ascensionelle*. On parle beaucoup de l'ascension droite dans l'Astronomie : c'est pourquoi nous en allons donner une définition particuliere en l'appliquant au Soleil.

56. L'ascension droite du Soleil est l'arc de l'équateur compris depuis le commencement du bélier jusqu'au point d'intersection de l'équateur avec le cercle de déclinaison qui passe par le centre du Soleil. On compte les degrés de cet arc en avançant selon l'ordre des signes depuis le commencement du bélier. L'extrémité de cet arc est le point de l'équateur qui se leve avec le Soleil dans la sphere droite.

57. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la fig. 4, dans laquelle le méridien soit HPRp, l'équateur AETF, le cercle de déclinaison qui représente l'horison de la sphere droite soit PGp, lequel passe par les poles du monde P, p, G sera un point d'intersection de ce cercle avec l'équateur ; que le Soleil soit S, ce point étant pris dans l'horison de la sphere droite représente le Soleil au moment qu'il se leve sur cet horison, & le point G par la même raison représente le point de l'équateur qui se leve en même-tems sur le même horison : ainsi si le point D désigne le commencement d'*aries*, l'arc DTFG sera l'ascension droite du Soleil S. Soit présentement l'horison oblique HR qui passe par le So-

leil S & par le point E de l'équateur, ce point E se levera en même-tems sur cet horison que le Soleil S, parce que ces deux points sont dans l'horison HR : ainsi l'ascension oblique, qui est ici plus grande que la droite, sera DTFGE ; par conséquent la différence ascensionelle sera GE, qui est l'excès de l'ascension oblique sur la droite, ou l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du Soleil, & le point de l'équateur qui se leve ou se couche en même-tems que le Soleil.

58. L'amplitude d'un astre est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & cet astre quand il est à l'horison. Il y en a de deux sortes, l'orientale & l'occidentale.

59. L'amplitude orientale est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & l'astre lorsqu'il se leve. L'amplitude occidentale est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & l'astre quand il se couche.

60. L'azimuth d'un astre est l'arc de l'horison compris entre le méridien du lieu & le vertical qui passe par l'astre : dans la fig. 4, si on conçoit le vertical ZK qui passe par le point I, lequel représente un astre, l'arc HK sera l'azimuth de cet astre. Il paroît par cette définition & par celle de l'amplitude, qu'au moment qu'un astre se leve ou se couche, l'azimuth est le complément de l'amplitude, parce que l'arc de l'horison compris entre l'équateur & le méridien est un quart de cercle. L'angle HZK dont l'azimuth est la base & la mesure, s'appelle, *angle azimuthal*.

61. Il suit de ce que nous avons dit que la déclinaison & l'ascension droite d'un astre sont par rapport à l'équateur ce que la latitude & la longitude célestes sont par rapport à l'écliptique : car comme la latitude d'un astre est sa distance à l'écliptique, de même sa déclinaison est sa distance à l'équateur : & comme la longitude se compte sur un arc de l'écliptique depuis le premier degré d'*aries*, en avançant selon l'ordre des signes, aussi l'ascension se compte sur l'équateur depuis le même point en allant vers le même côté.

62. Quoique nous ayons dit que les cercles dont nous avons parlé depuis le dernier titre ne ſoient pas repréſentés dans la Sphere armillaire, quelquefois néanmoins on attache un quart de cercle au point du méridien, qui eſt un pole de l'horiſon, ſçavoir le zenith ; & le quart de cercle tournant autour de ce point, ou plutôt autour du pivot qui tient à ce point, peut repréſenter les cercles verticaux qui paſſent tous par le pole de l'horiſon.

63. Souvent on attache auſſi deux quarts de cercles par une de leurs extrémités à un pivot placé au pole de l'écliptique & du zodiaque : un de ces quarts de cercle eſt plus éloigné du centre de la Sphere, que l'autre, & par conſéquent il eſt plus grand que le ſecond. On met à l'autre extrémité du grand quart de cercle un morceau rond de carton ou de cuivre pour repréſenter le Soleil, & à celle du petit quart de cercle un autre morceau de carton pour repréſenter la Lune. Or comme la premiere extrémité de l'un & de l'autre de ces quarts de cercle répond au pole de l'écliptique, il faut que la ſeconde ſe termine au plan de ce cercle : ainſi en faiſant tourner ces quarts de cercles autour de leur pivot, le Soleil & la Lune attachés à la ſeconde extrémité ſont mûs dans le plan de l'écliptique ; mais afin que la Lune puiſſe ſortir de ce plan, comme il arrive réellement dans le Ciel, on fait le petit quart de cercle de deux piéces, à l'aide deſquelles on peut l'allonger ou le racourcir.

64. Il paroît par ce que nous avons dit ſur la Sphere qu'elle renferme douze principaux points, que l'on peut compter deux à deux, ſçavoir, les deux poles du monde, le zenith & le nadir, les deux points équinoctiaux, les deux ſolſtitiaux, le nord ou le ſeptentrion, & le ſud ou le midi, enfin l'eſt ou l'orient, & l'oueſt ou l'occident. Les quatre premiers ſont ſur le méridien du lieu, les quatre ſuivans ſe trouvent ſur l'écliptique, & les quatre derniers ſont ſur l'horiſon.



LIVRE SECOND.

Des Cercles de la Sphere que l'on imagine sur le Globe de la Terre, & des différentes apparences que l'on remarque en divers lieux de la surface de ce Globe.

On transporte par la pensée sur la surface de la terre plusieurs des cercles dont nous avons parlé, sçavoir, le méridien, l'équateur, les deux tropiques & les deux cercles polaires. On y conçoit aussi deux poles qui répondent aux deux poles du monde, & qui ont les mêmes noms : mais comme cela suppose que la terre a la figure d'un globe, ou du moins qu'elle en approche, nous allons en donner quelques preuves.

Art. I. Premierement la surface de la terre est courbe d'orient en occident : car le Soleil se leve plutôt pour ceux qui sont plus à l'orient, que pour ceux qui sont moins avancés vers ce côté, comme on peut le voir par les éclipses de Lune : car si on remarque quelle heure il est au Soleil quand une éclipse de Lune commence, on voit qu'il est plus tard dans les lieux plus orientaux que dans ceux qui le sont moins, quoique cette apparence arrive effectivement dans le même moment dans ces différens lieux : par éxemple, si on observe une éclipse de Lune tant à Paris qu'à Vienne en Autriche, & que cette éclipse commence quand il est 10 heures du soir à Paris, il sera près de 11^h à Vienne quand on observera ce commencement. Il en est de même de la fin & des autres circonstances de l'éclipse : ainsi le Soleil se leve plutôt à Vienne qu'à Paris. Or cela n'arriveroit pas si la superficie de la terre n'étoit pas courbe d'orient en occident ;

car alors le Soleil commenceroit à éclairer toutes les parties d'une même face de la terre dans le même instant. En second lieu, la surface de la terre est encore courbe du septentrion au midi, comme il paroît en ce que si quelqu'un avance vers le nord, le pole septentrional s'élevera par rapport à lui, & le pole méridional s'abbaissera.

On peut aussi prouver la rondeur de la terre par ce qui arrive lorsqu'en navigeant sur mer le vaisseau approche ou s'éloigne de la terre ferme : car si on en approche on voit les objets les plus élevés, comme le sommet des montagnes, des tours, des clochers, avant d'en appercevoir les parties inférieures, qui se découvrent à proportion que le vaisseau approche. Si au contraire on s'éloigne de la terre ferme, on perd d'abord de vûe le bas de ces objets, tandis qu'on en voit encore le haut. Or cela arrive quelle que soit la direction du vaisseau, vers l'orient ou vers l'occident, vers le nord ou vers le sud.

Enfin on conclut la rondeur de la terre par son ombre qui paroît toujours terminée par un arc sur le disque de la Lune, c'est-à-dire, sur la face tournée vers nous : car si la terre n'étoit pas ronde en tout sens, il arriveroit au moins quelquefois que cette ombre ne seroit pas terminée par un arc de cercle. Il est vrai que ce n'est pas proprement l'ombre de la terre qui parvient jusqu'à la Lune & qui l'éclipse : c'est plutôt celle de l'atmosphere, je veux dire, de l'air qui environne la terre : mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse conclure la rondeur de la terre de cette apparence : car elle prouvera au moins la rondeur de l'atmosphere. Or cette atmosphere n'est ronde, que parce que la terre a la même figure.

Cela posé, nous allons donner les notions des cercles ou plutôt des circonférences que l'on imagine sur la surface de la terre.

2. L'équateur terrestre est un cercle que l'on conçoit décrit sur la surface de la terre, lequel répond à l'équa-

teur du ciel : ainsi il divise la terre en deux parties égales, dont l'une est appellée septentrionale, & l'autre méridionale. Les Pilotes & les Géographes appellent ce cercle, ou, pour mieux dire, cette circonférence, la *Ligne*, parce que c'est la principale ligne qui soit marquée dans les Cartes géographiques. On l'appelle aussi *Ligne équinoctiale*, ou simplement l'*Equinoctiale*.

3. L'axe de ce cercle est le même que celui de la terre, qui n'est autre chose que la partie de l'axe du monde comprise dans la terre. Les deux extrémités de cet axe de la terre sont ses deux poles, lesquels répondent nécessairement aux poles du monde. Un de ces poles de la terre est appellé septentrional ou boreal, l'autre est nommé méridional ou austral.

4. Les méridiens terrestres sont des cercles que l'on imagine sur la surface de la terre, situés de maniere qu'ils répondent aux méridiens célestes. Il suit de là que ces cercles passent par les poles de la terre, & qu'ils coupent par conséquent l'équateur à angles droits. Dans presque toutes les Cartes géographiques ces méridiens sont des lignes tirées du haut en bas, qui vont en s'approchant l'une de l'autre par une de leurs extrémités, ou même par toutes les deux, lorsque les Cartes représentent une partie de l'hémisphere septentrional & une partie du méridional.

5. Les tropiques terrestres sont deux petits cercles de la terre que l'on conçoit situés sur la surface de la terre de la même maniere que les deux cercles célestes de même nom le sont dans le ciel : & pareillement les deux polaires terrestres répondent à ceux du ciel qui ont même nom. Ces quatre petits cercles partagent la superficie de la terre en cinq parties, qu'on appelle *Zones*, dont celle du milieu est nommée *Torride*, les deux qui la terminent de part & d'autre sont les *Tempérées*, & les deux autres, les *Froides* ou *Glaciales*.

6. La zone torride est une partie de la surface de la

terre comprise entre les tropiques : elle est coupée en deux également par l'équateur terrestre. Ainsi on peut soudiviser la zone torride en deux autres, dont l'une est septentrionale, terminée d'une part par l'équateur, & de l'autre par le tropique du *cancer* ou de l'écrevisse ; l'autre est méridionale, laquelle est bornée par l'équateur & par le tropique du capricorne.

7. Les zones tempérées sont celles dont chacune est contenue entre un tropique & un cercle polaire, qui sont l'un & l'autre vers le même pole de la terre. Une de ces deux zones se nomme septentrionale, & l'autre méridionale. La premiere est terminée par le tropique du *cancer* & le cercle polaire arctique ; l'autre est contenue entre le tropique du capricorne & le polaire antarctique.

8. Les deux zones froides sont celles dont chacune est comprise entre un cercle polaire & le pole de même nom. L'une est appellée septentrionale, l'autre méridionale : ces deux dernieres zones ont chacune la figure d'une calotte, au milieu de laquelle est situé un des poles de la terre : les trois autres sont des especes de ceintures, ou des bandes terminées par des côtés paralleles.

9. La largeur de la zone torride est d'environ 46 deg. 57 min. parce que chaque tropique est éloigné de l'équateur d'un peu plus de $23^{d}\ 28'$, celle de chaque zone tempérée est de $43^{d}\ 3'$, & enfin celle de chaque zone froide de $23^{d}\ 28'$, en comptant depuis un cercle polaire jusqu'au pole voisin qui y est renfermé. Or nous verrons dans la suite que chacun de ces degrés contient 25 lieues, dont chacune est de 2287 toises. D'où il suit que la zone torride a environ 1174 lieues de largeur ; que chaque zone tempérée en a 1076, & que chaque zone froide en a 587. Ces différentes largeurs s'appellent aussi *Latitudes*, comme nous le dirons dans la suite.

10. Outre les zones qui contiennent des espaces fort vastes, les Géographes divisent encore la surface de la terre par plusieurs cercles paralleles à l'équateur, qu'ils

imaginent couper la terre. Les parties de cette surface qui sont comprises entre ces paralleles sont appellées *climats*. Or les climats ont différentes largeurs chez les différens géographes : mais il est très-ordinaire de donner à chaque climat situé entre l'équateur & le cercle polaire, la largeur qui est nécessaire pour que le plus long jour du parallele qui termine un climat du côté du pole surpasse d'une demi-heure le plus long jour du parallele qui termine le climat précédent : de sorte que les climats se comptent de l'équateur vers le pole : le premier est celui à la fin duquel le plus long jour est de 12 heures & demie : le second est celui à la fin duquel le plus long jour est de 13^h, & ainsi de suite. D'où il paroît que Paris est à la fin du huitiéme climat, parce que le plus long jour y est de 12^h plus 8 demi-heures, c'est-à-dire, de 16^h; (on prend seulement le tems pendant lequel le Soleil paroît sur l'horison, & non pas la durée du crépuscule, qui est le tems auquel les rayons du Soleil parviennent jusqu'à nous, quoiqu'il soit sous l'horison). Le plus long jour de l'année arrive dans le même tems par rapport à tous les climats qui sont dans la même partie, soit septentrionale, soit méridionale ; sçavoir quand le Soleil décrit le tropique qui est au-dessus de cette partie de la terre.

11. On compte de part & d'autre de l'équateur 24 climats depuis l'équateur jusqu'aux cercles polaires ; parce que sur les cercles polaires le plus long jour est de 12^h, plus 24 demi-heures, & par conséquent il surpasse de 24 demi-heures la durée du jour sur l'équateur : mais depuis les cercles polaires jusqu'aux poles on ne compte ordinairement que six climats, parce que le plus long jour à la fin de ces climats surpasse d'un mois entier le plus long jour à la fin du climat précédent. Ainsi le premier de ces climats est celui à la fin duquel le plus long jour est d'un mois : le second celui à la fin duquel le plus long jour est de deux mois, ainsi de suite jusqu'à

ce qu'enfin au pole qui est la fin du dernier climat le jour soit de six mois, & la nuit de six mois pareillement. Il y a donc trente climats dans l'hémisphere septentrional, & autant dans l'hémisphere méridional, sçavoir 24, qu'on nomme climats d'heures, ou plutôt de demi-heures, & six de mois. Il y a des Géographes qui comptent les premiers climats de quart-d'heure en quart-d'heure, & les seconds de 15 jours en 15 jours, & alors il y a 60 climats dans chaque hémisphere de la terre.

12. Il faut remarquer que les climats soit d'heures, soit de mois n'ont pas la même largeur : car entre les climats d'heures, ceux qui sont plus près de l'équateur ont plus de largeur : au contraire les climats de mois sont d'autant plus larges qu'ils sont plus près des poles. Cette différence vient de ce que les climats d'heures dépendent de la grandeur de l'arc qui est sur l'horison, de l'arc, dis-je, du tropique voisin : au lieu que les climats de mois dépendent de l'arc de l'écliptique, lequel reste toujours sur l'horison pendant que la sphere fait sa révolution autour de son axe. Nous expliquerons cette diversité dans le IV Livre, comme aussi la maniere de trouver le commencement, la fin, la largeur des climats, soit d'heures, soit de mois.

13. On mesure sur l'équateur & les méridiens la longitude & la latitude des Villes & de tous les lieux qui sont sur la surfarce de la terre.

14. La latitude d'un lieu, par éxemple, d'une Ville, est la distance de cette Ville à l'équateur de la terre : ou, ce qui revient au même, c'est l'arc d'un méridien terrestre compris entre l'équateur & cette Ville. Ainsi la latitude de Paris est l'arc du méridien contenu entre l'équateur & Paris. Cet arc est d'environ $48^{d}\ 51'$.

15. La latitude est ou septentrionale ou méridionale : la premiere s'étend depuis l'équateur du globe de la terre jusqu'à son pole boreal : l'autre depuis le même cercle vers le pole austral. Il suit de-là que ni l'une ni l'autre ne peut avoir plus de 90 degrés, parce que l'arc du méri-

dien placé entre l'équateur & le pole, n'est qu'un quart de cercle.

16. Ceux qui sont sur la ligne équinoctiale n'ont point de latitude, & le pole n'est point élevé sur l'horison par rapport à eux : car l'un & l'autre pole est dans le plan de leur horison : mais tous les autres peuples voient un des poles du ciel élevé sur l'horison, tandis que l'autre est au-dessous. Ceux qui sont dans la partie septentrionale voient le pole du même nom sur l'horison : & ceux qui sont dans la partie méridionale voient le pole méridional. Or l'élévation du pole sur l'horison est toujours égale à la latitude : car supposons qu'un homme qui est placé sur l'équateur avance vers le pole boreal, on conçoit que l'horison s'abbaisse du côté vers lequel il avance, tandis qu'il se leve de l'autre côté opposé, comme il paroît en ce que ce voyageur découvre des objets qu'il ne voyoit pas auparavant : & cet abbaissement de l'horison au-dessous du pole est égal à la quantité dont cet homme se trouve éloigné de l'équateur : si, par éxemple, il est éloigné de l'équateur de 5 deg. son horison sera abbaissé de 5 deg. au dessous du pole, ou, ce qui revient au même, ce pole sera élevé de 5 deg. sur l'horison, & l'autre pole sera abbaissé de la même quantité au-dessous de la partie opposée de l'horison : ce qui fait voir que l'élévation du pole est égale à la latitude. On peut démontrer cette égalité entre la latitude & l'élévation du pole de la maniere suivante.

Fig. 4. Soit le méridien céleste HZRN, l'horison HR, le zenith Z, l'équateur AETF, les poles P, *p*, l'élévation du pole sera PR, & la distance du zenith à l'équateur céleste sera ZA. Or cette distance mesure la latitude du lieu, puisqu'elle répond à celle qui est entre le lieu & l'équateur terrestre. Cela posé, il faut prouver que l'arc ZA est égal à PR. Depuis le pole P, jusqu'à l'équateur AT il y a un quart de cercle : car le pole d'un cercle est éloigné de 90 deg. de tous les points de sa circonférence. Par la même raison le zenith Z est éloigné de l'horison

HR d'un quart de cercle : les deux arcs PA & ZR ſont donc des grandeurs égales, ſçavoir des quarts de cercle : par conſéquent ſi on en retranche la partie commune ZP, les reſtes ZA & PR ſeront égaux : c'eſt-à-dire, que la latitude eſt égale à l'élévation du pole.

17. REMARQUE. L'élévation de l'équateur ſur l'horiſon eſt le complément de la hauteur du pole par rapport au même lieu : par exemple, la hauteur du pole étant à Paris de 48^{d} $51'$, l'élévation de l'équateur ſera de 41^{d} $9'$: car l'arc ZH du méridien compris entre le zenith & l'horiſon, eſt un quart de cercle. Or ce quart de cercle renferme deux parties, ſçavoir l'arc ZA qui meſure la latitude du lieu, & l'arc AH, qui eſt l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon : ainſi ces deux arcs ſont compléments l'un de l'autre. Or la hauteur du pole eſt égale à la latitude. Par conſéquent l'élévation de l'équateur eſt le complément de la hauteur du pole.

18. La longitude d'un lieu eſt la diſtance de ce lieu au premier méridien, ou, ce qui revient au même, c'eſt l'arc d'un cercle parallele à l'équateur, compris entre le premier méridien, & le lieu dont il s'agit. Or cet arc eſt ſemblable à celui de l'équateur, qui eſt entre le premier méridien & le méridien du lieu : ainſi la longitude ſe meſure par l'un & l'autre arc. Les degrés de longitude ſe comptent depuis le premier méridien, en avançant toujours vers l'orient, en ſorte que ſi une Ville étoit à l'occident du premier méridien & proche de ce cercle, elle auroit près de 360 deg. de longitude, au lieu qu'elle ne peut avoir que 90 degrés de latitude. Nous avons dit qu'on compte les degrés de longitude d'occident en orient : cela vient de ce que ſi un lieu eſt plus oriental de 15 deg. qu'un autre, on compte une heure de plus au même inſtant dans le premier que dans le ſecond : c'eſt-à-dire, que s'il étoit, par exemple, huit heures dans le ſecond, il ſeroit au même inſtant 9 heures dans le premier : & ſi le premier étoit de 30 deg. plus oriental, on

y compteroit deux heures de plus, &c. La raiſon en eſt que le Soleil faiſant 360 deg. ou ſon tour entier d'orient en occident en 24^{h}, il doit parcourir la 24me partie de 360^{d} en une heure. Or la 24me partie de 360 eſt 15.

19. On peut prendre entre les méridiens celui que l'on veut pour premier : il ſeroit néanmoins à propos, pour éviter la confuſion, que tous les Géographes ſe ſerviſſent du même premier méridien : car ſans cela deux Géographes attribueront à la même Ville différentes longitudes, parce que les mérid. d'où ils commencent à compter ſeront à différentes diſtances de la Ville. Ptolemée & les anciens Géographes ont pris pour premier mérid. celui qui paſſe par l'Iſle de Fer, qui eſt la plus occidentale des Iſles Canaries : Louis XIII ordonna qu'on prendroit en France ce premier mérid. c'eſt ce que tous les Géographes François ont fait depuis ce tems. Cependant l'Académie Royale des Sciences de Paris a coutume de regarder le mérid. qui paſſe par l'Obſervatoire de Paris comme le premier, à cauſe des obſervations aſtronomiques qu'on y fait continuellement : mais les Hollandois comptent pour premier mérid. celui qui paſſe par l'Iſle de Tenerif, qui eſt encore une des Canaries, ou plutôt par une haute montagne de cette Iſle, qu'on appelle le *Pic* de Tenerif.

20. Remarque. Deux ou pluſieurs lieux, par éxemple, deux Villes peuvent avoir la même latitude : cela arrive quand ils ſont ſur le même cercle parallele à l'équateur : de même tous les lieux qui répondent au même méridien ont la même longitude : mais deux lieux ne peuvent avoir en même-tems la même latitude ou ſeptentrionale ou méridionale, & la même longitude, par éxemple, 40 deg. de latitude & 30 deg. de longitude, parce qu'il n'y a qu'un ſeul point de la ſurface de la terre qui ait en même-tems cette latitude & cette longitude, ſçavoir le point d'interſection d'un parallele à l'équateur qui eſt à ce degré de latitude, & d'un méridien qui paſſe par ce degré de longitude. Ainſi la latitude & la longitude d'un lieu priſes enſemble détermi-

nent sa situation sur le globe de la terre : c'est pourquoi si on connoît ces deux choses pour une Ville, on sçaura quelle est sa situation. Nous dirons dans le III Liv. comment on trouve la latitude & la longitude.

21. Comme les Anciens connoissoient une plus grande étendue de pays d'occident en orient que du midi au septentrion, car ils jugeoient la zone torride & les zones glaciales inhabitables, ils ont appellé la premiere dimension longitude ou longueur, & l'autre latitude ou largeur, parce que lá plus grande des deux dimensions d'une surface est appellée longueur, & l'autre se nomme largeur.

Dans les Cartes géographiques les degrés de latitude sont à droite & à gauche, & les degrés de longitude se marquent en haut & en bas : les premiers se prennent sur les méridiens, & les autres sur l'équateur ou les paralleles à l'équateur.

22. Il faut à présent parler des différentes positions de la Sphere : on peut les réduire à trois générales, sçavoir la Sphere *droite*, l'*oblique*, & la *parallele*. Nous en allons donner les définitions après que nous aurons dit comment on dispose la Sphere armillaire, & le globe soit terrestre, soit céleste, pour une Ville dont on connoît la latitude : c'est ce que l'on appelle monter une Sphere horisontalement par rapport à cette Ville.

23. Je suppose, par éxemple, qu'il s'agit de disposer la sphere ou un globe pour Paris, dont la latitude est presque de 49 deg. J'observe d'abord que les degrés d'élévation du pole son marqués sur le méridien en commençant au pole ; & comme Paris a presque 49 deg. de latitude, il a la même élévation de pole : ainsi je tourne le méridien jusqu'à ce que le pole arctique soit élevé d'environ 49 deg. au-dessus de la partie de l'horison qui est marquée *nord* : pour lors la sphere est montée pour Paris. S'il s'agissoit d'une Ville dont la latitude fût méridionale, il faudroit élever le pole de même au-dessus de cette

partie de l'horiſon qui eſt marquée *ſud*. Cela poſé, on entendra aiſément comment il faut monter la ſphere par rapport à l'horiſon, afin qu'elle ſoit droite, ou oblique, ou parallele.

24. La ſphere droite eſt celle dans laquelle l'équateur coupe l'horiſon à angles droits; & par conſéquent tous les paralleles (on ſous-entend *à l'équateur*) ſont auſſi perpendiculaires à l'horiſon. Les peuples qui ſont ſur la ligne équinoctiale, ou dont le zenith répond à l'équateur céleſte, ont la ſphere droite.

25. La ſphere oblique eſt celle dans laquelle l'équateur coupe obliquement l'horiſon : telle eſt la poſition de la Sphere par rapport à ceux qui ſont entre l'équateur & les poles de la terre. Ainſi la Sphere eſt oblique par rapport à tous les habitans de la terre, excepté ceux qui ſont ſur l'équateur, ou ſur les poles.

26. La ſphere parallele eſt celle dans laquelle l'équateur eſt parallele à l'horiſon : c'eſt ainſi que la ſphere du monde eſt diſpoſée pour ceux qui ſeroient ſur les poles de la terre, ou dont le zenith ſeroit un des poles du monde. Les apparences des mouvemens céleſtes ſont entiérement différentes dans ces trois poſitions de la ſphere : mais pour mieux faire concevoir la raiſon de ces apparences, nous obſerverons ce qui ſuit.

1°. On diſtingue deux ſortes de jours, l'un qu'on appelle naturel; l'autre, artificiel.

27. Le jour naturel eſt la durée d'une révolution entiere du Soleil d'orient en occident, ou le tems qui s'écoule depuis le moment que le Soleil quitte un méridien juſqu'au moment où il revient à la même partie de ce méridien. Tout le monde ſçait que ce jour ſe diviſe en 24 parties qu'on appelle *heures*.

28. Quoique les cercles paralleles à l'équateur, que le Soleil paroît décrire pendant l'année, ſoient d'autant plus petits qu'ils ſont plus éloignés de l'équateur, cependant le Soleil emploie le même tems à parcourir chacun

de ces cercles : c'eſt pourquoi tous les jours naturels ſont égaux, au moins ſenſiblement.

29. Le jour artificiel eſt le tems pendant lequel le Soleil demeure ſur l'horiſon. Le jour pris en ce ſens eſt oppoſé à la nuit. Il eſt tantôt plus long tantôt plus court : ainſi c'eſt celui dont on parle, quand on dit que les jours ſont plus longs en eſté qu'en hyver. C'eſt preſque toujours celui-là que nous entendrons dans la ſuite.

30. 2°. On appelle arc diurne la partie d'un cercle parallele à l'équateur, qui eſt parcourue par le Soleil pendant l'eſpace d'un jour artificiel. On voit par-là que cette partie du parallele eſt ſur l'horiſon : mais l'arc nocturne eſt l'autre partie du même cercle qui eſt cachée ſous l'horiſon.

31. 3°. Le Soleil parcourant 15 deg. de l'équateur ou d'un parallele par heure, la durée du jour contient autant d'heures qu'il y a de fois 15 deg. dans l'arc diurne, & la nuit eſt pareillement compoſée d'autant d'heures qu'il y a de fois 15 deg. dans l'arc nocturne.

32. Il ſuit de-là que ſi l'arc diurne d'un parallele contient plus de degrés que l'arc diurne d'un autre parallele coupé par l'horiſon du même lieu, le jour qui répond au premier arc ſera plus long que celui qui répond à l'autre : mais ſi ces arcs ſont ſemblables, les jours qui y répondent ſont égaux. Enfin le jour eſt plus long ou plus court que la nuit, ou bien lui eſt égal, ſelon que l'arc diurne eſt plus long ou plus court que l'arc nocturne, ou que ces deux arcs ſont égaux.

Après ces obſervations nous allons paſſer à l'explication des apparences des mouvemens céleſtes dans les trois poſitions de la ſphere, en ſuppoſant que les cieux & tous les aſtres ſont mûs autour de la terre. Or ſi on entend une fois l'explication de ces apparences dans l'hypothèſe du mouvement des cieux, il ſera facile d'expliquer les mêmes apparences dans l'hypothèſe du mouvement de la terre.

Des Apparences de la Sphere droite.

33. 1°. Ceux qui ont la ſphere droite, c'eſt-à-dire, qui habitent ſur la ligne, ont pendant toute l'année les jours égaux aux nuits, & par conſéquent égaux entr'eux. La raiſon eſt que l'équateur étant perpendic. à l'horiſon dans cette Sphere, ſon axe, qui eſt auſſi celui du monde, ſe trouve dans le plan de l'horiſon. Or cet axe du monde contient les centres de tous les cercles paralleles à l'équateur que le ſoleil parcourt ſucceſſivement dans l'année; & par conſéquent chacun de ces paralleles eſt coupé en deux parties égales par l'horiſon; c'eſt-à-dire, que l'arc diurne de chaque parallele eſt égal à l'arc nocturne : ainſi les jours ſont égaux aux nuits, & de plus les jours ſont égaux entre eux.

34. 2°. Le Soleil paſſe deux fois par an par leur zenith; c'eſt le 21 de Mars & le 23 de Septembre, qui ſont les jours auxquels le Soleil décrit l'équateur céleſte où ſe trouve le zenith de ceux qui ont la ſphere droite: & comme un Pays eſt cenſé avoir l'eſté lorſque le Soleil eſt plus proche de ſon zenith que dans les autres tems de l'année, il s'enſuit que les peuples qui ſont ſur la ligne ont deux eſtés. On peut dire qu'ils ont auſſi deux hyvers, parce que le Soleil s'écarte de part & d'autre de l'équateur juſqu'aux tropiques : mais il ne faut pas conclure de-là qu'ils doivent ſentir un froid ſemblable à celui que nous éprouvons pendant notre hyver, puiſque le Soleil eſt encore plus près de leur zenith, quand il décrit les tropiques, (c'eſt alors qu'arrivent leurs hyvers) qu'il n'eſt voiſin du nôtre pendant notre eſté.

35. 3°. Le Soleil eſt par rapport à eux du côté du ſeptentrion depuis le 21 de Mars juſqu'au 23 du mois de Septembre, & depuis ce jour juſqu'au 21 de Mars de l'année ſuivante, il eſt du côté du midi. Cela vient de ce que pendant les ſix premiers mois le Soleil décrit la moitié de l'écliptique ſituée dans la partie ſeptentrionale, & que pendant les ſix autres mois il parcourt l'autre moitié de l'écliptique qui eſt dans la partie méridion.

36. 4°. Lorſque le Soleil décrit l'équateur, ce qui arrive environ le 21 de Mars & le 23 de Septembre, l'ombre des objets perpendiculaires à l'horiſon, c'eſt-à-dire, la trace de cette ombre qui paroît ſur un plan horiſontal, tend directement vers l'occident depuis le matin juſqu'à midi; à midi il n'y a point d'ombre, ou plutôt elle eſt au-deſſous du corps; & enfin depuis midi juſqu'au ſoir, l'ombre eſt dirigée droit vers l'orient. Tout cela vient de ce que l'ombre doit toujours être dans la partie oppoſée au Soleil. Il arrive par la même raiſon que l'ombre de midi eſt tous les jours dirigée vers le ſud lorſque le Soleil eſt dans les ſix ſignes ſeptentrionaux, & qu'elle eſt dirigée droit au nord lorſqu'il eſt dans les ſignes méridionaux.

37. 5°. Les peuples qui ont la ſphere droite voient les deux poles dans le plan même de l'horiſon, parce que n'ayant point de latitude, un des poles ne peut être élevé ſur l'horiſon, ni l'autre abbaiſſé au-deſſous du plan de ce cercle.

38. 6°. Ils voient toutes les étoiles dans l'eſpace de 24 heures, puiſqu'en faiſant leurs révolutions elles ſont 12 heures ſur l'horiſon, & 12 heures au-deſſous: nous avons déja apporté la cauſe de cet effet, en montrant dans la premiere apparence que l'horiſon de cette ſphere coupe en deux parties égales tous les cercles que le Soleil & tous les aſtres décrivent chaque jour.

Des Apparences de la Sphere oblique.

Afin d'entendre mieux les raiſons de ces apparences, nous établirons deux principes après les définitions ſuivantes.

39. On appelle Sphere boreale celle dans laquelle le pole ſeptentrional eſt élevé ſur l'horiſon: ainſi tous ceux qui habitent ſur l'hémiſphere ſeptentrional de la terre, ont la ſphere boreale. La Sphere auſtrale eſt celle dans laquelle le pole méridional eſt élevé ſur l'horiſon. Par

conséquent ceux-là ont la ſphere auſtrale qui habitent ſur l'hémiſphere méridional de la terre. L'une & l'autre eſt ou oblique ou parallele. Mais quand nous dirons ſimplement la Sphere boreale ou auſtrale, nous entendrons toujours l'oblique, parce que la parallele ne convient qu'à deux points de la terre, ſçavoir les deux poles, qui même ne ſont pas habités ſelon les apparences.

Premier Principe.

40. Dans la ſphere oblique tous les cercles paralleles à l'équateur que le Soleil décrit pendant l'année, ſont coupés en deux parties inégales par l'horiſon, excepté l'équateur : car puiſque l'horiſon de la ſphere oblique ne paſſe pas par les poles du monde ; mais que l'un eſt élevé ſur l'horiſon, & l'autre abbaiſſé au-deſſous, il eſt néceſſaire que l'arc ſupérieur de chaque parallele qui eſt entre l'équateur & le pole élevé, ſoit plus grand que l'arc inférieur ; c'eſt-à-dire, celui qui eſt au-deſſous de l'horiſon : au contraire de l'autre côté de l'équateur l'arc ſupérieur eſt moindre que l'arc inférieur. Ainſi dans la ſphere boreale, les arcs ſupérieurs ou diurnes des paralleles qui ſont ſitués entre l'équateur & le pole arctique, ſont plus grands que les arcs nocturnes : c'eſt le contraire pour les paralleles qui ſont de l'autre côté de l'équateur : mais dans la ſphere auſtrale les arcs diurnes des paralleles ſitués du côté du pole méridional, ſont plus grands que les arcs nocturnes : c'eſt le contraire du côté du pole ſeptentrional. Tout cela vient de ce que l'axe du monde ou de l'équateur paſſe par le centre de tous les paralleles. Or cet axe eſt au-deſſus de l'horiſon depuis l'équateur juſqu'au pole élevé ; & il eſt au-deſſous depuis le même cercle juſqu'au pole abbaiſſé : ainſi les arcs diurnes ſont plus grands que les nocturnes du côté du pole élevé ; & ils ſont plus petits entre l'équateur & le pole abbaiſſé.

SECOND PRINCIPE.

41. Dans la ſphere boreale les arcs ſupérieurs ou diurnes des paralleles ſont d'autant plus grands, c'eſt-à-dire, qu'ils contiennent d'autant plus de degrés, que les paralleles ſont plus voiſins du pole arctique; ainſi puiſque le tropique du *cancer* ou de l'écreviſſe eſt plus voiſin de ce pole que les autres paralleles que le Soleil parcourt par ſon mouvement journalier, il s'enſuit que l'arc diurne du tropique du *cancer* eſt plus grand dans la la ſphere boreale que l'arc diurne des autres paralleles: mais le tropique du capricorne étant plus éloigné du pole arctique que tous les autres cercles paralleles que le Soleil décrit, il faut que l'arc diurne de ce tropique ſoit le plus petit de tous dans cette ſphere. Le contraire arrive dans la ſphere auſtrale; car dans celle-ci le plus grand de tous les arcs diurnes eſt celui du tropique du capricorne, & le plus petit de tous eſt celui du tropique du *cancer*. Ce ſecond principe eſt fondé, de même que le premier, ſur ce que l'axe du monde paſſe par le centre de tous les paralleles.

42. Dans ces deux principes nous parlons ſeulement de ce qui arrive aux peuples qui ont la ſphere oblique, enſorte néanmoins qu'ils habitent entre l'équateur & un des deux cercles polaires. Car pour ceux qui ſont dans zone froide, un des tropiques eſt entiérement au-deſſus de l'horiſon, & l'autre eſt entiérement caché au-deſſous; par conſéquent ces deux cercles ne ſont pas partagés en deux arcs, dont l'un ſoit diurne & l'autre nocturne. Il faut juger de même de pluſieurs cercles paralleles qui ſont entre l'équateur & le tropique élevé, dont il y en a d'autant plus qui ſont tout entiers ſur l'horiſon, que les peuples ſont plus près des poles.

43. La figure 5 ſervira à éclaircir ces deux principes, Fig. 5.
& ce que nous dirons dans la ſuite. Soit le cercle HPR*p* qui repréſente le colure des ſolſtices qui paſſe par les

poles du monde P, p, & ſur le plan duquel on conçoive la ſphere comme applatie, en ſorte que cet applatiſſement ſe faſſe perpendiculairement au plan; pour lors l'équateur & tous les cercles qui lui ſont paralleles, paroîtront comme des lignes droites, auſſi-bien que l'horiſon & l'écliptique : ſoit donc l'horiſon HR, l'écliptique EL, l'équateur AT, le tropique du cancer EF, & le tropique du capricorne IL, les paralleles que décrit le Soleil ſoient les lignes compriſes entre EF & IL; les points ſolſtitiaux ſeront E & L, l'un & l'autre point équinoxial ſera le point C, qui eſt l'interſection de l'équateur & de l'écliptique.

44. Nous allons expliquer un peu en détail ce qui regarde l'écliptique : le point du ſolſtice d'hyver étant L, & celui du ſolſtice d'eſté E, la ligne LCE repréſentera l'arc qui contient les ſignes aſcendans, & la même ligne ECL priſe en un autre ſens repréſentera l'autre moitié de l'écliptique qui contient les ſignes deſcendans: pareillement les points équinoxiaux étant déſignés par C, l'arc qui renferme les ſignes ſeptentrionaux ſera CEC, & celui qui contient les ſignes méridionaux ſera CLC. De plus la ligne HR repréſentant l'horiſon, les parties des lignes paralleles qui ſont au-deſſus, telles que ſont 1E1, 2B2, 3D3, &c. repréſentent les arcs diurnes; & les parties qui ſont au-deſſous de HR, ſont les arcs nocturnes.

45. Cela poſé, il eſt viſible 1°. ſelon le premier principe, que tous les paralleles que décrit le Soleil, excepté l'équateur, ſont coupés en deux parties inégales; 2°. que ſuivant l'autre principe, les arcs diurnes qui ſont plus voiſins du pole élevé P, ſont plus grands que ceux qui en ſont plus éloignés, c'eſt-à-dire, qu'ils contiennent plus de degrés de leurs cercles que les autres. Après tout ce que nous venons de dire, on entendra aiſément les différentes apparences que nous allons expliquer.

46. 1°. Le 21 de Mars & le 23 de Septembre le jour

eſt égal à la nuit dans toutes les parties de la terre. Cela vient de ce que le Soleil décrit l'équateur pendant ces deux jours. Car l'équateur & l'horiſon étant deux grands cercles de la ſphere, ils ſe coupent mutuellement en deux parties égales ; ainſi l'arc diurne de l'équateur eſt égal à l'arc nocturne : & de-là ſuit l'égalité du jour à la nuit par toute la terre, excepté les deux poles de la terre par rapport auxquels le Soleil ſe leve ou ſe couche ce jour-là.

47. 2°. Dans la ſphere oblique boreale, le plus long jour de l'année eſt le 21 de Juin, & le plus court eſt le 21 de Décembre : c'eſt le contraire dans la ſphere oblique auſtrale. La raiſon de cette apparence eſt que le 21 Juin le Soleil décrit le tropique du cancer qui eſt plus près du pole élevé que tous les autres paralleles que le Soleil décrit pendant le reſte de l'année ; & par conſéquent ſelon le ſecond principe l'arc diurne de ce parallele eſt plus grand que celui de tous les autres : ainſi ce jour doit être plus long que les autres. Par la raiſon oppoſée le 21 de Décembre doit être le jour le plus court de toute l'année, parce que le tropique du capricorne, que le Soleil parcourt alors, eſt plus éloigné du pole élevé ſur l'horiſon que tout autre parallele du Soleil. On voit facilement par-là pourquoi le contraire arrive dans la ſphere oblique auſtrale.

48. 3°. Dans la ſphere oblique boreale les jours croiſſent depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin de l'année ſuivante, & ils décroiſſent enſuite depuis le 21 Juin juſqu'au 21 Décembre. Depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin ſuivant, le Soleil s'approche continuellement du pole élevé ; & par conſéquent l'arc diurne doit être plus grand de jour en jour ſelon le ſecond principe. Ainſi les jours doivent augmenter : mais depuis le 21 Juin juſqu'au 21 Déc. le Soleil s'éloigne de plus en plus de ce pole élevé ; ainſi les jours doivent devenir plus courts pendant tout ce tems. Il paroît par ce qu'on vient de

dire que le contraire arrive dans la ſphere auſtrale.

49. 4°. Dans la ſphere boreale les jours ſont plus longs que les nuits depuis le 21 de Mars juſqu'au 23 de Sept. & depuis ce jour juſqu'au 21 de Mars de l'année ſuivante les jours ſont plus courts que les nuits. C'eſt que pendant le premier intervalle le Soleil parcourt la partie ſeptentrionale de l'écliptique. Or ſuivant le premier principe les paralleles qui ſont de ce côté de l'équateur, ont tous leur arc diurne plus grand que le nocturne: mais pendant le ſecond intervalle le Soleil décrit la partie de l'écliptique qui eſt de l'autre côté de l'équateur, & pour lors l'arc diurne eſt moindre que l'arc nocturne. Le contraire arrive dans la ſphere auſtrale par les raiſons opposées.

50. 5°. Dans la ſphere oblique, ſoit boreale, ſoit auſtrale, les jours également éloignés d'un même ſolſtice, ſont égaux. Par éxemple, le premier de Juin & le 11 de Juillet ſont égaux, à cauſequ'ils ſont également éloignés du ſolſtice d'eſté, qui tombe au 21 Juin. La raiſon en eſt que le Soleil décrit le même parallele dans deux jours qui ſont également éloignés d'un même ſolſtice.

51. 6°. Dans la ſphere oblique, ſoit boreale, ſoit auſtrale, il y a deux nuits qui ont la même durée que les deux jours égaux dont ont vient de parler, quels que ſoient ceux que l'on choiſiſſe. Ces deux nuits arrivent lorſque le Soleil parcourt le parallele autant éloigné de l'équateur vers un côté que l'eſt celui d'où vient l'égalité des deux jours, lequel eſt ſitué de l'autre coté de l'équateur. Car il eſt facile de voir que l'arc nocturne du premier de ces paralleles correſpondants eſt égal à l'arc diurne du ſecond.

52. Il ſuit de cette apparence que les nuits de l'automne & de l'hyver ſont égales aux jours du printems & de l'eſté; & que les nuits du printems & de l'eſté ſont égales aux jours de l'automne & de l'hyver: ainſi il y a dans la ſphere oblique, ſoit boreale, ſoit auſtrale, ſix

mois de jours & six mois de nuits pendant l'année. Nous n'avons point d'égard, en parlant de toutes ces apparences, à l'effet causé par la réfraction des rayons du Soleil le matin & le soir, & nous comprenons la durée des crépuscules dans celle de la nuit.

53. 7°. Dans la sphere oblique boreale, depuis le solstice d'hyver jusqu'au solstice d'esté, le Soleil se leve & se couche à des points de l'horison qui s'approchent de plus en plus du nord, & les hauteurs méridiennes augmentent chaque jour. Depuis le solstice d'esté jusqu'au solstice d'hyver les points du lever & du coucher du Soleil approchent de plus en plus du sud, & les hauteurs méridiennes diminuent chaque jour. Cela vient de ce que le Soleil parcourt pendant le premier intervalle la moitié du zodiaque qui est la partie ascendante, laquelle s'étend depuis le tropique du capricorne jusqu'au tropique du cancer : mais pendant le second intervalle, le Soleil décrit la partie descendante du zodiaque qui commence au tropique du *cancer*, & qui se termine au tropique du capricorne. Dans la sphere australe les points du lever & du coucher du Soleil s'approchent du sud depuis le solstice d'hyver jusqu'à l'autre solstice, & s'en éloignent ensuite le reste de l'année jusqu'au solstice d'hyver : il faut entendre les solstices d'hyver & d'esté pour cette sphere.

54. REMARQUE. Les tropiques n'étant éloignés l'un de l'autre que de 46 degrés 57 minutes, le Soleil levant ou couchant ne parcourt du sud au nord qu'un arc de cette quantité dans la sphere droite, parce que l'horison y étant perpendiculaire aux deux tropiques, l'arc de ce cercle en doit mesurer la distance. Mais il n'en est pas ainsi dans la sphere oblique dans laquelle les points du lever des deux solstices sont d'autant plus éloignés, que l'obliquité de la sphere est plus grande. L'arc de l'horison compris entre ces deux points est environ de 74^{d} à la latitude de Paris.

55. 8°. Dans la ſphere oblique ceux qui ont leur zenith hors des tropiques ou qui habitent hors de la zone torride, n'ont jamais le Soleil vertical, mais ils l'ont toujours ſitué du même côté à midi : ceux qui ſont dans la partie ſeptentrionale, ont le ſoleil ſitué à midi vers le ſud ; d'où il arrive que leur ombre méridienne eſt dirigée vers le nord, c'eſt ce qu'éprouvent tous les peuples de l'Europe & preſque tous ceux de l'Aſie : pour ce qui eſt de ceux qui ſont dans la partie méridionale, ils ont toujours le Soleil vers le nord à midi, & par conſéquent leur ombre méridienne tend vers le ſud. Cela vient de ce que le Soleil ne paſſe jamais au-delà des deux tropiques. Il eſt clair que tous ces peuples qui habitent hors de la zone torride n'ont qu'un eſté & un hyver.

56. 9°. Ceux qui ayant la ſphere oblique habitent néanmoins entre les deux tropiques, éprouvent quelque choſe de ſemblable à ce qui arrive à ceux qui ont la ſphere droite. 1°. Le Soleil eſt deux fois l'année vertical à midi par rapport à eux, parce qu'il décrit deux fois par an le parallele qui paſſe par leur zenith, auſſi-bien que chacun des autres paralleles. 2°. Ils ont deux eſtés & deux hyvers : leurs eſtés arrivent quand le Soleil eſt proche de leur zenith à midi : & leurs hyvers quand il en eſt le plus éloigné, ſoit vers le nord, ſoit vers le ſud. Il faut pourtant remarquer qu'entre les peuples qui habitent la zone torride, ceux qui ſont près d'un des tropiques n'ont, à proprement parler, qu'un hyver : ſçavoir quand le Soleil eſt vers le tropique le plus éloigné. 3°. Le Soleil à midi eſt tantôt vers le nord, tantôt vers le ſud ; & par conſéquent les ombres méridiennes tombent quelquefois vers un pole, & quelquefois vers l'autre. Pour ce qui eſt des deux jours auxquels le Soleil eſt vertical à midi, l'ombre diſparoît dans ce moment.

57. 10°. Plus la hauteur du pole ou la latitude eſt grande dans la ſphere boreale, plus les jours ſont longs depuis le 21 de Mars juſqu'au 23 de Septembre, plus

au

au contraire ils ſont courts depuis le 23 de Septembre jusqu'au 21 de Mars : en ſorte néanmoins que les plus longs jours ſont ceux qui ſont les plus proches du ſolſtice d'eſté, & les plus courts ſont ceux qui approchent le plus du ſolſtice d'hyver. La raiſon de cette apparence eſt que les arcs diurnes des paralleles qui ſont entre l'équateur & le pole élevé ſont d'autant plus grands, que le pole eſt plus élevé : & quand la hauteur du pole eſt telle que le tropique du cancer eſt tout entier ſur l'horiſon, de ſorte néanmoins qu'il le touche encore d'un côté, & le tropique du capricorne eſt tout entier au-deſſous, alors le Soleil demeure ſur l'horiſon pendant tout le tems qu'il décrit le tropique élevé, ſçavoir pendant la durée de 24 heures, & il reſte autant de tems caché, lorſqu'il décrit le tropique du capricorne. On voit bien ce qui doit arriver dans la ſphere auſtrale en pareilles circonſtances.

58 Afin que le tropique le moins éloigné du pole élevé ſoit tout entier ſur l'horiſon, de façon cependant qu'il le touche encore; il faut que la hauteur du pole ou la latitude ſoit de $66^d\ 32'$, telle qu'elle eſt au cercle polaire. En effet ſi on prend au-deſſous du pole élevé un arc du méridien de $66^d\ 32'$, en comptant depuis ce pole, le point qui terminera cet arc répondra à la partie inférieure du tropique; car le tropique eſt diſtant du pole de cette quantité : ainſi puiſque l'horiſon paſſe par ce point, qui eſt le terme de la diſtance du pole élevé à l'horiſon, il eſt néceſſaire que le tropique ſoit tout entier ſur l'horiſon. Cela s'entendra facilement par la fig. 6, dans laquelle le cercle HPR*p* repréſente le méridien, P, *p* les deux poles, HR l'horiſon, EF le tropique du cancer, LI le tropique du capricorne. Si on ſuppoſe que l'élevation PH eſt de $66^d\ 32'$, il eſt évident que le tropique EF, qui eſt éloigné du pole de la même quantité, ſera tout entier ſur l'horiſon, & que l'autre tropique IL ſera tout entier au-deſſous, à cauſe que l'arc *p*R, égal à

PH, eſt le même que pI, qui eſt la diſtance du pole inférieur à ce tropique.

59. 11°. Il paroît par ce qu'on vient de dire, que quand l'élevation du pole ſurpaſſe 66^d 32', il y a pluſieurs cercles paralleles du Soleil qui ſont tout entiers ſur l'horiſon, & qu'il y en a auſſi pluſieurs entiers au-deſſous. Or de-là il ſuit que le jour le plus long contient deux fois autant 24 heures, & encore une fois de plus, qu'il y a de paralleles entiers ſur l'horiſon, ſans compter le tropique. Si, par éxemple, il y a ſix paralleles ſur l'horiſon outre le tropique, le plus long jour contiendra 13 fois 24 heures. La raiſon eſt que le Soleil parcourt deux fois chaque parallele, une fois en allant vers le tropique, & l'autre fois en s'en retournant : mais pour le tropique il ne le décrit qu'une fois. Il faut dire la même choſe de la plus longue nuit, qui eſt toujours égale au plus long jour.

60. 12°. Ceux qui ont la ſphere oblique ont certaines étoiles qui ſont toujours ſur l'horiſon, ſçavoir celles dont la diſtance au pole élevé eſt moindre que la hauteur de ce pole. Il y a d'autres étoiles qui ne paroiſſent jamais ſur leur horiſon : ce ſont celles qui ſont moins éloignées du pole abbaiſſé que ce pole ne l'eſt de l'horiſon. Ainſi à la latitude de Paris les étoiles qui ne ſont pas diſtantes du pole arctique au-delà de 48^d 51', ſont toujours ſur l'horiſon, & celles qui ſont moins éloignées du pole antarctique que de 48^d 51' ne ſe levent jamais.

61. Après tout ce que nous avons dit, on entendra aiſément les raiſons des obſervations ſuivantes qui appartiennent encore à la ſphere oblique. 1°. Tous ceux qui ſont dans la même ſphere hors des tropiques, ont chacune des ſaiſons de l'année dans le même-tems, c'eſt-à dire, lorſque le Soleil répond à la même partie de l'écliptique : ainſi, par éxemple, quoique le France & la Chine ſoient très-éloignées l'une de l'autre, cependant ces deux pays ont l'eſté dans le même-tems, j'en dis au-

tant des trois autres saisons : 2°. Au contraire ceux qui ont différentes spheres obliques, & qui habitent hors des tropiques, ont des saisons différentes en même-tems : les uns ont l'esté, par éxemple, tandis que les autres sont en hyver : ainsi les *antipodes*, c'est-à-dire, ceux qui habitent des parties de la terre diamétralement opposées, ont des saisons contraires en même-tems, pourvû qu'ils ne soient pas sur l'équateur, ni près de ce cercle. 3°. Ceux qui sont sur le même parallele ont tous non-seulement la même saison dans le même tems : mais de plus chaque jour est de même longueur pour eux tous, quoiqu'ils ne l'aient pas en même-tems : car si les uns sont sur une partie de ce cercle, & les autres sur une partie opposée du même cercle, les premiers auront le jour tandis que les autres auront la nuit.

62. Il faut remarquer que ceux qui sont sur des parties opposées du même parallele ne sont pas antipodes, parce que si on conçoit une ligne tirée des uns aux autres dans l'intérieur de la terre, elle ne passera pas par le centre du globe de la terre, & n'en sera pas par conséquent un diametre : cependant s'il est question de l'équateur, ceux qui habitent les parties opposées de ce cercle sont antipodes.

63. Les personnes qui commencent à étudier la sphere ont peine à comprendre comment nos antipodes peuvent se tenir sur la surface de la terre : il leur semble que ces gens, qui répondent à nos pieds, devroient tomber en s'écartant de la terre : mais ils en jugeront autrement, s'ils font réflexion que tomber c'est s'approcher du centre de la terre vers lequel les corps pesans sont poussés par l'effort de la pesanteur. Or si nos antipodes s'écartoient de la terre en allant vers le ciel, comme on se l'imagine communément, bien loin de s'approcher du centre de la terre, ils s'en éloigneroient ; ainsi ils ne tomberoient pas, mais au contraire ils monteroient : ce qui est opposé à la loi des corps pesans : par conséquent ils ne

doivent pas s'écarter de la terre, puiſqu'ils ſont pouſſés comme nous vers ſon centre, lequel eſt entre eux & nous.

Les apparences de la Sphere parallele.

64. Nous avons dit que la ſphere eſt parallele quand l'horiſon eſt parallele à l'équateur. Or pour avoir l'horiſon ſitué en cette maniere, il faut être ſur un des poles de la terre, & par conſéquent le zenith doit répondre à un des poles du ciel. D'où il ſuit que l'élevation ou la hauteur du pole y eſt de 90 degrés : on doit dire la même choſe de la latitude. Il eſt vraiſemblable qu'il n'y a point de peuple qui habite dans cet endroit de la terre, à cauſe du froid extrême qu'il doit y faire. Quoi qu'il en ſoit, voici les apparences qu'y produiſent les mouvemens des aſtres, & ſur-tout du Soleil.

65. 1°. Dans la ſphere parallele l'année n'eſt compoſée que d'un jour & d'une nuit qui ſont l'un & l'autre de ſix mois. La raiſon en eſt que tous les paralleles placés entre l'équateur & le tropique ſupérieur, ſont tout entiers ſur l'horiſon, puiſque dans cette ſphere, ce cercle ſe confond avec l'équateur. Par la même raiſon tous les paralleles compris entre l'équateur & le tropique inférieur ſont cachés tout entiers ſous l'horiſon de cette ſphere : ainſi la nuit doit durer pendant ſix mois ſans interruption. Dans la ſphere parallele boreale, le jour commence au 21 de Mars, & finit au 23 de Septembre : & dans l'auſtrale, il commence au 23 de Septembre, & finit au 21 de Mars.

66. REMARQUE. Quand on dit que la nuit dure ſix mois, on y comprend les crépuſcules, qui commencent environ deux mois avant le lever du Soleil, & ne finiſſent que deux mois après ſon coucher : car le crépuſcule doit commencer le matin quand il eſt encore 18^d au-deſſous de l'horiſon, & ne doit finir le ſoir que lorſqu'il eſt arrivé à 18^d au-deſſous, c'eſt-à-dire, quand il y a 18^d de déclinaiſon, parce que dans cette ſphere la hau-

teur ou l'abbaiſſement du Soleil à l'égard de l'horiſon, eſt la même choſe que ſa déclinaiſon, ou ſa diſtance de l'équateur. Or quand le Soleil revient à l'équateur, & qu'il en eſt encore éloigné de 18^d, il faut preſque deux mois pour qu'il y parvienne : & quand il répond à ce cercle, il emploie le même tems pour s'en écarter de 18^d.

67. Les deux mois reſtans pendant leſquels il n'y a point de crépuſcule ne ſont pas une nuit profonde & continuelle : car la Lune ſe montre deux fois pendant ce tems, & demeure ſur l'horiſon 15 jours à chaque fois. Il ne reſte donc plus qu'un mois pendant lequel on ne voit que les étoiles & quelques planetes.

68. 2°. Le Soleil tourne parallelement à l'horiſon dans l'eſpace de 24 heures : c'eſt que l'horiſon ſe confondant avec l'équateur dans cette ſphere, les cercles paralleles à l'équateur qui ſont décrits par le Soleil en 24 heures, ſont auſſi paralleles à l'horiſon.

69. 3°. Les ombres tournent tout autour des objets en 24 heures. Cela eſt néceſſaire, puiſque le Soleil décrit en ce tems un cercle parallele à l'horiſon.

70. 4°. Enfin les étoiles ne ſe levent ni ne ſe couchent jamais dans cette ſphere : celles qui ſont ſur l'horiſon pendant un tems y demeurent toujours, & celles qui ſont au-deſſous y reſtent auſſi toujours. La raiſon de cette apparence vient de ce que les étoiles n'ont qu'un mouvement qui ſoit bien ſenſible, au moins pendant aſſez long-tems : ſçavoir le mouvement d'orient en occident, qui ſe fait ſur des cercles paralleles à l'équateur, & par conſéquent à l'horiſon de cette ſphere. Néanmoins après un aſſez grand nombre d'années, comme de cent ans, quelques étoiles peuvent ſe lever & d'autres ſe coucher à cauſe d'un mouvement très-lent vers l'orient, par lequel elles font un degré environ en 70 ans ſur des cercles paralleles à l'écliptique.

71. Il paroît par tout ce que nous avons dit ſur les apparences des trois diſpoſitions générales de la ſphere,

que la durée de toutes les nuits d'une année prises ensemble est égale à celle de tous les jours. Il n'y a point de difficulté à l'égard de la sphere parallele dont nous venons de parler. Cela est encore évident par rapport à la sphere droite, puisque chaque jour & chaque nuit sont de 12 heures. Il n'y auroit que dans la sphere oblique où il pourroit y avoir quelque difficulté. Or nous avons vû (art. 52.) que l'égalité dont nous parlons s'y trouve aussi.

72. Après ce que nous avons dit, on entendra facilement quelques petits Prob. pour résoudre par le moyen d'un globe terrestre plusieurs questions que l'on peut faire touchant le lever & le coucher du Soleil, & l'heure qu'il est en même-tems dans différens lieux. La solution de ces problêmes dépend d'un petit cercle qu'on appelle *horaire*, qui est attaché au méridien, & qui a pour centre le pole septentrional, qui est le pole élevé par rapport à nous. Il y a 12 heures marquées sur la demi-circonférence orientale de ce petit cercle, & autant sur l'occidentale : les 12 heures de la demi circonférence orientale commencent à la partie inférieure & finissent à la supérieure. Mais elles sont placées d'une maniere opposée sur la demi-circonférence occidentale. Le bout de l'axe de la sphere qui est au centre du cercle horaire, porte une aiguille qui tourne & montre différentes heures lorsqu'on fait tourner la sphere.

73. Il y a encore une autre chose à observer dans la sphere & dans le globe terrestre pour les Problêmes dont il s'agit : ce sont les différents tours ou cercles qui sont peints sur la largeur de l'horison : ils se réduisent à trois ; le premier, ou le plus extérieur, contient les noms des vents, le second les noms des mois, le troisiéme enfin, les noms des signes du zodiaque. Or les noms des mois avec leurs jours sont tellement disposés qu'ils répondent aux degrés & aux noms des signes que le Soleil décrit pendant ces mois : par exemple, le 21 du mois de

Mars répond au commencement d'*aries*, parce que le Soleil entre ce jour-là dans ce signe.

74. Il est bon d'avertir qu'il ne faut pas s'attendre à une grande précision quand on en viendra à la pratique des méthodes suivantes, il faudroit pour cela que le globe fût fort grand, & qu'il fût construit avec toute l'éxactitude possible : aussi ne proposons-nous ces méthodes que comme une espece d'amusement ingénieux. Nous donnerons dans le troisiéme Livre la maniere de résoudre les mêmes Problêmes avec une éxactitude entiere par le moyen du calcul.

Nous ne dirons pas ici comment on trouve la latitude & la longitude des Villes marquées sur le globe, parce qu'il n'y a aucune difficulté après ce que nous avons exposé sur l'une & sur l'autre. Nous répéterons seulement en peu de mots au commencement du Problême suivant ce qui a été expliqué ailleurs (art. 23.) touchant la maniere de monter un globe ou une sphere horisontalement.

75. *Trouver à quelle heure le Soleil se leve ou se couche à un jour proposé par rapport à un lieu dont on connoît la latitude, & quelle est la longueur de ce jour.*

Supposons que le jour proposé est le premier Juillet, & que le lieu est la ville de Paris, dont la latitude est d'environ 49 degrès. Il faut monter la sphere horisontalement pour Paris, en élevant le pole septentrional au-dessus de l'horison presque de 49 degrés. (On éleve le pole septentrional, parce que c'est celui qui est plus proche du zenith de Paris.) Après cette préparation on cherchera 1°. sur l'horison quel est le degré du signe auquel répond le Soleil le premier Juillet, & on trouvera que c'est le dixiéme degré du *cancer*. 2°. On cherchera le dixiéme degré du cancer sur le zodiaque, & on tournera la sphere de maniere que ce degré réponde au méridien. 3°. La sphere étant dans cette situation, on mettra l'aiguille des heures sur midi, parce qu'on suppose que la sphere étant ainsi disposée, il est

midi à Paris, & on fera tourner la ſphere vers l'orient jusqu'à ce que le dixiéme degré du cancer marqué ſur l'écliptique, réponde à l'horiſon oriental : la ſphere étant dans cette ſituation, l'aiguille horaire marquera l'heure du lever du Soleil à Paris le premier de Juillet : on trouvera que c'eſt environ à 4 heures du matin. Or le moment de midi étant également éloigné du lever & du coucher, au moins ſenſiblement, on conclura que le Soleil ſe couche ce jour-là à huit heures du ſoir, & que par conſéquent la durée de ce jour eſt de 16 heures.

76. On peut par cette méthode trouver dans quel climat eſt ſituée une Ville dont on connoît la latitude : car il ne faut pour cela que chercher la durée du plus long jour de l'année, qui eſt celui auquel le Soleil répond au premier degré du cancer, & compter autant de climat qu'il y a de demi-heures dans ce plus long jour au-deſſus de 12 heures. Ainſi le plus long jour à Paris étant d'environ 16 heures, cette Ville eſt à la fin du huitiéme climat.

77. *Quand il eſt midi à une Ville, par éxemple à Paris, trouver l'heure qu'il eſt à une autre Ville.*

Il faut tourner le globe juſqu'a ce que Paris ſoit ſous le méridien, & mettre pour lors l'aiguille des heures ſur midi ; enſuite faire tourner le globe juſqu'à ce que l'autre Ville, que je ſuppoſe être Conſtantinople, ſoit ſous le méridien, & regarder ſur quelle heure eſt l'aiguille ; c'eſt l'heure qu'il eſt à Conſtantinople lorſqu'il eſt midi à Paris. On trouvera qu'il eſt environ une heure trois quarts après midi. De même ſi on veut ſçavoir quelle heure il eſt à Paris quand il eſt midi à Conſtantinople, on placera cette derniere Ville ſous le méridien, & on mettra alors l'aiguille ſur midi ; puis on tournera le globe juſqu'à ce que Paris réponde au mérid. & on trouvera qu'il eſt $10^h \frac{1}{4}$ à Paris, quand il eſt midi à Conſtantinople.

78. *Trouver quelle heure il eſt dans tous les endroits de la terre quand il eſt une certaine heure à un lieu, par éxemple, à Paris.*

Je ſuppoſe qu'il ſoit 9 heures du matin à Paris. Il s'agit de trouver quelle heure il eſt en même-tems dans tous les autres lieux marqués ſur le globe terreſtre. Je tourne le globe juſqu'à ce que Paris ſoit ſous le méridien, & je mets enſuite l'aiguille du cercle horaire ſur 9 heures du matin : après cela je fais tourner le globe, & je regarde quelle heure marque l'aiguille lorſqu'une Ville eſt ſous le méridien : c'eſt l'heure qu'il eſt à cette Ville, quand il eſt 9 heures du matin à Paris : ainſi parce que Rome ſe trouvant ſous le méridien l'aiguille marque preſque $9^{h}\frac{3}{4}$ du matin, on en conclura qu'il eſt preſque $9^{h}\frac{3}{4}$ à Rome quand il eſt 9 heures du matin à Paris : on trouvera pareillement que dans le même-tems il eſt un peu plus de $10^{h}\frac{3}{4}$ du matin à Alexandrie, preſque $11^{h}\frac{1}{4}$ à Jéruſalem, plus de $11^{h}\frac{1}{2}$ à Moſcow, plus de midi un quart à Iſpaham en Perſe. Toutes ces Villes ſont à l'orient de Paris : c'eſt pourquoi le jour y eſt plus avancé. Voici d'autres Villes qui ſont à l'occident, & dans leſquelles par conſéquent on trouvera le jour moins avancé qu'à Paris : on verra, par exemple, qu'il eſt preſque $8^{h}\frac{1}{2}$ du matin à Cadiz ; qu'il n'eſt pas encore $4^{h}\frac{1}{4}$ du matin à Kebec en Canada, qu'il eſt un peu plus de $3^{h}\frac{1}{2}$ du matin à Portobello, environ 2^{h} du matin à Mexico, Capitale du Mexique. On ne regarde pas ici le méridien du globe comme étant celui de Paris, mais comme un méridien en général.

79. Si on n'avoit point de globe terreſtre, il faudroit ſçavoir la différence des longitudes, & réduire en heures & en minutes les degrés que cette différence contiendroit, en comptant une heure pour 15 deg. 4 min. d'heure pour un degré, & une min. d'heure pour 15 min. de degré, parce que le Soleil parcourt 15 deg. par heure en allant d'orient en occident. Ainſi parce que la différence des longitudes entre Paris & Goa dans les Indes eſt de $71^{d}\ 25'$ vers l'orient, le Soleil eſt plus avancé à Goa qu'à Paris de 4^{h} 45 min. 40 ſecondes, c'eſt-à-dire, qu'il eſt déja 4^{h} 45 min. 40 ſec. du ſoir à Goa, quand il eſt midi à Paris. On trouvera à la fin du quatriéme Livre une Table de la différence des longitudes ou des méridiens.

Il y a encore quelques autres Problêmes semblables que nous omettons ici, parce qu'il seroit inutile de nous y arrêter. Quiconque entend bien ce que nous avons dit sur la Sphere, n'a pas besoin qu'on lui explique ces méthodes, qui sont plus curieuses qu'utiles. Nous allons proposer & expliquer les principaux phénomenes de la Lune.

Du Mouvement & des apparences de la Lune.

On remarque trois principaux phenomenes par rapport à la Lune, ses différentes situations eu égard au Soleil, ses diverses formes qu'on appelle *phases*, & enfin les éclipses soit de Soleil soit de Lune.

80. Les différentes situations de la Lune par rapport au Soleil consistent en ce qu'elle est tantôt à l'orient tantôt à l'occident du Soleil : quelquefois elle répond au même point de l'écliptique que le Soleil qui est beaucoup plus distant de la terre que cette planete : quelquefois elle est éloignée du Soleil de 180 degrés. Quand elle est à peu-près entre le Soleil & la terre, ou plutôt quand elle répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, on dit qu'elle est en conjonction par rapport à cet astre : mais lorsqu'elle en est éloignée de 180 deg. en longitude, on dit qu'elle est en opposition avec le Soleil, à cause que ces deux astres répondent pour lors à des points du ciel opposés l'un à l'autre, ou du moins à des parties opposées du même cercle de latitude. Nous avons dit (Liv. I, art. 48) que les cercles de latitude sont de grands cercles perpend. à l'écliptique. Lorsque la Lune répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, elle a même longitude, & on dit qu'elle répond pour lors au même degré de l'écliptique que cet astre, quoiqu'elle ne soit pas dans ce cercle.

81. Les phases de la Lune sont les différentes formes qu'elle prend. On l'appelle nouvelle quand elle ne paroît pas éclairée. On dit qu'elle est pleine, lorsqu'elle se montre comme un cercle lumineux : elle est dans ses quartiers quand elle paroît en demi-cercle. Enfin elle paroît quelquefois en croissant, & quelquefois elle a une figure plus ou moins approchante du cercle.

82. Pour expliquer ces apparences il faut sçavoir que

la révolution de la Lune qui vient de ſon mouvement propre d'occident en orient, ſe fait en beaucoup moins de tems que celle du Soleil : car au lieu que le Soleil emploie plus de 365 jours pour faire ſon tour, la Lune au contraire acheve le ſien en 27 jours & quelques heures. Examinons ce que produit cette différence. Suppoſons que la Lune ſoit entre la Terre & le Soleil, elle paroîtra bien-tôt à l'orient de cet Aſtre, parce qu'elle ſe meut plus vîte : & après 27 jours & quelques heures elle arrivera au même demi-cercle de latitude auquel elle répondoit quand elle étoit entre le Soleil & la Terre. Mais elle n'aura pas pour cela atteint le Soleil qui pendant le tems de la révolution de la Lune a parcouru environ 27 deg. vers l'orient : il faudra encore au moins 2 jours, afin que la Lune attrape le Soleil ; c'eſt pourquoi il y a environ 29 jours & demi d'une conjonction à l'autre ſuivante. De-là vient la diſtinction entre le mois *périodique* & le mois *ſinodique* de la Lune.

83. Le mois périodique de la Lune eſt le tems qu'elle met à faire ſa révolution autour du zodiaque d'occident en orient. Le mois ſinodique eſt le tems que la Lune emploie pour rejoindre le Soleil après l'avoir quitté, ou ce qui revient au même, c'eſt le tems qu'il y a depuis une nouvelle Lune juſqu'à la ſuivante ; (nous ferons bientôt voir que la nouvelle lune arrive quand cette Planete répond au même point de l'écliptique que le Soleil.) Le premier de ces deux mois eſt de 27 jours, ſept heures 43 minutes : le ſecond eſt de 29 jours, 12 heures, 44 minut. Dans l'uſage ordinaire & civil, on compte les Lunes ou les mois ſinodiques alternativement de 29 & de 30 jours afin d'éviter l'inconvénient qu'il y auroit à finir une Lune & à commencer la ſuivante à la moitié d'un jour.

84. La Lune avançant plus vîte que le Soleil vers l'orient par ſon mouvement propre, il eſt clair qu'elle eſt à l'orient du Soleil depuis le tems qu'elle répondoit au même demi-cercle de latit. que le Soleil, juſqu'à ce qu'elle en ſoit éloignée de 180 deg. Mais quand elle s'eſt éloignée du Soleil de 180^d, ou de la demi-circonférence, il

faut qu'elle parcourre l'autre moitié de ſon orbite, ce qu'elle ne peut faire ſans ſe rapprocher du Soleil ; elle tend donc pour lors au Soleil, qui par conſéquent eſt à l'orient de la Lune, parce qu'elle tend toujours vers l'orient par ſon mouvement propre. Ainſi la Lune eſt dans ce temslà à l'occident du Soleil. C'eſt de ces différentes ſituations de la Lune par rapport au Soleil que dépendent ſes diverſes formes ou phaſes, & les éclipſes de ces deux Aſtres.

85. Pour entendre la raiſon des phaſes de la Lune il faut remarquer que cette Planete eſt un globe qui n'a point de lumiere par lui-même, c'eſt un corps opaque comme le globe terreſtre, qui n'a de lumiere qu'autant qu'il eſt éclairé par le Soleil : ſi donc la Lune paroît lumineuſe, ce n'eſt que parce qu'elle réfléchit la lumiere qu'elle reçoit du Soleil : or il ne peut y avoir qu'une moitié de la Lune qui ſoit éclairée par le Soleil, ſçavoir celle qui eſt tournée du côté de cet Aſtre ; pour l'autre moitié elle eſt dans l'obſcurité : (nous négligeons ici une petite différence entre ces deux parties, dont la premiere eſt un peu plus grande que la ſeconde, parce que le Soleil eſt plus grand que la Lune). Si donc la moitié qui n'eſt pas éclairée par le Soleil eſt tournée vers la Terre, la Lune ſera nouvelle, c'eſt-à-dire, qu'elle ne paroîtra pas. Si la moitié ou l'hémiſphere éclairé de la Lune eſt tourné directement vers la Terre, la Lune paroîtra pleine, c'eſt-à-dire, qu'on la verra comme un cercle lumineux : enfin ſi l'hémiſphere de la Lune tourné vers la terre, renferme une partie de la moitié éclairée & & une partie de l'autre moitié, nous verrons une partie de la Lune d'autant plus grande ou plus petite que l'hémiſphere préſenté à la terre contiendra une partie plus ou moins grande de la moitié éclairée. Cela poſé, voici comment tous les Aſtronomes expliquent les phaſes de la Lune.

86. 1°. Si la Lune répond au même point de l'écliptique que le Soleil, elle ſera nouvelle, c. à d. qu'elle ne paroîtra pas, parce qu'étant pour lors placée entre le So-

leil & la terre, ou du moins à peu près, l'hémisphere éclairé qui est nécessairement du côté du Soleil, n'est pas tourné vers la terre. 2°. Un jour ou deux après la conjonction la Lune paroît en forme de croissant qui s'élargit d'autant plus que la Lune s'éloigne du Soleil d'un plus grand nombre de degrés. La Lune en s'éloignant du Soleil, nous montre une partie de l'hémisphere éclairé, qui devient d'autant plus grande que sa distance ou plutôt son *élongation* du Soleil augmente. Delà vient le croissant & son augmentation. 3°. Quand la Lune s'est éloignée du Soleil de 90 degrés, elle paroît en demi-cercle : c'est qu'elle nous présente alors la moitié de l'hémisphere éclairé : cette phase de la Lune est appellée premier quartier. (La Lune paroît en demi-cercle un peu avant qu'elle soit éloignée du Soleil de 90 degrés ; ainsi elle paroît sous cette forme avant le premier quartier : mais la différence n'est ici d'aucune conséquence.) 4°. A mesure que son élongation du Soleil augmente, la lumiere s'étend de plus en plus, & la partie éclairée que nous voyons approche davantage de la figure d'un cercle. Cela vient de ce que l'hémisphere éclairé se présente de plus en plus à la terre. 5°. Quand la Lune est en opposition avec le Soleil, ou qu'elle en est éloignée de 180^{d}, elle paroît pleine ou comme un cercle entier : c'est qu'alors l'hémisphere éclairé par le Soleil est tourné tout entier vers la terre. Après l'opposition les mêmes phases reparoissent, mais dans un ordre renversé. Cela arrive par les mêmes raisons que nous venons de rapporter.

87. Afin qu'on entende mieux ce que nous avons dit sur les phases de la Lune, il ne sera pas inutile de se servir d'une figure. Soit donc la fig. 19 dont la terre T occupe le centre, le Soleil S soit à la circonfér. d'un grand cercle, & que les petits cercles A,B,C,D,E,F,G,H représentent la Lune dans ses différentes situations par rapport au Soleil, ou plutôt l'hémisphere de cette planete tourné vers la terre. Il est visible que la Lune étant en A

ſera nouvelle, parce que l'hémiſphere préſenté à la terre ne ſera pas éclairé; qu'étant en B, elle ſera dans ſon croiſſant; que placée en C, elle ſera dans ſon premier quartier; qu'arrivée en D, elle préſentera à la terre la plus grande partie de ſa moitié éclairée; que ſe trouvant en E, elle montrera cette moitié entiere à la terre; & qu'enſuite elle repaſſera par les mêmes états dans leſquels elle s'étoit trouvée dans la premiere demi-circonférence, avec cette différence que ces états ou ces phaſes reparoîtront dans un ordre renverſé.

88. La Lune ſelon ſes diverſes phaſes commence à paroître ſur l'horiſon en differents points du ciel & en differents tems. Un peu après la nouvelle Lune elle commence à paroître au-deſſus de l'horiſon occidental vers l'heure à laquelle le Soleil ſe couche, elle y eſt viſible juſqu'à ce qu'elle ſoit deſcendue au-deſſous de l'horiſon. Enſuite le croiſſant de la Lune augmentant, elle devient de jour en jour plus éloignée de l'horiſon au moment que le Soleil ſe couche, juſqu'à ce que dans le 1[r] quartier elle réponde au méridien dans le tems que le Soleil diſparoît: ainſi la Lune ne ſe couche alors que vers le milieu de la nuit. Mais les jours ſuivants la Lune ſe trouve au-delà du méridien vers l'orient au moment du Soleil couchant: elle devient même chaque jour de plus proche en plus proche de l'horiſon oriental à l'inſtant du coucher du Soleil, juſqu'à ce qu'enfin elle réponde à l'horiſon oriental dans le tems que le Soleil ſe couche, ce qui arrive le jour de la pleine Lune. On voit donc que depuis la nouvelle Lune juſqu'à la pleine Lune, cette planete éclaire plus longtems de jour en jour après le coucher du Soleil, de maniere cependant qu'elle ne reſte jamais ſur l'horiſon juſqu'au lever du Soleil, ſi ce n'eſt le jour de la pleine Lune ou de l'oppoſition, jour auquel elle éclaire ſur l'horiſon pendant toute la nuit. Mais après la pleine Lune elle ne monte ſur l'horiſon qu'après le coucher du Soleil, & elle y éclaire juſqu'à ce qu'il ſe leve: &

pour lors, c'eſt-à-dire, quand le Soleil eſt levé, la grande lumiere de cet aſtre empêche celle de la Lune de paroître, quoiqu'elle ſoit ſur l'horiſon. Dans la ſuite elle ſe leve d'autant plus tard après le coucher du Soleil, ou d'autant moins de tems avant le lever de cet aſtre, qu'elle s'éloigne plus de l'oppoſition, juſqu'à ce que le jour même du dernier quartier elle ſe leve vers le milieu de la nuit : & depuis le dernier quartier elle tarde tous les jours de plus en plus à ſe lever. Enfin le jour de la nouvelle Lune elle ſe leve en même-tems que le Soleil ; mais elle ne paroît pas alors.

89. Pour entendre la raiſon de ces diverſités, il faut faire attention qu'une planete qui eſt à l'orient du Soleil ne peut ſe lever & ſe coucher qu'après cet aſtre, puiſque le mouvement diurne du ciel ſe faiſant d'orient en occident, ceux de ſes points qui ſont plus à l'orient que d'autres ne peuvent monter ſur l'horiſon ou deſcendre au-deſſous qu'après ceux-ci. Au contraire quand une planete eſt à l'occident du Soleil, elle doit ſe lever & ſe coucher avant cet aſtre. Cela poſé, il eſt évident que la Lune ne doit ſe coucher qu'après le Soleil depuis la conjonction juſqu'à l'oppoſition, parce qu'elle eſt alors à l'orient du Soleil : mais depuis l'oppoſition juſqu'à la conjonction elle doit ſe lever avant le Soleil à cauſe que pendant tout ce tems elle eſt à l'occident de cet aſtre. Les autres circonſtances de ſes apparitions expoſées ci-deſſus, s'entendront aiſément.

90. Il faut remarquer que quand la Lune eſt dans ſon croiſſant ſes cornes ſont tournées vers l'orient, & que quand elle eſt dans ſon déclin elles ſont dirigées vers l'occident : en général on conçoit que les cornes de la Lune ſont tournées du côté oppoſé au Soleil. On peut encore connoître par deux autres ſignes ſi la Lune eſt dans ſon croiſſant ou dans ſon déclin. Car quand elle eſt dans ſon croiſſant elle eſt à l'orient du Soleil ; & d'ailleurs elle paroît le ſoir : c'eſt le contraire lorſqu'elle eſt dans ſon déclin.

91. Après ce que nous avons dit des phaſes de la

Lune, on voit aiſément d'où viennent les éclipſes de Soleil & de Lune: car ſi la Lune dans les conjonctions paſſe préciſément entre le Soleil & la terre, elle cachera le Soleil; c'eſt ce que l'on appelle éclipſe de Soleil : & ſi dans les oppoſitions elle ſe trouve dans la même ligne droite que le Soleil & la terre, en ſorte que la terre ſoit préciſément entre le Soleil & la Lune, elle interceptera conjointement avec ſon atmoſphere les rayons du Soleil, & ainſi les empêchera de parvenir juſqu'à la Lune, qui ſera par conſéquent privée de lumiere, c'eſt l'éclipſe de Lune. La Lune étant réellement privée de lumiere dans ſes éclipſes, tous ceux qui voient la Lune dans le tems de l'éclipſe, s'apperçoivent qu'elle eſt éclipſée : il n'en eſt pas de même du Soleil; car il eſt auſſi lumineux qu'à l'ordinaire pendant le tems qu'il eſt éclipſé : c'eſt pourquoi les peuples qui ſont tellement ſitués que la Lune n'eſt pas entre eux & le Soleil, ne s'apperçoivent pas de l'éclipſe, quoique d'autres la voient en même-tems.

92. Il ſemble d'abord qu'il devroit y avoir une éclipſe de Soleil à chaque nouvelle Lune, & une éclipſe de Lune chaque fois qu'elle eſt pleine : mais on verra qu'il n'en doit pas être ainſi, ſi on fait réflexion que la Lune ne ſe meut pas dans le plan du même cercle que le Soleil : en effet cet aſtre répond toujours à l'écliptique auſſi-bien que le globe de la terre, au lieu que la Lune ſe meut dans un cercle qui fait un angle d'environ cinq degrés avec l'écliptique. Il arrive de-là que ſi dans le tems de la nouvelle ou pleine lune elle ſe trouve dans ſes nœuds, c'eſt-à-dire, dans les points d'interſection de l'orbite de la Lune avec l'écliptique ou près de ces points, il y a éclipſe, parce que la Lune eſt alors dans le plan de l'écliptique avec le Soleil & la terre; mais ſi dans ce tems la Lune eſt aſſez éloignée de ſes nœuds, elle ne répond pas au même plan que le Soleil & la terre, & par conſéquent il ne peut y avoir d'éclipſe ni de Soleil ni de Lune.

93. La préſence ſoit de la Lune ſoit de la terre devant

le Soleil produit une ombre qui a la figure d'un cone. En général si le corps lumineux est plus grand que le corps opaque présenté à la lumiere, l'ombre a la figure d'un cone dont le sommet est au-delà du corps opaque ; (nous supposons que les deux corps sont des globes). Si ces deux corps sont égaux, l'ombre à la figure d'un cilindre qui s'étend à l'infini au-delà du corps opaque. Enfin si le corps lumineux est moindre que le corps opaque, l'ombre va en augmentant & s'étend à l'infini. Or le Soleil est plus grand que la Lune & même que la terre prise avec son atmosphere, c'est pourquoi l'ombre de ces deux corps doit se terminer en pointe, & avoir la figure d'un cone : c'est ce que nous allons voir par les fig. 20 & 21 dont les trois cercles S, L, T représentent le Soleil, la Lune & la Terre. Dans la fig. 20 les lignes EBA & FCA qui sont tirées des bords du Soleil & qui rasent la Lune, terminent l'ombre lunaire réprésentée par BAC, laquelle tombe sur la terre T. Pareillement dans la fig. 21 l'ombre de la terre ou de son atmosphere est GAH qui tombe sur la Lune L. Les lignes LA & TA sont les axes des cones d'ombres.

94. L'ombre de la Lune rencontrant la terre y cause une éclipse totale dans les endroits sur lesquels tombe cette ombre. Les lieux qui sont aux environs de l'ombre jusqu'à une certaine distance n'ont que l'éclipse partielle qui est d'autant plus grande qu'ils sont plus près de l'ombre. Cette ombre avance avec une vitesse prodigieuse vers l'orient: nous ferons voir qu'elle parcourt environ 12 lieues dans une minute sur la surface de la terre ; en sorte qu'elle va quatre fois plus vîte qu'un boulet de canon qui ne fait que trois lieues pendant une minute. Si l'axe de l'ombre de la Lune passe par le centre de la terre, la partie de la surface de la terre couverte par l'ombre sera circulaire, & le diametre de ce cercle ne pourra être que d'environ 60 lieues. Mais la section de l'ombre lunaire par le globe terrestre ne demeure pas circu-

laire, elle devient ovale à cause que l'axe de l'ombre ne peut passer qu'un moment par le centre de la terre.

95. L'espace qui environne l'ombre de la Lune & qui est privée des rayons d'une partie du Soleil, tandis qu'il en reçoit de l'autre partie de cet astre, est appellé *penombre* : tous ceux qui voyent l'éclipse partielle sont dans la penombre. Cette penombre va en s'élargissant : ainsi plus la Lune est éloignée de la terre, plus est grande la partie de la surface de la terre sur laquelle tombe la penombre. Au contraire l'ombre se retrecit à mesure qu'elle s'éloigne de la Lune : c'est pourquoi plus la Lune est éloignée du Soleil, plus l'endroit de la terre sur lequel tombe l'ombre est petit. Il peut même arriver que cette ombre ne parvienne pas jusqu'à la terre, à cause de la trop grande distance de la Lune, auquel cas l'éclipse du Soleil est appellée *annulaire*, parce qu'on voit les bords du Soleil qui paroissent former un anneau autour de la Lune qui cache le milieu du Soleil. Il faut pour cela que le disque ou le cercle de la Lune paroisse moindre que celui du Soleil.

96. L'ombre de la terre portée sur la Lune y cause aussi une éclipse : cette ombre est beaucoup plus grande que celle de la Lune, puisque le diametre d'une section de l'ombre de la terre prise à la distance de cette planete, est trois fois plus grand que celui de la Lune. Il paroît par-là que la Lune peut être éclipsée totalement pendant assez long-tems, cela peut aller à deux heures; au lieu que l'éclipse du Soleil ne demeure jamais totale au-delà de 5^{m}. Le moment auquel le bord occidental de la Lune commence à entrer dans l'ombre, qui est l'instant où l'éclipse devient totale, s'appelle *immersion*; & celui où elle commence à n'être plus totale se nomme *émersion* : c'est quand le bord oriental de la Lune sort de l'ombre. Cette ombre est plutôt celle de l'atmosphere, c'est-à-dire, de l'air qui environne la terre, que de la terre même : car on prouve que l'ombre de la terre ne peut

parvenir jusqu'à la Lune, à cause de la réfraction que soufrent les rayons du Soleil qui passent au tour de la terre. En effet cette réfraction tend à les rapprocher de l'axe de l'ombre, & à les réunir vers un point moins éloigné de la terre que celui auquel ils se réuniroient.

Nous venons de dire que l'éclipse de Lune peut être totale pendant deux heures, & que celle du Soleil ne peut l'être que pendant cinq minutes : nous avons dit aussi que l'ombre de la Lune fait environ 12 lieues pendant une minute. On ne sera peut être pas faché de trouver ici la preuve de ce que nous avons avancé.

97. La Lune par son mouvement propre parcourre environ 13 deg. par jour vers l'orient : d'ailleurs le Soleil fait dans le même-tems à peu-près un degré. Ainsi la Lune fait environ 12 degrés en 24 heures par rapport au Soleil : c'est un demi-degré ou 30 minutes par heure ; & par conséquent une demi-minute de degré pendant une minute d'heure. Or une demi-minute de l'orbite de la Lune contient 12 lieues : car la distance du centre de la terre à la Lune, ou le rayon de l'orbite de la Lune est environ 60 fois plus grand que le rayon de la terre ou de son équateur : donc un degré de l'orbite de la Lune vaut 60^{d} de l'équateur de la terre ; & par conséquent une min. de l'orbite de la Lune est égale à un deg. de cet équateur. Or le degré de l'équateur terrestre est de 25 lieues : par conséquent une demi-minute contient environ 12 lieues. Ainsi la lune fait 12 lieues en une minute de tems. L'ombre de la Lune doit donc parcourir le même espace sur la surface de la terre.

98. On détermine par le même principe le tems pendant lequel l'éclipse de Lune peut être totale. La Lune avançant d'occident en orient par son mouvement propre, l'éclipse commence a être totale au moment que le bord occidental de la Lune entre dans l'ombre ; & elle cesse de l'être quand le bord oriental qui est le premier sort de l'ombre. Or l'intervalle de tems qui est entre ces

deux momens peut être de deux heures : car le diametre de la ſection de l'ombre à la diſtance ou eſt la Lune étant égal à trois diametres de cette planete, on conçoit que quand la Lune commence a être plongée toute entiere dans l'ombre, elle a encore un eſpace égal à deux de ſes diametres à parcourir avant que ſon bord oriental ſorte de l'ombre. (On ſuppoſe ici que le centre de la Lune ſuive le diametre de la ſection.) Or le diametre de la Lune eſt au moins de 30 minutes : donc un eſpace égal à deux diametres de la Lune vaut un degré. D'ailleurs la Lune employe deux heures à parcourir un degré, puiſqu'elle fait 12 degrés en 24 heures. Par conſéquent l'éclipſe de Lune peut demeurer totale pendant deux heures.

99. Mais l'éclipſe du Soleil ne peut être totale que pendant 5 minutes. Il faut pour cela que le Soleil ſoit dans ſon *apogé*, c'eſt-à-dire, dans ſon plus grand éloignement de la terre, & que la Lune ſoit dans ſon *perigé* ou ſa plus grande proximité de la terre. Dans ces circonſtances la Lune paroît plus grande que le Soleil, enſorte que ſon diametre apparent ſurpaſſe celui du Soleil de 2 minutes & demie. Cela poſé, l'éclipſe ſolaire commence à être totale, quand le bord oriental ou antérieur de la Lune répond au bord oriental du Soleil ; & elle ceſſe d'être totale lorſque le bord occidental de la Lune quitte le bord occidental du Soleil. Or il peut y avoir 5 minutes de tems entre ces deux inſtans : car ſuppoſons que le bord oriental de la Lune réponde au bord oriental du Soleil, le bord occidental de la Lune ſera encore éloigné de celui du Soleil de 2 minutes & demie, puiſque le diametre apparent de la Lune ſurpaſſe celui du Soleil de cette quantité : il faudra donc que la Lune parcourre 2 minutes & demie, afin que le bord occidental du Soleil paroiſſe. Or la Lune employe 5 minutes de tems à parcourir 2 minutes & demie de degrés, parceque en une heure ou 60. minutes de tems, elle parcourre 30 minutes de degrés.

100. Les Aſtronomes, pour déterminer la grandeur des éclipſes, diviſent le diametre ſoit du Soleil ſoit de la Lune en douze parties égales qu'ils appellent *doigts*, chaque doigt en 60 minutes. Ainſi quand ils diſent qu'une éclipſe a été de quatre doigts, cela veut dire que le tiers du diametre de la planete a été éclipſé, parce que 4 eſt le tiers de 12. S'ils diſent qu'une éclipſe de Lune ſera, par éxemple de 21 doigts, cela ſignifie que quand le diametre de la Lune auroit 21 parties égales à celles dont il en contient 12, l'éclipſe ſeroit encore totale : dans ce cas il faut que la trace que ſuit le centre de la Lune dans l'ombre de la terre, ſurpaſſe le diametre de la Lune de neuf doigts.

Nous finirons ce ſecond Livre en diſant encore quelque choſe ſur les étoiles fixes & ſur l'uſage qu'on en peut faire pour regler les Pendules & les Montres.

101. Nous avons déja dit que les étoiles fixes paroiſſent ſe mouvoir d'occident en orient ſelon des cercles paralleles à l'écliptique (Liv. I. art. 32.) & que ce mouvement qui eſt très-lent, puiſqu'elles ne peuvent achever leur révolution qu'en 25200, eſt cauſe de la préceſſion des équinoxes (Liv. I. art. 33.) Il ne nous reſte qu'une choſe à ajouter, c'eſt qu'elles achevent plus vite leur révolution d'orient en occident que le Soleil, enſorte que ſi une étoile paſſe dans un jour par le méridien en même-tems que le centre du Soleil, le jour ſuivant elle paſſera par ce méridien 4 minutes plutôt que le Soleil, ou plus exactement 3 minutes 57 ſecondes. C'eſt ce que l'on appelle *l'accélération* des étoiles fixes. Cela vient du mouvement apparent du Soleil vers l'orient qui eſt à peu-près d'un degré par jour : car le Soleil étant devenu plus oriental que l'étoile à laquelle il répondoit le jour précedent, il ne peut paſſer par le méridien qu'après l'étoile. Or cette différence de tems eſt d'environ 4 minutes, parce que le Soleil faiſant ſon tour entier ou 360 degrés en 24 heures ou 1440 minutes, il doit par-

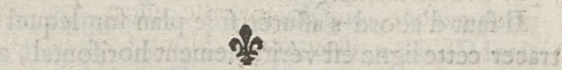
courir un degré en 4 minutes qui sont la 360me partie de 1440 minutes.

102. Voici comment on peut faire usage de cette accéleration des étoiles fixes pour voir si une Pendule est bien reglée. Je suppose qu'il y a vers le midi quelque objet élevé comme un clocher, une cheminée, le faite d'un toit, que l'on puisse voir par une fenêtre : il faut attacher au côté de la fenêtre une planche mince ou plutôt une espece de plaque ou de regle de fer, de cuivre ou de quelque autre matiere, qui soit percée d'un ou de plusieurs trous d'environ trois lignes de diamettre par lesquels on puisse voir une étoile fixe quand elle est prête à se cacher derriere un objet élevé. On regardera l'heure qu'il est à la Pendule au moment qu'elle se cache derriere l'objet, & on écrira cette heure que la Pendule marque. Le jour d'après on fera la même observation sur la même étoile, & si au moment que l'étoile disparoît, la Pendule marque 3 minutes 57 secondes moins que le jour précedent, la Pendule va bien, c'est-à-dire qu'elle est reglée sur le mouvement du Soleil : s'il y a deux jours d'intervalle entre la premiere & la seconde observation, la Pendule doit marquer 7^{m} 54$'$ moins à la seconde observation qu'à la premiere ; s'il y a trois jours d'intervalle, la différence doit être de 11^{m} 51 secondes ; s'il y a quatre jours, elle sera de 15 min. 48 secondes ; s'il y a cinq jours, elle sera de 19 min. 45 secondes ; s'il y a six jours, elle sera de 23 minutes 42 secondes ; s'il y a sept jours, elle sera de 27 minutes 39 secondes : ainsi de suite en prenant 3 min. 57 secondes pour chaque jour d'intervalle entre les deux observations. S'il s'agissoit d'une Montre au lieu d'une Pendule à secondes, ce ne seroit pas la peine d'avoir égard aux 3 secondes qui manquent pour faire les 4 minutes : on pourroit compter 4 minutes pour chaque jour d'intervalle.

Quoique la Pendule fut bien reglée elle pourroit

néanmoins préceder le Soleil ou en être elle-même précedée, comme nous le dirons dans le quatriéme Livre après le premier Problême où nous donnerons une autre méthode de regler les Pendules & les Montres.

103. Il faut bien remarquer l'étoile que l'on a observée la premiere fois, afin de se servir de la même pour la seconde observation. De plus il faut prendre garde de se tromper en prenant une planete pour une étoile comme il pourroit arriver par rapport à Mars, Jupiter & Saturne qui ne paroissent guerre plus grandes que les étoiles de la premiere grandeur. Mais on peut éviter facilement la méprise : car 1°. ces planetes ne sont pas brillantes comme les étoites : elles ont même des couleurs particulieres qui les font reconnoître : Mars est rougeatre comme du feu ; Jupiter a une couleur claire & argentine ; & Saturne est pale & plombé. 2°. Elles changent de place, c'est-à-dire, qu'elles ne conservent pas la même situation par rapport aux étoiles voisines : ce que l'on peut remarquer au moins aprés plusieurs jours. Pour ce qui est de Venus & de Mercure elles ne s'écartent jamais beaucoup du Soleil, sur-tout Mercure qui par cette raison ne peut être apperçu que rarement : ainsi on n'est pas sujet à se tromper par rapport à ces deux planetes. Au reste toutes ces planetes sont dans les signes du zodiaque. Il est bon de choisir une étoile éloignée du pole, parce que celles qui sont auprès n'ont pas un mouvement assez sensible ; c'est pour cela que nous avons supposé que l'objet derriere lequel se cache l'étoile est situé vers le midi.



LIVRE TROISIEME.

Qui contient différens Problêmes sur la Sphere qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne.

ART. I. NOus commencerons par le Problême qui enseigne à tracer une méridienne sur un plan horisontal. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'intersection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite, qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonférence ou une demi-circonférénce que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on concevoit ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui seroit dans le plan horisontal s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longneur, elle ne s'élevera pas, au moins sensiblement, au-dessus de la seconde, à cause de la grosseur de la terre. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

PROBLÊME PREMIER.

2. *Tracer une Ligne méridienne sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu-près qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal en appliquant une bonne regle à ce plan sur laquelle on

pose un niveau, soit d'air, soit d'un autre espece, après quoi on opérera de la maniere suivante.

1°. On choisira un point, comme C, sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab*: après quoi on plantera au centre C un style perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrêmité supérieure soit une pointe un peu émoussée, afin que son ombre soit sensible. (Cette extrêmité supérieure s'appelle le *sommet* du style, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet, se nomme le *pied* du style.) 2°. On prendra garde avant midi quand l'extrêmité de l'ombre tombera sur un point, comme A, d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. (Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre pour que cette ombre s'y termiue deux ou trois heures avant midi.) On observera l'après-midi quand l'ombre se terminera à la même circonférence, & on marquera aussi le point que nous appellons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne: de sorte que dans le cours de l'année il sera midi chaque jour quand l'ombre du style tombera sur cette ligne. Fig. 7.

DÉMONSTRATION.

Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du style étoit égale, il s'ensuit que le Soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur sur l'horison; ainsi les deux verticaux désignés par AC & BC, auxquels le Soleil répondoit, sont à égale distance du méridien: par conséquent en coupant l'arc AB en deux parties égales le point du milieu D sera un des points de la méridienne: mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle & le pied du style, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zenith par lequel le méridien passe nécessairement: ainsi en

tirant une ligne du point D au point C, ce sera le méridienne cherchée.

Remarques.

3. 1°. Pour élever un style perpendiculaire on peut se servir d'un plomb, c'est-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, suspendu par une ficelle : car si en tenant le plomb auprès du style, la ficelle qui soutient le poids est parallele au style, c'est une marque qu'il est perpendiculaire à l'horison. La raison en est que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horison.

4. 2°. Il est à propos de tracer plusieurs circonférences, & de marquer sur chacune deux points auxquels s'est terminée l'ombre du style; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre deux points, afin de s'assurer de l'éxactitude de l'opération : car si la ligne qui passe par le centre & le milieu d'un des arcs passe aussi par le milieu des autres arcs, c'est une marque que l'on a bien opéré : mais si cette ligne ne passe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'est glissé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction causée par l'atmosphere, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux instans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du style perpendic. que l'on appelle style droit, il est plus commode de se servir d'un style oblique, & même courbe : & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, est le point du plan sur lequel tomberoit une perpendic. tirée de l'extrémité ou du sommet du style. C'est ce point qu'on appelle le pied du style. Or on peut trouver le pied du style oblique ou même courbe avec un plomb qui soit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde précisément à la direction de la ficelle ou du fil:

car ſi on tient le plomb de maniere que cette ficelle paſſe par le ſommet du ſtyle, & qu'on laiſſe deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan horiſontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb eſt le pied du ſtyle. Cette méthode eſt particuliere au plan horiſontal; on en peut voir d'autres pour toutes ſortes de plans dans notre Traité de Gnomonique.

7. 5°. Comme il eſt aſſez difficile d'appercevoir diſtinctement l'ombre du ſommet du ſtyle, ſur-tout lorſque ce ſtyle eſt un peu long, par éxemple, de deux ou trois pieds, alors on attache une plaque percée au bout du ſtyle, laquelle il eſt bon de mettre dans une ſituation à peu-près parallele à l'horiſon: dans ce cas le pied du ſtyle ſe détermine par rapport au centre de ce trou, c'eſt-à-dire, que ce pied du ſtyle eſt le point du plan qui répond perpendic. au centre du trou, & la lumiere qui y paſſe ſert au même uſage que l'ombre de l'extrémité du ſtyle.

8. 6°. Si on méne par le centre C la ligne OV perpendic. à la méridienne, elle déſignera le premier vertical, lequel eſt perpendic. au méridien; & une de ſes extrémités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problême ſuppoſe que la déclinaiſon du Soleil ne change pas, au moins ſenſiblement, dans l'intervalle qui eſt entre les inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre; ce qui n'eſt cependant vrai qu'aux ſolſtices, & environ 15 ou 20 jours avant ou après; c'eſt pourquoi cette méthode n'eſt bien éxacte que dans ce tems: mais vers l'équinoxe la déclinaiſon change ſenſiblement dans l'eſpace de 6 ou 7 heures, & il arrive de-là que ſi le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne, il eſt plus élevé dans la ſphere boreale avant midi, qu'après, quand il eſt de part & d'autre à la même diſtance du méridien; & par conſéquent

l'ombre du style est plus courte le matin que le soir dans les momens également éloignés de midi : ainsi en prenant des ombres égales du style, la ligne qu'on tireroit du milieu de l'arc AB au centre, ne seroit pas la vraie méridienne, elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi, parce que le second point B ne seroit pas assez éloigné d'A : c'est ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la justesse qu'on peut désirer lorsqu'on s'en sert vers les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table suivante, qui est faite sur celle de la page 85 de la *Connoissance des Tems* 1740. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris : mais elle peut servir sans erreur sensible pour les lieux qui ont un ou deux degrés de latitude de plus ou de moins.

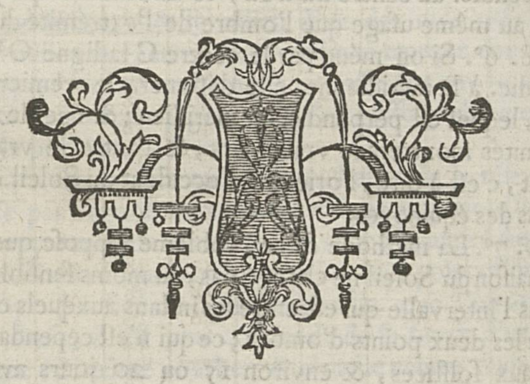


TABLE de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement

Heures entre les Observations.		10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.		S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
Déclinaison Septentrionale.	21	20	18	16	14	14	12	12
	20	22	22	20	18	16	14	14
	19	26	22	20	18	18	16	16
	18	28	26	24	22	20	18	18
	16	32	30	26	26	24	22	20
	14	36	32	30	28	26	24	24
	12	38	36	32	30	28	28	26
	10	40	38	34	32	30	30	28
	9	42	38	34	34	32	30	28
	7	42	40	36	34	34	32	30
	5	44	42	38	36	34	34	30
	3	44	42	40	38	36	34	32
	1	46	44	42	40	38	34	32
Déclinaison Méridionale.	1		44	42	40	38	36	34
	3		46	42	42	40	36	34
	5		46	44	42	40	38	34
	7			44	42	40	38	36
	9			44	42	38	38	34
	10			44	40	38	36	34
	12				38	38	36	34
	14				36	36	34	34
	16					34	32	32
	18					28	30	28
	19					28	28	26
	20					26	26	24
	21						22	22

11. Il faut avoir une Pendule ou une Montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table de la maniere dont on va l'expliquer dans l'éxemple sui-

vant. On suppose qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode prescrite ci-dessus en un jour où la déclinaison du Soleil est d'environ 5 degrés vers le septentrion, & que les deux instans auxquels on a marqué les points A & B sont séparés par un intervalle de 7 heures: comme la déclinaison du Soleil est supposée d'environ 5 deg. vers le septentrion, je cherche dans la Table quel est le nombre qui répond au cinquiéme degré de déclinaison septentrionale dans la colomne qui est sous 7^h, & je trouve 36^s, qui est un peu plus d'une demi-minute: ainsi j'attends environ 36^s depuis l'instant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36^s je marque le point F à l'endroit où l'ombre du style coupe alors la circonférence; & si le Soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviser l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de division au centre: mais si le Soleil est dans les signes ascendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en soit aussi éloigné que F, puis on divisera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de division au centre.

Nous enseignerons dans la suite la maniere de tracer une méridienne par un seul point d'ombre du sommet du style dont on connoît le pied: cette méthode suppose le calcul de la Trigonométrie sphérique. On peut voir aussi dans le IV Liv. de la Gnomonique comment il faut opérer pour tracer une méridienne dans une chambre sur le parquet ou sur les carreaux, quand on attache au côté d'une fenêtre une plaque de cuivre ou de fer percée.

PROBLÊME II.

12. *Trouver la hauteur d'un Astre, & principalement du Soleil sur l'horison.*

L'instrument le plus ordinaire pour faire cette opéra-

tion, eſt un quart de cercle d'environ 2 pieds & demi de rayon, tels que ſont ordinairement ceux dont les Aſtronomes ſe ſervent. Il eſt ſuſpendu à une verge de fer dans une ſituation verticale, comme on voit le quart de cercle ACB de la fig. 8, qui a un poids D ſoutenu par le fil CED qui touche le limbe du quart de cercle dans l'endroit E. Il faut diriger la lunette AC attaché au rayon du quart de cercle, de maniere que le fil horiſontal de la lunette réponde au bord inférieur ou ſupérieur du Soleil, & paroiſſe comme une tangente de ce bord : je dis que l'arc EB du quart de cercle ſera la meſure de la hauteur du bord du Soleil. Fig. 8.

Pour le prouver, il faut concevoir la ligne horiſontale HR qui paſſe par le centre C de l'inſtrument, & la verticale CZ, qui eſt dans la direction du fil qui ſoutient le poids. Cela poſé, l'angle ZCR eſt droit, parce que la verticale CZ eſt perpendicul. à l'horiſontale HR : de même l'angle ACB eſt droit, à cauſe de l'arc AB, que l'on ſuppoſe être le quart de la circonférence : ainſi ces deux angles ZCR & ACB ſont égaux entre eux. Or l'angle ZCS eſt égal à l'angle ACE, parce qu'ils ſont oppoſés au ſommet : donc l'angle SCR eſt égal à l'angle ECB : mais l'arc EB eſt la meſure de ce dernier angle ; donc il eſt auſſi la meſure de l'autre SCR, lequel eſt la hauteur du bord du Soleil ſur l'horiſon. Or ſi on ajoute le demi-diametre du Soleil que l'on connoît à la hauteur du bord inférieur qui paroît ſupérieur dans la lunette, ou ſi l'on retranche ce demi-diametre de la hauteur du bord ſupérieur, la ſomme ou la différence ſera la hauteur du Soleil, c'eſt-à-dire, de ſon centre.

Comme les hauteurs méridiennes des aſtres, & ſur-tout du Soleil, ſont les plus néceſſaires dans l'Aſtronomie, on a coutume d'attacher un quart de cercle à un mur, en ſorte que le plan de ce quart de cercle ſoit dans celui du méridien, & alors on prend la hauteur méridienne des aſtres avec une très-grande facilité.

13. On peut aussi trouver la hauteur du Soleil par la longueur de l'ombre d'un style, ou d'un autre corps, par éxemple d'une pyramide ou d'un obelisque élevé perpendiculairement sur l'horison, pourvû que l'on connoisse la hauteur du style & la longueur de l'ombre, que je suppose tomber sur un plan horisontal. On comprendra
Fig. 9. cela aisément par la fig. 9, dans laquelle AP représente la hauteur du style, SAB le rayon du Soleil qui rase le sommet du style, & la ligne horisontale PB la longueur de l'ombre du style; l'angle ABP est la hauteur du Soleil. Il s'agit donc de trouver la valeur de cet angle dans le triangle rectangle ABP. Or pour cela on considérera BP, comme sinus total, dont le centre est B, & pour lors la hauteur AP sera la tangente de l'angle ABP: ainsi afin de trouver l'angle B, on fera la proportion suivante, *La longueur de l'ombre* BP *est à la hauteur* AP *du style, comme le sinus total est à la tangente de l'angle* B, *qui est la hauteur du Soleil.*

Si la longueur de l'ombre contient 180 parties, la hauteur du style 168, & qu'on veuille se servir des logarithmes, les trois premiers termes de la proportion arithmétique seront 225527, 222531 : 1000000; ainsi la somme des moyens sera 1222531, de laquelle ôtant le premier terme, on trouvera le reste 997004, qui est un peu moindre que le logarit. de la tangente de $43^d\, 2'$: ainsi dans notre hypothèse la hauteur du Soleil sur l'horison est presque de $43^d\, 2'$. Dans cet éxemple on a retranché les deux derniers chifres des logarit. qui ne sont pas nécessaires dans ces sortes d'opérations.

Les Anciens se servoient souvent de ces obelisques, qu'ils nommoient *Gnomons*, pour trouver la hauteur méridienne du Soleil: c'est pourquoi ils traçoient une ligne méridienne qui passoit par le pied du gnomon, c'est-à-dire, par le point du plan horisontal qui répondoit à plomb sous le sommet, & ils prenoient la longueur de l'ombre dans le tems qu'elle tomboit sur la méridienne, afin d'avoir la hauteur du Soleil à midi.

14. Nous verrons dans le Traité de la Gnomonique, qu'on peut auſſi trouver la hauteur du Soleil par un ſtyle attaché à un plan vertical, ou même incliné à l'horiſon : mais quand la hauteur du ſtyle n'eſt que d'environ un ou deux pieds, il eſt difficile de ne ſe pas tromper de quelques minutes dans la détermination de la hauteur du Soleil.

15. Au reſte, comme la réfraction des rayons de lumiere cauſée par l'air fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'eſt effectivement, il faut avoir égard à cela, & diminuer la hauteur trouvée par le quart de cercle ou par l'ombre d'un ſtyle de la quantité marquée dans la Table ſuivante.

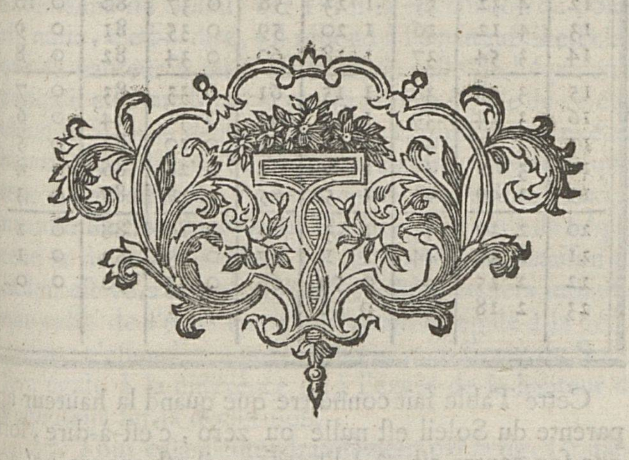


TABLE des augmentations causées dans la hauteur apparente du Soleil par la réfraction des rayons que produit l'Atmosphere de l'air.

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	32′ 20″						
1	27 56	24	2′ 12″	47	0′ 56″	69	0′ 22″
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	10 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	46	0 58				

Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du Soleil est nulle ou zero, c'est-à-dire, lorsque son centre est vû à l'horison, il est encore 32′ 20″ au-dessous de ce cercle : c'est ce qu'on appelle la réfraction horisontale. Quand sa hauteur apparente est d'un degré, sa hauteur véritable est seulement de 32′ 4″, moindre que l'apparente de 27′ 56″ : de même quand il

paroît élevé de 2 deg. il ne l'eſt réellement que de 1ᵈ 38′ 56″, parce que la réfraction eſt de 21′ 4″, &c. On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'obſervation, afin d'avoir la hauteur véritable ; par conſéquent ſi on a trouvé par l'obſervation que la hauteur apparente du Soleil eſt, par éxemple, de 22ᵈ 50′, il faudra chercher dans la Table quelle eſt la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle eſt de 23 deg. & on trouvera que c'eſt 2′ 18″ : il faut donc retrancher cette quantité de 22ᵈ 50′, & le reſte 22ᵈ 47′ 42″ ſera la hauteur véritable du Soleil, quand il paroît élevé de 22ᵈ 50′.

16. Lorſqu'on connoît la déclinaiſon du Soleil à midi, & la hauteur de l'équateur, qui eſt le complément de l'élévation du pole, il eſt aiſé d'en conclure la hauteur méridienne du Soleil : car 1°. ſi la déclinaiſon du Soleil eſt nulle, c'eſt-à-dire, s'il répond à l'équateur, il eſt clair que ſa hauteur à midi eſt égale à celle de l'équateur, puiſqu'il eſt pour lors à la partie la plus élevée de ce cercle. 2°. Si cette déclinaiſon eſt du côté du pole élevé, la hauteur méridienne du Soleil ſurpaſſera celle de l'équateur d'une quantité égale à cette déclinaiſon; ainſi la hauteur du Soleil ſera égale à la ſomme de celle de l'équateur & de la déclinaiſon. 3°. Enfin ſi la déclinaiſon du Soleil eſt vers le pole abbaiſſé, ſa hauteur ſera moindre que celle de l'équateur d'une quantité égale à la déclinaiſon : c'eſt-à-dire, que la hauteur méridienne du Soleil ſera égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur ſur la déclinaiſon.

17. Tout cela s'entendra aiſément par la fig. 10, dans laquelle le cercle HZR*p* repréſente le méridien, HR l'horiſon, AT l'équateur : ainſi la hauteur de l'équateur ſur l'horiſon eſt AH, qui eſt auſſi celle du Soleil, s'il répond au point A, c'eſt-à-dire, à l'interſection du méridien & de l'équateur : mais ſi la déclinaiſon du Soleil Fig. 10.

eſt vers le pole élevé P, & qu'elle ſoit marquée par AS, la hauteur méridienne ſera SH, qui eſt la ſomme de celle de l'équateur & de la déclinaiſon : enfin ſi la déclinaiſon eſt vers le pole abbaiſſé *p*, & qu'elle ſoit déſignée par A*s*, la hauteur méridienne ſera *s*H, qui eſt la différence de la hauteur AH de l'équateur & de la déclinaiſon.

18. Quand le lieu pour lequel on cherche la hauteur méridienne du Soleil eſt ſitué dans la zone torride, il peut arriver que la ſomme de la déclinaiſon du Soleil & de la hauteur de l'équateur ſoit plus grande qu'un quart de cercle : dans ce cas la hauteur méridienne du Soleil eſt égale au ſupplément de cette ſomme.

Suppoſons, par exemple, que l'élévation de l'équateur ſoit de 84 deg. & que la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé ſoit de 20 deg. la ſomme ſera 104 deg. dont le ſupplément 76 ſera la hauteur méridienne du Soleil : car il eſt évident que ſi la déclinaiſon du Soleil avoit été ſeulement de 6 deg. & que par conſéquent la ſomme dont il s'agit eût été de 90 deg. le Soleil à midi auroit été au zenith : donc cette ſomme étant plus grande que 90 deg. la hauteur méridienne doit être moindre que 90 deg. & pour lors cette hauteur & la ſomme contiennent la demi-circonférence du méridien : c'eſt-à-dire, que cette hauteur eſt le ſupplément de la ſomme.

Nous donnerons dans le 4me Livre la méthode de trouver la hauteur du Soleil pour tous les inſtans du jour, pourvu qu'on connoiſſe ſa déclin. & la hauteur du pole. Ce Problême appartient à la Trigonométrie ſphérique.

PROBLÊME III.

19. *Trouver la hauteur du Pole ſur l'horiſon.*

1°. On choiſit une nuit d'hyver pendant laquelle quelqu'une des étoiles qui ſont aſſez près du pole élevé pour qu'elles ſoient toujours ſur l'horiſon, paſſe deux fois par le méridien, & on obſerve quelle eſt la hauteur

méridienne de cette étoile lorſqu'elle paſſe directement au-deſſus du pole, & qu'elle eſt auſſi ſa hauteur méridienne quand elle paſſe au-deſſous : la premiere de ces hauteurs eſt la plus grande que puiſſe avoir l'étoile, & la ſeconde eſt la plus petite. 2°. On ôte celle-ci de la premiere, & on partage en deux également le reſte ou la différence. 3°. On ajoute la moitié du reſte à la petite hauteur, ou bien on la retranche de la plus grande, & la ſomme ou la différence eſt la hauteur du pole. Suppoſons que la plus grande hauteur de l'étoile eſt de 55 deg. & que la plus petite eſt de 43 ; on ôtera 43 de 55, & on prendra la moitié du reſte 12, que l'on ajoutera enſuite à 43, ou que l'on retranchera de 55, la ſomme ou la différence 49 ſera la hauteur du pole.

Voici la raiſon de cette pratique : toutes les étoiles ſemblent tourner autour du pole comme centre : par conſéquent quand une étoile qui eſt toujours ſur l'horiſon eſt dans ſa plus grande hauteur, alors elle eſt plus élevée que le pole même d'une quantité égale au rayon du petit cercle que l'étoile décrit autour du pole. (Nous appellons ici rayon du petit cercle l'arc d'un grand compris entre le centre du petit & ſa circonférence.) Mais lorſque l'étoile eſt dans ſa moindre hauteur, elle eſt moins élevée que le pole de la même quantité, ſçavoir d'un rayon du même cercle. Ainſi la différence entre la plus grande & la moindre hauteur de l'étoile, eſt le diametre de la circonférence qu'elle parcourt autour du pole. Si donc on retranche la moindre hauteur de la plus grande, le reſte ſera l'arc du méridien égal au diametre du cercle de l'étoile. Ainſi la moitié de ce reſte eſt le rayon du meme cercle, ou la diſtance de l'étoile au pole : par conſéquent ſi on ajoute cette moitié à la plus petite hauteur, ou qu'on l'ôte de la plus grande, la ſomme ou la différence ſera la hauteur du pole ſur l'horiſon.

20. Cela s'entendra mieux par la fig. 10, dans la

Fig. 10. quelle le cercle HZRT représente le méridien, HR l'horison, P le pole élevé, FG*f* la moitié de la circonférence qu'une étoile décrit autour du pole. Lorsque l'étoile est au point F du méridien, elle est à sa plus grande hauteur FR, & pour lors elle est plus élevée que le pole P, de la quantité FP, qui est le rayon du demi-cercle FG*f*: mais quand l'étoile est au point *f*, elle est à sa plus petite hauteur *f*R, qui est moindre que celle du pole, de la quantité *f*P, laquelle est aussi rayon du demi-cercle FG*f*. Ainsi la différence entre la plus grande hauteur FR & la plus petite *f*R, est l'arc FP*f*, qui est le diametre du cercle que décrit l'étoile. Or il est évident que si on ajoute la moitié *f*P de cet arc à la moindre hauteur *f*R, ou que l'on retranche l'autre moitié FP de la plus grande hauteur FR, la somme ou la différence PR sera la hauteur du pole.

21. Puisque la latitude du lieu est toujours égale à la hauteur du pole (Liv. II, art. 16), il s'ensuit que l'on connoîtra cette latitude par le même moyen : mais on peut aussi connoître la latitude, pourvû que l'on connoisse la déclinaison du Soleil ou sa distance à l'équateur. Or on peut calculer cette déclinaison avec des Tables astronomiques : d'ailleurs on peut la trouver dans les *Ephémérides*, qui sont des Tables du mouvement & de la situation des Astres : on pourra aussi se servir pour cet effet des Tables du quatriéme Livre de la Gnomonique. Cela posé, voici comment on trouvera la latitude.

22. Qu'on observe la distance méridienne du Soleil au zenith : & si la déclinaison est vers le pole élevé, on l'ajoutera à cette distance du Soleil, ou plutôt du centre du Soleil au zenith, la somme sera la latitude ; mais si la déclinaison est vers le pole abbaissé, il faut la retrancher de cette distance, la différence sera la latitude. La raison de cette pratique est évidente, car 1°. quand le Soleil décline vers le pole élevé, il se trouve à l'instant de midi sur le méridien entre l'équateur & le zenith : c'est pour-

quoi la latitude, qui eſt la diſtance depuis l'équateur juſqu'au zenith, eſt égale à la déclinaiſon du Soleil, plus à ſa diſtance méridienne au zenith, c'eſt-à-dire, à l'arc du méridien compris entre l'équateur & le centre du Soleil, plus à un autre arc du même cercle compris entre ce centre & le zenith. Ainſi pour avoir la latitude, il faut ajouter cette déclinaiſon à la diſtance méridienne du Soleil au zenith. 2°. Mais lorſque le Soleil décline vers le pole abbaiſſé, ſa diſtance méridienne au zenith eſt plus grande que la latitude, ſçavoir de toute la déclinaiſon du Soleil; ainſi pour avoir dans ce cas la latitude, il faut retrancher la déclinaiſon du Soleil de ſa diſtance au zenith.

Dans la fig. 10 l'équateur eſt AT, le lieu du Soleil S ou *s*, le zenith Z; ainſi la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé P eſt AS, la déclinaiſon vers le pole abbaiſſé *p*, eſt A*s*, la diſtance du Soleil au zenith eſt SZ ou *s*Z; enfin la latitude eſt AZ. Or il eſt évident qu'en ajoutant AS à SZ, ou qu'en ôtant A*s* de *s*Z, on aura la latitude AZ. Fig. 10.

23. S'il s'agit d'un lieu placé dans la zone torride, il y aura une exception à faire dans le premier cas de cette méthode, lorſque la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé ſera plus grande que la latitude du lieu : car il faudra alors retrancher de cette déclinaiſon la diſtance méridienne du Soleil au zenith, le reſte ſera la latitude : par éxemple, ſi la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé eſt de 15 deg. & que ſa diſtance méridienne au zenith ſoit de 5 deg. il faudra ôter 5 de 15, & le reſte 10 deg. ſera la latitude du lieu. Pour pratiquer cette méthode dans ces circonſtances, il faut déja connoître à peu-près la latitude, afin de ſçavoir ſi la déclinaiſon du Soleil eſt plus grande. On pourroit auſſi s'aſſurer que la déclinaiſon du Soleil eſt plus grande que la latitude, en obſervant pluſieurs jours la diſtance mérid. du Soleil au zenith : car ſi cela eſt, & que la déclinaiſ. augmente, cette diſtance

doit aussi augmenter de la même quantité ; & si elle diminue, la distance diminue également.

24. Quand on connoît la déclinaison de quelque étoile,
Fig.10. on peut aussi trouver la hauteur du pole en observant la distance méridienne de cette étoile au zenith, soit qu'elle passe par le quart de cercle ZAH, ou par l'autre ZPR. Supposons d'abord qu'elle passe par ZAH au-dessus ou au-dessous de l'équateur, par éxemple, en S ou en *s*, il est évident qu'on trouvera la latitude de la même maniere qu'on la trouve par la distance méridienne du Soleil au zenith. Mais si l'étoile passe par le quart de cercle ZPR au-dessus ou au-dessous du pole, par éxemple, en F ou en *f*, connoissant dans le premier cas la distance ZF, je la retranche de la déclinaison FA, que l'on suppose connue, le reste ZA sera aussi connu. Or ce reste est la latitude. Si l'étoile avoit passé par *f* au-dessous du pole, on auroit retranché la distance observée Z*f* du quart de cercle ZR, le reste auroit été la hauteur mérid. *f*R de l'étoile : ensuite il auroit fallu ôter cette hauteur de la déclinaison *f*T pour avoir le nouveau reste RT, qui est égal à l'élévation AH de l'équateur sur l'horison. Or cette élévation est le complément de la latitude AZ (Liv. 2. art. 17).

PROBLÊME IV.

25. *Trouver la circonférence & le diametre d'un grand cercle de la Terre.*

La circonférence d'un cercle étant de 360 deg. si on peut trouver la grandeur d'un degré ou d'un autre arc, on aura aisément celle de toute la circonférence. Or pour connoître un arc d'un méridien terrestre, qui est un des grands cercles, on choisit deux lieux placés sur le même méridien, comme sont à peu-près Paris & Amiens; & après cela il y a deux choses à faire : 1°. on mesure la longueur de l'arc compris entre les deux termes, c'est-dire, la distance qu'il y a de l'un à l'autre : ce qui se fait

par la Géométrie, en employant des triangles que l'on concoit entre différens objets élevés & remarquables, comme sont les montagnes, les tours, les clochers, &c. Fig. 10.
2°. On détermine l'amplitude de l'arc compris entre les deux termes, c'est-à-dire, la quantité de degrés, de minutes, de secondes, &c. que cet arc contient. Or c'est par l'Astronomie que l'on détermine ou que l'on trouve cette amplitude : pour cet effet on cherche la différence des latitudes que l'on trouve, soit en observant le même jour la hauteur méridienne du Soleil dans les deux lieux entre lesquels l'arc est situé, soit en observant dans ces deux lieux la hauteur méridienne d'une étoile, quoiqu'en différens jours, & encore mieux en observant la distance mérid. d'une étoile au zenith de l'un & de l'autre lieu, ce qui se peut faire aussi en différens tems. En appliquant ces deux opérations à l'arc qui est entre les paralleles de Paris & d'Amiens, on trouve par la premiere que sa longueur est de 59530 toises, & par la seconde, que son amplitude est presque de 1d 2′ 28″ : d'où l'on déduit que le degré entre Paris & Amiens est de 57183, qui font 25 lieues, chacune de 2287 toises.

26. C'est M. Picard, qui dans le dernier siécle ayant mesuré la distance de Paris à Amiens avec beaucoup de soin, trouva enfin que la longueur de l'arc du méridien compris entre les Cathédrales de ces deux Villes contient 59530 toises : mais ne s'étant pas servi d'un instrument assez juste, & n'ayant pas eu égard à quelque mouvement presque imperceptible des étoiles fixes, il donna à cet arc une trop grande amplitude, en lui attribuant un deg. 2 min. 36 sec. Les Astronomes de l'Académie qui ont été au cercle polaire arctique, comme nous le dirons bien-tôt, soupçonnant quelque erreur dans la détermination de cette amplitude, l'ont mesuré de nouveau en 1739 avec le secteur dont ils s'étoient servi en Lapponie, lequel a toute la justesse qu'on peut souhaiter ; ils ont trouvé qu'il contient seulement 1d 2′ 28″. D'où

il suit, comme nous avons dit, que le degré entre Paris & Amiens est de 57183 toises, au lieu que, selon M. Picard, ce degré ne contenoit que 57060 toises.

27. Quand on a trouvé la valeur d'un degré, il faut la multiplier par 360, le produit est la grandeur de la circonférence ou du tour de la terre : elle contient donc 9000 lieues, en comptant 25 lieues pour le degré. Après cela, afin de connoître le diametre, on se sert du rapport entre la circonférence & le diametre trouvé par Archimede, qui est de 22 à 7, ou de celui de 355 à 113, qui approche encore plus de la vérité, & on fait la proportion, 22.7 : : 9000. x ; ou plus éxactement, 355.113 : : 9000. x ; on trouvera pour quatriéme terme de cette derniere proportion 2865 lieues ; & par conséquent le rayon est de $1432\frac{1}{2}$ lieues, qui font 3276344 toises.

28. Ces grandeurs de la circonférence & du diametre de la terre seroient éxactes si la terre étoit ronde : mais entre les Astronomes & les Mathématiciens modernes, les uns ont prétendu que la terre étoit allongée d'un pole à l'autre, & d'autres ont soutenu qu'elle étoit un peu applatie vers les poles. Dans le premier sentiment l'axe est plus long que le diametre de l'équateur ; dans le second il est plus petit. Afin de décider cette question qui a rapport à la Géographie, au Nivellement & à l'Astronomie pour déterminer la distance des Planetes à la Terre, le Roi Louis XV envoya des Astronomes en 1736 dans la Lapponie sous le cercle polaire pour mesurer un arc du méridien : ce qui ayant été fait avec beaucoup d'éxactitude par ces Sçavans, ils ont trouvé que le degré qui coupe le cercle polaire de la terre contient 57438 toises, & qu'il est par conséquent plus grand que celui de France. Les degrés du méridien vont donc en augmentant en allant vers les poles. Or si un degré du méridien contient plus d'étendue vers les poles que vers l'équateur, la courbure est moins grande aux poles, de même que la courbure d'une grande circonférence est

moindre que celle d'une petite. Or la courbure étant moins grande aux poles, il faut que la Terre soit un peu applatie dans ces endroits.

29. Cet applatissement n'est cependant pas bien considérable, puisque posé la différence des deux degrés tels qu'on les a trouvés, c'est-à-dire, de 57183 toises & de 57438, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe de la Terre est égal à celui de 178 à 177. Ainsi on peut encore regarder la Terre comme ronde dans les calculs ordinaires qui ne demandent pas une grande précision.

30. La distance de l'équateur au cercle polaire arctique étant beaucoup plus grande que celle de Paris au même cercle, on pourra encore déterminer avec plus de certitude de combien précisément le diametre de l'équateur surpasse l'axe de la terre en comparant les observations qui ont été faites en Lapponie avec celles d'autres Astronomes de l'Académie des Sciences de Paris, qui sont partis de France en 1735 pour aller en Amérique, afin d'y mesurer un degré du méridien sur l'équateur. On les attend avec impatience, parce qu'on espere que leur voyage enrichira beaucoup les Sciences naturelles, par le grand nombre d'observations qu'ils ont faites, tant sur l'Astronomie que sur l'histoire naturelle, comme on a lieu de le croire par les lettres qu'ils ont écrites en différens tems à l'Académie. Ce n'est pas sans sujet qu'on a envoyé des Astronomes dans des pays si éloignés de la France; car comme la différence d'un degré à l'autre qui suit immédiatement est fort petite, elle est encore peu considérable entre deux degrés qui seroient aux extrémités d'un même royaume; de sorte qu'elle auroit peut-être échappé à des observations très-éxactes, ou du moins elle n'auroit pas paru assez certaine.

31. Quoique la figure de la terre differe un peu de celle d'un Globe, cela n'empêche pas néanmoins que les degrés des différents méridiens de la terre ne soient égaux entre eux, pourvû que ces degrés soient situés entre les

mêmes paralleles. Ainſi les degrés d'un même méridien différent un peu en grandeur : mais les degrés d'un méridien ſont égaux aux degrés d'un autre méridien, ſi les degrés qu'on compare ſont dans le même climat ; c'eſt-à-dire, à la même latitude. C'eſt le contraire pour l'équateur & les cercles qui lui ſont paralleles : car tous les degrés d'un parallele ſont égaux entre eux : mais les degrés d'un parallele ne ſont pas égaux aux degrés d'un autre parallele, puiſque plus un parallele eſt près de l'équateur, plus ſa circonférence eſt grande, & par conſéquent ſes deg. ſont auſſi plus grands. On ſuppoſe ici, comme on le croit communément, que la terre n'eſt pas d'une figure irréguliere, quoiqu'un peu applatie vers les poles.

Problême V.

32. *Trouver la longitude d'une Ville ou d'un autre lieu de la terre, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au premier méridien*, ou, ce qui revient au même, *trouver la différence des longitudes des deux lieux.*

Ce Problême eſt d'une grande importance pour la Géographie & la Navigation, parce que quand on ſçait la latitude & la longitude d'un lieu, on connoît ſa ſituation ſur le Globe de la terre (Liv.2. art. 20). Or nous avons déja donné la méthode de trouver la latitude, il ne reſte donc qu'à enſeigner la maniere de connoître la longitude.

On pourra parvenir à cette connoiſſance, s'il y a dans le Ciel quelque Phénomene ſubit ou momentané, que l'on puiſſe appercevoir au même inſtant dans les deux lieux, comme ſont le commencement ou la fin, ou quelque autre circonſtance d'une éclipſe de Lune. On obſervera donc dans chaque lieu par le moyen d'une Pendule à ſecondes, que l'on aura comparée avec le Soleil, à quelle heure arrive le commencement, ou la fin, ou quelque autre circonſtance remarquable de l'éclipſe : quand on ſçaura la différence des tems auxquels a paru la même circonſtance de l'éclipſe dans les deux lieux, on réduira les heures, les minutes & les ſecondes de tems

en degrés, minutes & ſecondes de degrés, en prenant 15 degrés pour chaque heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, 15 minutes de degré pour une minute d'heure, une minute de degré pour 4 ſecondes de tems, & 15 ſecondes de degré pour une ſeconde de tems. Si, par éxemple, on obſerve une éclipſe à Paris & à Rome, & que le commencement ait paru à Paris à 10 heures du ſoir, & à Rome à $10^h 41^m 20^s$, la différence des longitudes ſera de $10^d 20'$, c'eſt-à-dire, que Rome ſera de $10^d 20'$ plus orientale que Paris.

La raiſon de ce que nous venons de dire eſt fondée ſur ce que le Soleil faiſant ſon tour entier d'orient en occident en 24^h, il faut qu'il parcourre la vingt-quatriéme partie de ſon tour ou de ſa circonférence en une heure. Or la vingt-quatriéme partie d'une circonférence, ou de 360 degrés, eſt 15 degrés: ainſi le Soleil avance de 15 degrés vers l'occident en une heure: par conſéquent il eſt 11 heures dans un lieu lorſqu'il n'eſt encore que 10 heures dans un autre lieu plus occidental de 15 degrés que le premier. Si donc une éclipſe commence à un lieu à 11 heures, & dans un autre lieu à 10 heures, c'eſt une marque certaine que le ſecond lieu eſt plus occidental que le premier, ou, ce qui revient au même, le premier eſt plus oriental que le ſecond de 15 degrés.

33. Cette méthode de trouver la différence des longitudes de deux lieux par les éclipſes, n'a pû être employée ſouvent juſques vers le milieu du dernier ſiécle, à cauſe de la rareté des éclipſes de Lune, qui ne peuvent arriver tout au plus que 3 fois l'année, & qui ſouvent n'arrivent qu'une fois: mais depuis la découverte des quatre ſatellites de Jupiter, qui ſont des eſpeces de Lunes par rapport à cette planete, cette méthode eſt devenue d'un bien plus grand uſage, parce que chacun de ces ſatellites ſouffre une éclipſe à chaque révolution. Or le premier, c'eſt-à-dire, le plus près de Jupiter, fait ſa révolution autour de cette planete en 42 heures 29 minutes.

Ainſi il arrive toujours une éclipſe de ce ſatellite en $42\frac{1}{2}$ heures. Les éclipſes des trois autres ſatellites ſont un peu moins fréquentes, parce qu'étant plus éloignés de Jupiter, ils emploient plus de tems à faire leur révolution: mais cependant elles arrivent encore fort ſouvent. Il y a une autre avantage de ces éclipſes ſur celles de la Lune; c'eſt que le moment précis auquel elles ſe font, ſe détermine plus aiſément que l'inſtant auquel commence ou finit une éclipſe de Lune: car la lumiere de la Lune diminue tellement avant qu'elle commence à être éclipſée, que l'on a ſouvent peine à s'aſſurer de l'inſtant auquel l'éclipſe commence: c'eſt le même inconvénient pour la fin de l'éclipſe.

34. On peut calculer avec les Tables de M. Caſſini le tems auquel doivent arriver toutes ces éclipſes à Paris. On les trouve même toutes calculées pour chaque année dans la *Connoiſſance des tems*, imprimée tous les ans par l'ordre de l'Académie des Sciences. C'eſt pourquoi il eſt facile de comparer toutes les éclipſes que l'on obſerve ailleurs avec les mêmes calculées pour Paris, & trouver par-là quelle eſt la différence des longitudes entre Paris & les lieux dans leſquels les éclipſes auront été obſervées.

35. On ſe ſert auſſi des éclipſes des étoiles par la Lune pour le même ſujet: car ſi on obſerve en deux lieux les momens auxquels arrive l'éclipſe d'une même étoile, on en pourra conclure la différence des longitudes. On trouvera l'explication de cette méthode dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1705, p. 194.

36. Tout cela n'empêche pas cependant que l'on ne cherche encore aujourd'hui, & que l'on ne deſire avec empreſſement une autre méthode de trouver les longitudes, parce que celle que nous venons d'expliquer n'eſt pas praticable ſur mer, à cauſe de l'agitation continuelle du Vaiſſeau, qui ne permet pas de diriger fixement une lunette vers Jupiter, car ces éclipſes des ſatellites de Jupiter ne peuvent s'appercevoir ſans ce ſecours: mais

quand bien même cette méthode seroit praticable, elle seroit encore insuffisante, tant parce que Jupiter est souvent sous l'horison dans le tems que ces éclipses arrivent, ou qu'il est caché par les nuages, qu'à cause qu'il faudroit une méthode dont on pût se servir à tous les instans pour trouver la longitude actuelle du Vaisseau, afin d'en connoître toujours la situation sur la mer.

37. Une Pendule à secondes qui iroit bien juste dans un Vaisseau seroit un moyen de connoître sa longitude. Je suppose que quand un Vaisseau sort de Brest en Bretagne, la Pendule marque l'heure qu'il est au Soleil dans cette Ville : si cette Pendule va bien, elle fera encore connoître dans la suite l'heure qu'il sera à la même Ville dans quelque endroit que soit le Vaisseau : mais d'ailleurs on pourra connoître aussi l'heure qu'il sera au Soleil dans le lieu où se trouvera le Vaisseau, soit par la hauteur du Soleil, soit par les étoiles fixes: ainsi on sçaura la différence des heures à Brest, & au lieu où est le Vaisseau : par conséquent on sçaura aussi la différence des longitudes. Si, par exemple, la différence des heures est de 12 min. 24 secondes, la différence des longitudes sera de 3 deg. 6 min. Mais malheureusement une Pendule ne peut aller d'une maniere uniforme dans un Vaisseau, à cause de son agitation qui communique un mouvement irrégulier à la lentille : & jusqu'à présent on n'a pû faire ni Montre ni Horloge, dont la justesse fût assez grande sur mer pour que l'on y pût compter, parce qu'une erreur d'une seule minute de tems causeroit un mécompte de 15 minutes de degré en longitude. Peut-être parviendra-t-on enfin à faire des Montres ou des Horloges qui puissent conserver sur un Vaisseau la justesse nécessaire pour cet usage : l'utilité que toutes les Nations tireroient de cette invention, & les récompenses promises à quiconque la trouvera, sont des motifs capables d'exciter l'émulation.

Nous donnerons dans la suite un Problême pour trouver la différence des longitudes de deux lieux dont on

connoît les latitudes & la distance qu'il y a entre eux.

38. REMARQUE. Quoique tous les lieux qui ont le même méridien ou plutôt le même demi-méridien aient midi à la même heure (Liv. I. art. 15.) il ne s'ensuit pas que le Soleil se leve & se couche à la même heure pour tous ces lieux: il faudroit pour cela que les jours fussent égaux dans tous ces endroits. Mais toutes les Villes situées sur le même parallele ayant les jours égaux, (Liv. II. art. 61.) le Soleil se leve pour toutes à la même heure, quoique ce ne soit pas au même moment; mais successivement, & plutôt pour celles qui sont plus orientales que pour les autres.

39. On peut encore remarquer ici que si un voyageur faisoit le tour du monde en allant vers l'orient, il compteroit à son retour un jour de plus que ceux qui seroient restés au lieu de son départ: car ce voyageur après avoir avancé de 15 degrés vers l'orient se trouveroit dans un lieu où il seroit midi dans le tems qu'il ne seroit encore que 11 heures dans le lieu qu'il a quitté : ainsi il compteroit une heure de plus que les peuples de son pays. Pareillement quand il auroit fait 30 degrés, il compteroit deux heures de plus. Lorsqu'il auroit fait 180 deg. il compteroit 12 heures de plus : enfin quand il auroit fait le tour ou 360 degrés, il compteroit 24 heures ou un jour entier de plus que ceux de son pays. Par la raison contraire un voyageur qui feroit le tour de la terre vers l'occident, compteroit un jour de moins à son retour que ses compatriotes. Ainsi le premier nommeroit vendredi le jour qu'ils appelleroient jeudi, & le second nommeroit ce même jour mercredi. Ces deux voyageurs & leurs compatriotes appelleroient donc jeudis trois différents jours de la semaine: c'est ce que l'on doit entendre quand on dit quelquefois en badinant *la semaine des trois jeudis*. On en pourroit dire autant des autres jours de la semaine.

On a fait plusieurs fois le tour de la terre depuis la découverte

découverte de l'Amérique soit en allant d'occident en orient, soit en avançant d'orient en occident, & on a été fort surpris les premieres fois de voir que les voyageurs comptoient les jours des semaines & des mois differemment de ceux qui étoient restés dans le pays : on croyoit d'abord que les voyageurs s'étoient trompés dans le compte des jours ; mais les Mathématiciens y ayant fait refléxion, ont trouvé que cette différence dans le dénombrement des jours entre les voyageurs & les autres, est nécessaire, suivant ce que nous venons de dire.

PROBLÊME VI.

40. *Trouver la grandeur du parallele d'un lieu*, par éxemple, *de la ville de Paris, en supposant qu'on connoît la latitude du lieu & la grandeur de l'équateur, qui est un des grands cercles de la terre.*

On fera cette proportion : *Le sinus totál est au sinus du complément de la latitude du lieu, comme l'équateur terrestre est au parallele cherché, ou comme un degré de l'équateur est à un degré de ce parallele.*

Que la ligne AB représente l'axe de la terre, & la circonférence AEB le méridien qui passe par le point P de la surface de la terre sur lequel est situé Paris, EC sera le rayon de l'équateur, PD le rayon du parallele de Paris : de même l'arc EP est la latitude de Paris, & AP le complément de cette latitude : ainsi cet arc AP contient 41 degrés 9 min. puisque la latitude EP est de 48 deg. 51 min. Mais puisque les circonférences sont proportionelles à leurs rayons, on aura l'analogie suivante, EC est à PD, *comme l'équateur de la terre est au parellele de Paris, ou comme le degré du premier cercle est à celui du second.* Or EC est le sinus total ou le sinus du quart de cercle AE. Pareillement PD est le sinus du complément AP, qui contient 41 degrés 9 min. Ainsi la proportion précédente se réduit à celle-ci : *Le sinus total est au sinus de* $41^d\ 9'$, *comme l'équateur est au parallele de Paris, ou* Fig. 11.

comme le degré du premier cercle est au degré du second.

Dans cette proportion on connoît les trois premiers termes : car le premier & le second se trouvent dans la Table des Sinus, & le troisiéme, sçavoir, le degré de l'équateur est 25 lieues. Si on veut se servir des Logarith. on aura pour les trois premiers termes de la proportion arithmétique, en retranchant les deux derniers chifres, 1000000, 981825, 139794, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le quatriéme terme 121619, qui est à peu-près le logarithme de $16\frac{1}{2}$. Ainsi le degré du parallele de Paris contient environ 16 lieues & demie.

41. REMARQUE. Il ne s'ensuit pas de-là que deux endroits placés sur le parallele de Paris qui ont une difference de longitude d'un degré, soient éloignés l'un de l'autre de $16\frac{1}{2}$ lieues : car la distance de deux Villes qui sont sur le même parallele ne se prend pas de l'arc de ce parallele compris entre les deux Villes, mais de l'arc intercepté du grand cercle qui passe par ces deux lieux, lequel arc est plus petit que celui du parallele, parce que quand un petit cercle en coupe un grand, l'arc de ce dernier compris entre les deux points d'intersections est moindre que celui du petit, comme il paroît par la
Fig. 12. fig. 12, dans laquelle l'arc ACB du grand cercle est moindre que l'arc ADB du petit, à cause que la convexité de ce dernier arc est plus grande que celle du premier.

42. Nous supposons dans la solution de ce Problême, que les méridiens terrestres sont de véritables cercles : ce qui néanmoins n'est pas éxact, parce que la terre est un peu applatie vers les poles : mais sa figure n'est pas assez différente de la ronde pour causer une erreur fort sensible dans la méthode que nous avons suivie.

La grandeur du diametre de la terre & celle de sa circonférence étant connues, on pourra déterminer quelle est la distance à laquelle on peut voir une montagne dont

on connoît la hauteur, ou réciproquement, quelle est la hauteur d'une montagne dont on voit seulement le sommet à une certaine distance qui est connue, par éxemple, de dix lieues: c'est ce que nous allons enseigner dans le Problême suivant.

PROBLÊME VII.

43. *Trouver la plus grande distance de laquelle on peut voir un objet élevé*, par éxemple, *une montagne dont la hauteur est connue*, ou réciproquement, *trouver la hauteur d'une montagne dont on voit le sommet à une distance connue.*

Ce Problême est le même que celui que nous avons proposé (Liv. 1. art. 13.) pour trouver la longueur du demi-diametre de l'horison visible : car il est clair par la fig. 2 que la plus grande distance de laquelle on peut voir la montagne, dont la hauteur est AB, est la même chose que l'arc BD terminé par le rayon visuel AD, qui touche la circonférence de la terre au point D: ainsi pour trouver cette distance ou cet arc, on concevra le triangle ADC rectangle en D, dont les côtés CA & CD sont connus, puisque le premier est la somme du rayon de la terre CB, & de la hauteur AB, & le second est le rayon CD: on fera donc la proportion suivante, *Le côté* CA, *qui est la somme du rayon de la terre & de la hauteur de la montagne, est au sinus de l'angle droit* ADC, *comme le côté* CD, *ou le rayon de la terre, est au sinus de l'angle opposé* CAD. Cet angle étant connu, on aura aussi son complément C. On sçaura donc combien l'arc BD contient de minutes & de secondes; ainsi en prenant dans l'étendue de la France & des Pays qui sont aux mêmes degrés de latitude que les différentes parties de ce Royaume, environ 57183 toises pour un degré, 953 pour chaque minute, & pour une seconde à peu-près 15 toises 5 pieds $3\frac{1}{3}$ pouces, on aura la grandeur de cet arc, ou la plus grande distance de laquelle

Fig. 2.

on peut voir une montagne dont on connoît la hauteur.

44. Mais si on connoît la distance de laquelle on apperçoit seulement le sommet d'une montagne, & qu'on veuille en sçavoir la hauteur, on commencera par réduire en degrés, minutes & secondes la distance connue, & on aura l'angle C, dont la mesure est la distance ou l'arc BD; on connoîtra donc aussi son complément CAD: ensuite on cherchera le côté CA par cette analogie, *Le sinus de l'angle* A *est au côté* CD, *comme le sinus total est au côté* CA. Ce côté CA étant trouvé, on en retranchera le rayon de la terre CB, le reste sera la hauteur de la montagne.

La terre étant supposée sphérique, & le degré étant de 57183 toises, le rayon ou le demi-diametre de la terre contient 3276344 toises.

45. On pourra voir par ce Problême, en faisant le calcul, qu'afin qu'on apperçût une montagne à la distance de 2 deg. d'un grand cercle de la terre, c'est-à-dire, de 50 lieues, il faudroit que cette montagne eût plus de 2000 toises de hauteur: il n'y a point de si haute montagne en France.

46. Si on suppose l'Observateur sur une tour ou quelque autre objet élevé, tel que EF, & que du point E il apperçoive le sommet A de la montagne par le rayon visuel ADE, qui touche la surface de la terre au point D, on pourra trouver la distance ou l'arc BDF, pourvû que l'on connoisse la hauteur de la montagne & celle de la tour. Pour cela, on cherche d'abord l'arc BD par la premiere proportion exprimée ci-dessus (art. 43): ensuite il faudra faire une proportion semblable fondée sur le triangle rectangle CDE pour trouver l'arc DF, en disant, *Le côté* CE *est au sinus de l'angle* D, *comme le côté* CD *est au sinus de l'angle* E, dont le complément est DCE, qui a pour mesure l'arc DF: ainsi on aura la grandeur de cet arc. Or les deux arcs BD & DF font l'arc entier BDF, qui par conséquent sera connu.

Pareillement si on connoît la distance ou l'arc BDF, & la hauteur de la tour EF, on trouvera celle de la montagne AB, en faisant d'abord la proportion qu'on vient de rapporter pour trouver l'arc DF, lequel étant retranché de l'arc entier BDF donne l'arc BD. Or cet arc étant connu, on trouvera la hauteur AB par la proportion de l'article 44.

PROBLÊME VIII.

47. *La latitude du lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur de l'ombre méridienne d'un corps perpendiculaire à l'horison dont la hauteur est connue.*

1°. Si la déclinaison du Soleil est vers le même pole que la latitude du lieu, on fera l'analogie suivante, *Le sinus total est à la tangente de la différence entre la latitude & la déclinaison du Soleil, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

2°. Mais quand la déclinaison du Soleil est vers le pole opposé à celui de la latitude, on dira, *Le sinus total est à la tangente de la somme de la latitude & de la déclinaison, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

Soit AP la hauteur de l'objet, le Soleil S dont le rayon qui rase le sommet du corps est SAB, la longueur de l'ombre sera PB. Si on conçoit la hauteur AP prolongée vers le zenith marqué par Z, on aura l'angle SAZ, qui désignera la distance du Soleil au zenith, laquelle est égale à la différence entre la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil dans le premier cas, & dans le second à la somme de l'une & de l'autre, puisque par l'hypothèse le Soleil est au méridien. Or cet angle SAZ est égal à l'angle opposé BAP du triangle rectangle APB, dont je considere la hauteur AP comme le sinus total qui a pour centre le point A, & le côté PB, comme la tangente de l'angle A qui lui est opposé : ainsi on Fig. 9.

pourra dire dans le premier cas, *Le ſinus total eſt à la tangente de la différence entre la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil, comme la hauteur* AP *eſt à la longueur de l'ombre* PB ; & dans le ſecond cas, *Le ſinus total eſt à la tangente de la ſomme de la latitude du lieu & de la déclinaiſon du Soleil, comme la hauteur* AP *de l'objet eſt à la longueur de l'ombre* PB.

48. Nous avons dit que quand le Soleil eſt du côté du pole élevé, ſa diſtance, ou plutôt celle de ſon centre au zenith eſt égale à la différence entre la latitude du lieu & ſa déclinaiſon : cela paroîtra par la fig. 10, dans laquelle le Soleil étant au point S vers le pole élevé P, ſa diſtance au zenith eſt ZS, ſa déclinaiſon AS : & d'ailleurs la latitude du lieu eſt ZA. Or il eſt évident que ZS eſt la différence de la latitude ZA & de la déclinaiſon AS. Mais quand la déclinaiſon du Soleil eſt opposée à la latitude, comme ſi le Soleil eſt au point *s*, alors la diſtance Z*s* du Soleil au zenith eſt la ſomme de la latitude ZA & de la déclinaiſon A*s*. Nous ſuppoſons le Soleil au méridien.

49. Il faut pour la pratique de ce Problême, que le terrain ſoit bien horiſontal depuis P juſqu'à B, ou du moins que le point B ſoit de niveau avec P : & alors on pourra connoître par cette méthode quelle ſera à chaque jour de l'année la longueur de l'ombre méridienne d'un même objet, par éxemple, d'un clocher, d'une tour, &c. Nous allons encore propoſer un Problême qui eſt l'inverſe du précédent.

Problême IX.

50. *Connoiſſant la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil, trouver la hauteur d'un objet dont on a meſuré l'ombre méridienne.*

1°. Si la déclinaiſon du Soleil eſt vers le même pole que la latitude du lieu, c'eſt-à-dire, vers le pole élevé, on dira, *La tangente de la différence entre la latitude & la dé-*

clinaiſon du Soleil eſt au ſinus total, comme la longueur de l'ombre méridienne eſt à la hauteur cherchée.

2°. Lorſque la déclinaiſon du ſoleil eſt vers le pole oppoſé à celui de la latitude, on dira : *La tangente de la ſomme de la latitude & de la déclinaiſon eſt au ſinus total, comme la longueur de l'ombre méridienne eſt à la hauteur de l'objet.*

Ces deux proportions ſont les inverſes de celles du Problême précédent : ainſi les unes & les autres ſont fondées ſur les mêmes principes.



LIVRE QUATRIÉME.

CONTENANT PLUSIEURS PROBLEMES de Trigonométrie Sphérique.

QUOIQUE les Problêmes que nous allons propoſer appartiennent à la Trigonométrie Sphérique, on pourra néanmoins entendre les pratiques des méthodes dont nous nous ſervirons, ſans avoir appris cette partie des Mathématiques : mais il faudra en ſuppoſer les démonſtrations.

PROBLÊME PREMIER.

Connoiſſant la hauteur du pole ſur l'horiſon, la déclinaiſon du Soleil & la réfraction horiſontale, trouver la longueur du jour, & par conſéquent l'heure du lever & du coucher du Soleil. ART. I.

Soit le méridien HZPR, qui paſſe par le zenith Z & par le pole P : ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT, l'arc PSD ſera le quart d'un cercle de déclinaiſon ou d'un méridien qui paſſe par le ſoleil S, & ZOS Fig. 13.

Fig. 13. sera l'arc du vertical qui passe aussi par le soleil, qui est encore environ à 32′ 20″ au-dessous de l'horison, quand il commence à paroître le matin, parce que la réfraction horisontale OS est à peu-près de cette quantité, sçavoir 32′ 20″. Cela posé, l'arc AD de l'équateur désignera la moitié du jour, c'est-à-dire, le tems que le soleil emploiera à parcourir l'arc AD de l'équateur, ou un arc semblable d'un parallele, depuis le lever du soleil jusqu'au méridien. (Cet arc de l'équateur ou d'un parallele s'appelle *Semidiurne*.) Il s'agit donc de trouver l'arc semidiurne AD, qui est la mesure de l'angle APD ou SPZ, qui a son sommet au pole. Pour cela je considere le triangle sphérique ZPS, dont les trois côtés sont connus par les conditions du Problême, sçavoir 1°. PZ, qui est le complément de la hauteur du pole PR, puisque l'arc ZPR, qui s'étend depuis le zenith jusqu'à l'horison est un quart de cercle. 2°. PS, qui est le complément de la déclinaison DS du soleil, parce que l'arc PD compris entre le pole & l'équateur est un quart de cercle: (si le soleil déclinoit vers le pole abbaissé, P*s* seroit la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison:) 3°. enfin le côté ZS, qui est la somme du quart de cercle vertical ZO contenu entre le zenith & l'horison, plus de la réfraction horisontale OS. Supposons que la hauteur du pole soit de 49 degrés, la déclinaison du soleil de 20 degrés: dans ce cas le côté ZP du triangle sphérique sera de 41 deg. le côté PS de 70 deg. & le côté ZS de 90^d 32′, (je néglige les secondes). Or quand on connoît les trois côtés d'un triangle sphérique, on peut trouver les angles par la méthode suivante, que nous allons appliquer à la recherche de l'angle ZPS.

2. 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PS & PZ sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base ZS, & on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base ZS, & on prendra la moitié du reste ou de la différen-

ce: 3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié Fig.13.
de la somme, & celui du sinus de la moitié de la différence : ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon qui est le sinus total ou de 90 deg. pour en avoir la somme. 4°. On ôtera de cette derniere somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reste sera le logarit. du sinus de la moitié de l'angle P.

Dans notre éxemple les côtés PS & PZ sont, comme nous avons dit, l'un de 70 deg. & l'autre de 41 deg. Ainsi 1°. l'excès de PS sur PZ sera 29 deg. par conséquent la somme de cet excès & de la base ZS, qui contient 90^d 32', sera 119^d 32', dont la moitié est 59^d 46'. 2°. La différence de la même base & de l'excès sera 61^d 32', dont la moitié est 30^d46'. 3°. Les logarithmes des sinus de 59^d 46' & de 30^d 46' sont 993650 & 970888, lesquels étant ajoutés avec 2000000, qui est le double du logar. de 90 deg. (je retranche les deux derniers chifres de tous les logarit.) donnent la somme 3964538. 4°. Si de cette somme on ôte 1978993, qui est celle des logarit. des sinus des côtés PS & PZ, il restera 1985545, dont la moitié 992772 est le sinus de 57^d 51' : ainsi l'angle P ou l'arc semi-diurne AD est double de 57^d 51': cet arc est donc de 115^d 42'.

3. Quand on aura trouvé l'angle P, ou l'arc AD qui en est la mesure, on le réduira en heures, en minutes & secondes d'heure : pour cet effet on comptera une heure pour 15 deg. 4 minutes d'heure ou de tems pour un degré, une minute de tems pour 15 min. de degrés, & une seconde de tems pour 15 secondes de degrés : dans notre éxemple l'arc semidiurne étant de 115^d 42', il donnera presque 7^h 43^m : ainsi la moitié du jour est de 7^h 43^m : par conséquent le soleil se leve à 4^h 17^m ou se couche à 7^h 43 .

4. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique,

Fig.13. dont voici les quatre termes : le premier eſt le produit des ſinus des deux côtés PS & PZ. Pour déſigner le ſecond, je ſuppoſe PS plus grand que PZ, & j'appelle l'excès SX : cela poſé, le ſecond terme eſt le ſinus de la moitié de la ſomme de ZS plus SX multiplié par le ſinus de la moitié de la différence de ZS à SX. Le troiſiéme terme eſt le quarré du rayon ; & enfin le quatriéme eſt le quarré du ſinus de la moitié de l'angle P. On peut voir la démonſtration de cette proportion dans la trente-neuviéme propoſition de la Trigonométrie Sphérique de Keil, à la fin de ſon Aſtronomie *in*-4°. Cette proportion étant ſuppoſée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faiſant attention que la propriété des logarithmes eſt de convertir la multiplication en addition, & la diviſion en ſouſtraction ; car cela poſé, on verra aiſément que les trois premiers articles de la méthode tendent à repréſenter le produit des moyens ; & que par le quatriéme on fait la même choſe que ſi on diviſoit ce produit par le premier terme.

Il y a une autre méthode de trouver les angles d'un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés. Nous l'avons expliquée au Problême V qui eſt vers la fin de la troiſiéme Section du Traité, qui précede les Tables des Sinus, des Tangentes & des Logarithmes que nous venons de faire imprimer.

5. Si les deux côtés PS & PZ de l'angle P étoient égaux, on trouveroit cet angle par une ſeule analogie : car en concevant un arc PK tiré du point P perpendiculairement ſur le côté ZS, on auroit le triangle PKS rectangle en K, dont on connoîtroit l'hypotenuſe PS & le côté KS, qui ſeroit la moitié du côté connu SZ, lequel eſt la baſe du triangle ZPS, qu'on ſuppoſe iſocele : ainſi pour connoître l'angle KPS, il faudroit dire, *Le ſinus de l'hypotenuſe* PS *eſt au rayon*, *comme le ſinus de* KS *eſt au ſinus de l'angle oppoſé* KPS, *moitié de l'angle cherché* ZPS. En général l'analogie pour trouver l'angle compris entre les deux côtés égaux d'un triangle

ifocele, dont les trois côtés font connus, eft telle, *Le* Fig. 13.
finus d'un des côtés égaux eft au finus total, comme le finus de la moitié de la bafe eft au finus de la moitié de l'angle cherché.

6. On peut par le moyen de ce Problême trouver le plus long jour de l'année pour chaque latitude : car ce plus long jour arrive lorfque le foleil eft au tropique le plus proche du pole élevé, & que par conféquent fa déclinaifon eft d'environ $23^d\ 28'$. Ainfi fi on veut chercher quel eft le plus long jour de l'année pour Paris, dont la latitude eft de $48^d\ 51'$, voici quels feront les trois côtés du triangle fphérique ZPS ; PZ fera de $41^d\ 9'$; PS de $66^d\ 32'$, & ZS contiendra toujours $90^d\ 32'$. Cela étant, on trouvera que l'angle P ou l'arc femi-diurne AD qui en eft la mefure, étant réduit en heures, donne $8^h\ 3^m$: d'où il fuit que le plus long jour de l'année à Paris eft de $16^h\ 6^m$.

7. Les arcs femi-diurnes faifant connoître la longueur des jours & l'heure à laquelle le Soleil fe leve ou fe couche, ce qui peut fervir à régler des Horloges & des montres ; j'ai cru qu'il étoit à propos de placer ici une Table de ces arcs pour les dix degrés de latitude qui comprennent toute l'étendue de la France, & un peu davantage. On a mis dans chaque colomne fous chacun des dix degrés de latitude marqués en haut, les arcs femi-diurnes réduits en heures pour chaque degré de déclinaifon du foleil jufqu'au douziéme, & depuis le douziéme degré, on a mis les arcs de demi-degré en demi-degré, en prenant feulement la déclinaifon vers le pole élevé. Cette Table qui montre la durée de la moitié du jour y compris l'effet de la réfraction, eft tirée en partie du Livre de la *Connoiffance des Tems*.

8. Il eft facile de voir à l'aide de cette Table à quelle heure le foleil fe leve à un lieu dont on connoît la latitude contenue dans la Table, pourvû qu'on fçache d'ailleurs la déclinaifon du foleil. Suppofons, par exemple,

qu'on veuille sçavoir à quelle heure le soleil se leve pour un lieu qui est à 45 deg. de latitude lorsque le soleil décline de 16^d vers le pole élevé : on cherchera dans la colomne qui est sous le 45me deg. le nombre qui est vis-à-vis de 16^d de déclinaison marqués dans la premiere colomne à gauche, on trouvera 7^h 10^m, il faut les ôter de 12^h, le reste 4^h 50^m fera connoître que le soleil se leve pour lors à 4^h 50^m.

9. On peut aussi se servir de cette Table pour connoître sans erreur sensible l'heure du lever du soleil dans les endroits dont la latitude est entre deux degrés qui sont dans la Table. Il s'agit, par éxemple, de sçavoir à quelle heure le soleil se leve à une Ville qui a environ 51^d $45'$ de latitude lorsque la déclinaison du soleil est de 20^d vers le pole élevé : je cherche quelles sont les heures marquées vis-à-vis de 20 deg. de déclinaison dans les colomnes qui sont sous 51 & 52 degrés de latitude ; je trouve que c'est 7 heures 51 min. & 7 heures 55 min. dont la différence est 4 min. & comme il s'agit d'une latitude qui excede 51^d de $45'$, c'est-à-dire, des trois quarts d'un degré, je prends les trois quarts de la différence, sçavoir 3^m que j'ajoute à 7^h 51^m, la somme 7^h 54^m fera la moitié du jour dans l'endroit proposé au tems de la déclinaison marquée : par conséquent le soleil s'y levera pour lors à 4^h 6^m.

10. Si on veut faire une proportion pour trouver la même chose, on dira : *Comme la différence de 51 à 52^d ou comme 60′ sont à 45′, ainsi la différence 4^m à un quatriéme terme qu'il faut ajouter à 7^h 51^m, que donne l'arc semi-diurne de 51^d, on aura la somme 7^h 54^m.*

11. On pourra trouver par une méthode semblable à quelle heure le soleil se levera quand sa déclinaison sera entre celles qui sont marquées dans la Table, par éxemple, quand elle sera de 18^d $20'$ vers le pole élevé, pourvu que la latitude du lieu soit dans la Table, ou du moins entre celles qui y sont marquées.

TABLE DES ARCS SEMI-DIURNES *réduits en heures.*

Latitude.		43.		44.		45.		46.		47.		ou hauteur du Pole.
D.	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	
1		6	7	6	7	6	7	6	7	6	7	
2		6	10	6	11	6	11	6	11	6	12	
3		6	14	6	15	6	15	6	15	6	16	
4		6	18	6	18	6	19	6	20	6	20	
5		6	22	6	22	6	23	6	24	6	25	
6		6	25	6	26	6	27	6	28	6	29	
7		6	29	6	30	6	31	6	32	6	33	
8		6	33	6	34	6	35	6	37	6	38	
9		6	37	6	38	6	40	6	41	6	42	
10		6	41	6	42	6	44	6	45	6	47	
11		6	45	6	46	6	48	6	50	6	51	
12		6	49	6	50	6	52	6	54	6	56	
12	30	6	51	6	53	6	54	6	56	6	58	
13		6	53	6	55	6	57	6	59	7	1	
13	30	6	55	6	57	6	59	7	1	7	3	
14		6	57	6	59	7	1	7	3	7	5	
14	30	6	59	7	1	7	3	7	5	7	8	
15		7	1	7	3	7	5	7	8	7	10	
15	30	7	3	7	5	7	8	7	10	7	13	
16		7	5	7	7	7	10	7	12	7	15	
16	30	7	7	7	10	7	12	7	15	7	18	
17		7	9	7	12	7	14	7	17	7	20	
17	30	7	12	7	14	7	17	7	20	7	22	
18		7	14	7	16	7	19	7	22	7	25	
18	30	7	16	7	19	7	22	7	25	7	28	
19		7	18	7	21	7	24	7	27	7	30	
19	30	7	20	7	23	7	26	7	30	7	33	
20		7	23	7	26	7	29	7	32	7	35	
20	30	7	25	7	28	7	31	7	35	7	38	
21		7	27	7	30	7	34	7	37	7	41	
21	30	7	30	7	33	7	36	7	40	7	44	
22		7	32	7	35	7	39	7	43	7	46	
22	30	7	35	7	38	7	41	7	45	7	49	
23		7	37	7	40	7	44	7	48	7	52	
23	28	7	39	7	43	7	47	7	51	7	55	

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

TABLE DES ARCS SEMI-DIURNES réduits en heures.

Latitude.		48.		49.		50.		51.		52.		ou hauteur du Pole.
D.	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	
1		6	8	6	8	6	8	6	8	6	9	
2		6	12	6	12	6	12	6	13	6	14	
3		6	17	6	17	6	18	6	18	6	19	
4		6	21	6	22	6	22	6	22	6	24	
5		6	25	6	26	6	27	6	27	6	29	
6		6	30	6	31	6	32	6	33	6	34	
7		6	34	6	36	6	37	6	38	6	40	
8		6	39	6	41	6	42	6	43	6	45	
9		6	44	6	45	6	47	6	48	6	50	
10		6	48	6	50	6	52	6	54	6	56	
11		6	53	6	55	6	57	6	59	7	1	
2		6	58	7	0	7	2	7	4	7	7	
12	30	7	0	7	3	7	5	7	7	7	10	
13		7	3	7	5	7	7	7	10	7	12	
13	30	7	5	7	8	7	10	7	13	7	15	
14		7	8	7	10	7	13	7	15	7	18	
14	30	7	10	7	13	7	15	7	18	7	21	
15		7	13	7	15	7	18	7	21	7	24	
15	30	7	15	7	18	7	21	7	24	7	27	
16		7	18	7	21	7	24	7	27	7	30	
16	30	7	20	7	23	7	26	7	30	7	33	
17		7	23	7	26	7	29	7	33	7	36	
17	30	7	26	7	29	7	32	7	36	7	39	
18		7	28	7	31	7	35	7	38	7	42	
18	30	7	31	7	34	7	38	7	42	7	45	
19		7	34	7	37	7	41	7	45	7	49	
19	30	7	36	7	40	7	44	7	48	7	52	
20		7	39	7	43	7	47	7	51	7	55	
20	30	7	42	7	46	7	50	7	54	7	58	
21		7	45	7	49	7	53	7	57	7	2	
21	30	7	48	7	52	7	56	8	1	8	5	
22		7	50	7	55	7	59	8	4	8	9	
22	30	7	53	7	58	8	2	8	7	8	13	
23		7	56	8	1	8	6	8	11	8	16	
23	28	8	0	8	4	8	9	8	14	8	20	

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

12. Cette Table & le Problême précédent peuvent aussi servir à connoître si une Horloge ou une Montre marque l'heure conformément au soleil : pour cela on observera d'abord quelle heure il est à la Montre quand le bord supérieur du soleil commence à paroître, ensuite on éxaminera à quelle heure le bord inférieur se leve ; l'instant également éloigné de ces deux momens est le tems auquel le centre du soleil s'est levé. Si donc ce tems est le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la Montre est sur le soleil : mais si ce tems est différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoîtra que la Montre précede le soleil ou le suit, & de combien. Je suppose, par éxemple, que le bord supérieur du soleil s'est levé lorsque la montre marquoit 4 heures 8 min. & que l'autre bord a paru sur l'horison lorsqu'il étoit 4^h 10^m à la Montre. Dans cette hypothèse le centre du soleil s'est levé à 4^h 9^m, parce que ce moment est également distant de 4^h 8^m & de 4^h 10^m : c'est pourquoi si on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le soleil doit se lever ce même jour à 4^h 9^m, la Montre est sur le soleil : mais si le calcul ou la Table annonce le lever du soleil à 4^h 5^m, on connoîtra que la Montre précede le soleil de 4^m puisqu'elle marque 9^m, quoiqu'il n'en soit que 5.

13. On suppose ici que l'on puisse voir l'horison dans l'endroit où le soleil se leve ou se couche : c'est pourquoi lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur. Or pour regarder le soleil sans danger de se blesser la vûe, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a exposé ce verre ; & afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par l'attouchement des doigts ou des autres corps, on peut joindre un second verre au côté noirci du premier, en l'y attachant avec de la cire d'Espagne, ou du papier collé au bord.

14. Une Montre peut marquer la même heure que le

ſoleil dans un tems, quoique ſon mouvement ne ſoit pas reglé ſur celui du ſoleil. Suppoſons, par éxemple, que la Montre marque la véritable heure du lever du ſoleil, & qu'elle marque 4 minutes de plus qu'il n'eſt quand le ſoleil ſe couche, alors le mouvement de la Montre n'eſt pas réglé ſur celui du ſoleil, quoiqu'elle ſe ſoit rencontrée le matin avec cet aſtre : réciproquement il ſe peut faire qu'une Montre ou une Pendule ne marque pas la même heure que le ſoleil, quoique ſon mouvement ſoit réglé ſur celui du ſoleil : comme ſi la Pendule marquoit 4 minutes de plus qu'il n'eſt au ſoleil, tant à ſon lever qu'à ſon coucher. On peut dire dans ce cas que la Pendule *précede* le ſoleil ; on dit auſſi alors qu'elle *avance* : mais on ſe ſert ſouvent de ce dernier terme pour exprimer que dans le même eſpace de tems elle marque plus d'heures ou de minutes que le ſoleil, comme il arrive dans le premier cas. Nous prendrons le terme *avancer* dans ce dernier ſens ; ainſi avancer & aller trop vîte ſignifieront la même choſe. Or en donnant ces ſignifications à ces termes, une Montre pourra précéder le ſoleil ſans avancer ou aller plus vîte que lui : mais ſi elle avance ſur le ſoleil, il faut qu'à la ſuite du tems elle le précede. On peut mettre la même différence entre *retarder* ſur le ſoleil & le ſuivre.

15. Cela poſé, le Problême précédent & la Table pourront auſſi ſervir à connoître ſi le mouvement d'une Montre eſt réglé ſur celui du ſoleil : car, par éxemple, ſi elle précede autant le ſoleil à ſon lever qu'à ſon coucher, ou bien au lever d'un jour, qu'à celui du ſuivant, c'eſt une marque que la Montre eſt réglée ſur le ſoleil. (Je néglige ici l'augmentation ou la diminution qui arrive dans la durée d'un jour à cauſe du changement de la déclinaiſon du ſoleil).

16. La méthode du premier Problême eſt la même que celle dont on ſe ſert pour trouver quelle heure il eſt à un inſtant pour lequel on connoît la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, pourvu que l'on connoiſſe auſſi ſa dé-

clinaiſon

clinaiſon & la latitude du lieu: car dans le triangle ZPS le côté ZS, qui pour lors eſt moindre que le quart de cercle ZO, eſt le complément de la hauteur SO du ſoleil : ainſi on connoît les trois côtés de ce triangle ; par conſéquent on peut trouver l'angle P de la maniere que nous avons expliquée dans le Problême. Or la meſure de cet angle eſt l'arc AD de l'équateur, qui étant réduit en heures & en minutes, donne le tems qu'il y a depuis l'inſtant pour lequel on connoît la hauteur du ſoleil juſqu'à midi, ſi c'eſt le matin ; ou depuis midi juſqu'à cet inſtant, ſi c'eſt au ſoir. Nous avons enſeigné la méthode de prendre la hauteur du Soleil (art. 12 & 13 du troiſiéme Livre). Fig. 15.

Ces mots abrégés ſ. ar. que l'on trouvera dans les calculs ſuivans ſignifient *ſinus artificiel*, c'eſt-à-dire, logarit. du ſinus : ainſi cette expreſſion 70^d ſ. ar. 997299 veut dire que l'arc ou l'angle de 70 degrés a pour ſinus artificiel le nombre 997299.

Voici un éxemple dans lequel nous ſuppoſerons la latitude de 49^d, la déclinaiſon du ſoleil de 20^d vers le pole élevé, & ſa hauteur ſur l'horiſon de 42. Pour lors on aura,

EXEMPLE.

PS = 70^d ſ. ar. 997299 ZS = 48^d
PZ = 41 ſ. ar. 981694 PS—PZ = 29

PS—PZ = 29^d ſom. 1978993 difference 19^d
ZS = 48 moitié de la diff. 9 30′

ſomme 77^d
moit. de la ſom. 38^d 30′ ſ. ar. 979415
moit. de la diff. 9 30′ ſ. ar. 921761
double du log. du rayon 2000000

ſomme 3901176
ſom. des ſ. ar. de PS & de PZ 1978993

reſte 1922183 24^d 6′
moit. du reſte 961091 ſ. ar. de 24 6

l'angle ZPS ou l'arc AD = 48^d 12′.

Fig. 15. L'arc AD étoit donc alors de 48^{d} $12'$, qui étant réduits en heures donnent presque 3 heures 13 min. Si on suppose que la hauteur du soleil a été prise avant midi, il faut retrancher ces 3 heures 13 min. de 12 heures, & le reste 8^{h} 47^{m} est l'heure qu'il étoit dans l'instant que le soleil étoit élevé de 42 deg. sur l'horison. Si la hauteur du soleil avoit été prise après midi, on en auroit conclu qu'il étoit dans ce moment 3 heures 13 min.

Avant de passer au Problême suivant nous exposerons ici quelques propositions de Trigonométrie sphérique qui feront mieux entendre ce que nous avons à dire.

17. 1° Dans un triangle sphérique rectangle, comme SXP rectangle en X, les côtés de l'angle droit sont de même espece que les angles auxquels ils sont opposés, c'est-à-dire, que si un de ces angles, comme P, est aigu ou moindre que 90^{d}, le côté opposé SX est aussi moindre que 90^{d}; & si l'angle PSX est obtus, le côté PX est plus grand que 90^{d} ou qu'un quart de cercle: si donc les deux angles opposés aux côtés de l'angle droit sont aigus, ces deux côtés sont chacun moindres que 90^{d}: si ces deux angles sont obtus, les deux côtés sont chacun plus grands que 90^{d}: si un de ces angles est aigu & l'autre obtus, le côté opposé au premier est moindre qu'un quart de cercle, & celui qui est opposé au second est plus grand. Il pourroit se faire aussi que dans un triangle sphérique deux ang. ou même les trois fussent droits: dans ce cas les côtés seroient toujours de même espece que les angles opposés.

18. 2°. Lorsque l'hypotenuse d'un triangle rectangle est moindre qu'un quart de cercle, les deux côtés de l'angle droit sont de même espece, c'est-à-dire, qu'ils sont tous les deux moindres, ou tous les deux plus grands que 90^{d}: mais si l'hypotenuse est plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés sont de différentes especes, l'un est plus grand, & l'autre plus petit que 90^{d}.

19. Pour abréger le discours, nous appellerons avec

plusieurs Auteurs, *cosinus* & *cotangentes* d'un arc ou d'un angle, le sinus & la tangente du complément de cet angle : ainsi le cosinus ou la cotang. d'un angle de 56^d $12'$ est le sinus ou la tangente d'un angle de $33^d 48'$. On donne la même dénomination aux secantes.

Quand on a besoin du logarithme du cosinus ou de la cotang. d'un angle ou d'un arc, par exemple, de $56^d 12'$, il n'est pas nécessaire de s'assurer d'abord quel est le complément de cet angle, afin de chercher ensuite dans les Tables le logarithme du sinus ou de la tangente de ce complément. Il suffit de chercher dans ces Tables $56^d 12'$, car on trouvera vis-à-vis dans la même page à la gauche le logar. qu'on cherche. Le logar. du cosinus de 56^d $12'$ est 974531, celui de la cotangente est 982571. Les log. des sinus & des tangentes sont appellés sinus *artificiels* & tangentes *artificielles*, pour les distinguer des sinus & des tangentes *naturels* qu'on appelle simplement sinus & tang. il en est de même des secantes.

Nous allons proposer un second Problême pour connoître la longueur des jours sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction, à laquelle on n'a point d'égard quand on veut déterminer la fin ou le commencement des climats.

PROBLÊME II.

20. *La hauteur du pole ou la latitude d'un lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur du jour pour ce lieu, sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction.*

Dans l'hypothese de ce Problême le jour ne commence que quand le Soleil est à l'horison : ainsi les deux arcs PS & ZS se rencontrent sur un point S de l'horison. Fig. 14.
Cela supposé, il faut concevoir un arc d'un grand cercle tiré du point S perpendiculairement sur le méridien : cet arc ne sera pas différent de la partie SR de l'horison, puisque l'horison est perpendiculaire au méridien. (Nous

Fig. 14. suppoſons la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé.) On aura donc le triangle ſphérique rectangle SRP dont on connoît le côté PR qui eſt la hauteur du pole, l'hypotenuſe PS complément de la déclinaiſon du Soleil, & l'angle droit R : ainſi on trouvera l'angle SPR ſupplément de ZPS ou de l'arc AD en diſant :

La cotangente du côté PR *eſt à la cotangente de l'hypotenuſe* PS, *comme le ſinus total eſt au coſinus de l'angle* SPR *adjacent au côté connu* PR. Cet angle ſera aigu à cauſe qu'il eſt oppoſé au côté ou à l'arc perpendiculaire SR qui eſt moindre qu'un quart de cercle.

Si la hauteur du pole eſt de 49^d & la déclinaiſon du Soleil de 20^d, le côté PR ſera de 49^d, & l'hypot. PS complément de la déclinaiſon ſera de 70^d. Ainſi les log. des trois premiers termes de l'analogie ſeront 993916, 956107, 1000000, dont le premier étant ôté de la ſomme des deux autres, il laiſſera le reſte 962191 qui eſt le coſinus artificiel de $65^d\ 15'$: l'angle SPR ſera donc de de $65^d\ 15'$. Il faut l'ôter de 180^d, le ſupplément ſera de $114^d 45'$; c'eſt la valeur de l'angle SPZ ou de l'arc AD, qui étant réduit en heures, donne 7 heures 39 minutes, au lieu de 7 heures 43 minutes que nous avons trouvées en y comprenant l'augmentation qui vient de la réfraction.

21. Si le Soleil décline vers le pole abbaiſſé, P*s* ſera égal à P*d*+*ds*, c'eſt-à-dire, à la ſomme d'un quart de cercle & de la déclinaiſon du Soleil, & alors l'arc perpendiculaire moindre qu'un quart de cercle, ſera *s*H, & le triangle rectangle à réſoudre ſera *s*HP dont on connoît le côté PH ſupplément de la hauteur du pole, l'hypotenuſe P*s*, & l'angle droit en H. Ainſi on trouvera l'angle cherché *s*PH par l'analogie précédente. Si donc la hauteur du pole eſt de 49^d, & que la déclinaiſon du Soleil vers le pole inférieur ſoit de 20^d, les trois premiers termes de la proportion ſeront les cotangentes de 131^d ou plutôt du ſupplément 49^d, celle de 110^d ou plu-

tôt de 70^d, le ſinus total & le coſinus de l'angle cherché. Fig. 14.

22. A la place de l'analogie précedente on peut faire celle-ci, *La tangente de l'hypotenuſe* PS *eſt à la tangente du coté* PR, *comme le ſin. total eſt au coſin. de l'ang.* SPR.

On voit bien que ces deux Problêmes peuvent s'appliquer aux autres aſtres dont on connoît la déclinaiſon, de même qu'au Soleil.

23. On peut réſoudre ce ſecond Problême par une autre méthode, en employant le triangle CDS, qui eſt rectangle en D, parce que le cercle de déclinaiſon PD eſt perpendiculaire à l'équateur AT. On connoît trois choſes dans ce triangle, 1°. le côté DS qui eſt la déclinaiſon du Soleil; 2°. l'angle oppoſé SCD égal à l'angle ACH, qui a pour meſure l'élévation AH de l'équateur, laquelle eſt toujours le complément de la latitude ZA; 3°. enfin l'angle en D qui eſt droit. Ainſi on pourra trouver le côté CD, c'eſt l'arc de l'équateur qui fait connoître de combien la durée de la moitié du jour ſurpaſſe ſix heures, leſquelles répondent au quart de cercle AC: car puiſque l'arc ſemidiurne eſt AD, & que le quart de cercle AC donne ſix heures, l'arc CD, qui eſt l'autre partie de AD, marquera l'excès de la moitié du jour ſur 6^h. Voici la proportion qui fera trouver l'arc CD: *La tangente de l'angle* C *eſt à la tangente de l'arc* SD, *comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc* CD : c'eſt-à-dire, *La tangente du complément de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon du Soleil, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc cherché.*

En ſuppoſant que la latitude eſt de 49^d & la déclinaiſon du Soleil de 20^d vers le pole élevé, on trouvera que l'arc cherché CD eſt de $24^d\ 45'$, qui étant réduits en heures, donnent $1^h\ 39^m$. Il faut donc ajouter $1^h\ 39^m$ à 6^h, la ſomme $7^h\ 39^m$ ſera l'arc ſemidiurne qu'on cherche. Si la déclinaiſon du Soleil avoit été vers le pole abbaiſſé, il auroit fallu ôter $1^h\ 39^m$ de ſix heures, le reſte $5^h\ 21^m$ auroit été l'arc ſemidiurne.

24. L'arc CD eſt ce que l'on appelle la différence aſcenſionelle (Liv. I. art. 57), parce que le point C de l'équateur étant dans le plan de l'horiſon, en même-tems que le point S, cet arc eſt compris entre le point C de l'équateur qui ſe leve ſur l'horiſon en même-tems que le Soleil, & le cercle de déclinaiſon de cet aſtre. Ainſi pour trouver la différence aſcenſionelle du Soleil ou d'un autre aſtre, il faut dire, *La tangente du complément de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon de l'aſtre, comme le ſinus total eſt au ſinus de la différence aſcenſionelle.*

25. Nous dirons dans la ſuite comment on trouve la largeur des climats, ſoit d'heures, ſoit de mois. Nous paſſons préſentement au Problême ſuivant qui enſeigne à déterminer l'amplitude, ſoit orientale, ſoit occidentale du Soleil ou de quelque autre aſtre dont on connoît la déclinaiſon. Il faut ſe ſouvenir que l'amplitude d'un aſtre eſt l'arc de l'horiſon compris entre l'équateur & l'endroit où cet aſtre, par éxemple, le Soleil, ſe leve ou ſe couche; ou, ce qui revient au même, l'amplitude orientale du Soleil eſt la diſtance de l'*eſt* ou du vrai orient au point où le Soleil ſe leve; & l'amplitude occidentale eſt la diſtance de l'*oueſt* ou du vrai occident au point où le Soleil ſe couche.

Problême III.

26. *La latitude du lieu ou la hauteur du pole étant donnée avec la déclinaiſon du Soleil & la réfraction horiſone, trouver l'amplitude orientale ou occidentale du Soleil.*

Fig. 13. Soit le méridien HZPR qui paſſe par le zenith Z & le pole P: ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT, le parallele que décrit le Soleil ESF, & le Soleil S que l'on voit le matin avant qu'il ſoit arrivé à l'horiſon HR, parce que la réfraction le fait paroître plus élevé qu'il n'eſt effectivement: l'élévation qui eſt l'effet de la réfraction, eſt meſuré par l'arc SO du vertical ZOS, que l'on conçoit paſſer par le Soleil: l'arc PSD ſera un quart de cercle de déclinaiſon qui paſſe auſſi par le Soleil. Cela poſé,

on connoît, comme dans le premier Problême, les trois côtés du triangle ſphérique ZPS, ſçavoir PS, qui eſt le complément de la déclinaiſon DS vers le pole élevé; ZP, qui eſt le complément de la hauteur du pole PR; & enfin ZOS, ſomme du quart de cercle ZO, plus de la réfraction horiſontale SO, qui eſt de 32′. Ainſi on pourra trouver l'angle PZS, dont la meſure eſt l'arc OR de l'horiſon. Mais d'ailleurs l'amplitude eſt l'arc CO, parce qu'il eſt compris entre le point C qui eſt l'interſection de l'équateur avec l'horiſon & le point O où le Soleil ſe leve. Or cet arc CO eſt le complément de l'arc OR, parce que l'arc CR de l'horiſon eſt un quart de cercle compris entre l'équateur & le méridien. Par conſéquent l'amplitude eſt le complément de l'angle PZS, lorſque la déclinaiſon du Soleil eſt vers le pole élevé. Mais ſi le Soleil décline du côté du pole abbaiſſé, l'amplitude ſera la différence ou l'excès de l'angle PZ*s* ou de ſa meſure *o*R ſur un quart de cercle; car en concevant le Soleil au point *s* du parallele I*s*L, l'amplitude eſt l'arc C*o* de l'horiſon, & la meſure de l'angle PZ*s* eſt *o*R. Or il eſt évident que C*o* eſt l'excès de *o*R ſur le quart de cercle CR. Fig. 13.

27. Pour trouver l'angle PZS, 1°. on cherchera l'excès du plus grand côté ZS ſur le plus petit ZP, & on l'ajoutera à la baſe PS, puis on prendra la moitié de la ſomme. 2°. On retranchera cet excès de la même baſe, & on prendra la moitié de la différence: & le reſte comme dans le premier Problême. Voici deux éxemples dans leſquels on ſuppoſe la latitude de 49^d, & la déclinaiſon de $23^d28'$: mais dans le premier cette déclinaiſon ſe fait vers le pole élevé, & dans le ſecond vers le pole abbaiſſé, & par conſéquent PS eſt de $66^d\,32'$ dans le premier, parce qu'il eſt le complément de la déclinaiſon: mais P*s* eſt de $113^d\,28'$ dans le ſecond, parce qu'il eſt la ſomme du quart de cercle & de la déclinaiſon.

Fig. 13. PREMIER EXEMPLE.

ZS = 90ᵈ 32′ f. ar. 999998. PS = 66ᵈ 32′.
ZP = 41ᵈ f. ar. 981694. ZS—ZP = 49ᵈ 32′.

ZS—ZP = 49ᵈ 32′ fom. 1981692. différence, 17ᵈ 0.
PS = 66ᵈ 32′ moit. de la dif. 8ᵈ 30′.

fomme, 116ᵈ 4′
moit. de la fom. 58 2 f. ar. 992858.
moit. de la diff. 8.30 f. ar. 916970.
double du logar. du rayon 2000000.

fomme 3909828.
fom. des f. ar. de ZS & ZP 1981692.

refte 1928136. 25ᵈ 55′½.
moitié du refte 964068. f. ar. de 25ᵈ 55′½.
fomme 51ᵈ 51′.

Le complément de 51ᵈ 51′ eft 38ᵈ 9′; ainfi l'amplitude eft 38ᵈ 9′.

EXEMPLE II.

Ps = 113ᵈ 28′
Zs = 90ᵈ 32′ f. ar. 999998. Zs—ZP = 49 32
ZP = 41 f. ar. 981694.
différence 63ᵈ 56′
Zs—ZP = 49ᵈ 32′ fom. 1981692. m. de la dif. 31ᵈ 58′
Ps = 113ᵈ 28′

fomme 163ᵈ
m. de la fom. 81 30′ f. ar. 999520
m. de la diff. 31 58′ f. ar. 972380
doub. du log. du rayon 2000000

fomme 3971900
fom. des f. ar. de Zs & ZP 1981692

refte 1990208 63ᵈ 18′
moit. du refte 995104 f. ar. de 63ᵈ 18′

fomme 126ᵈ 36′
90

refte 36ᵈ 36′ amp.

28. Si on n'avoit point d'égard à l'effet de la réfraction, il faudroit concevoir le Soleil au plan de l'horiſon, & pour lors ZS ne ſeroit que de 90^d : mais on trouveroit l'amplitude en ſuivant la même méthode que nous allons appliquer au premier des deux éxemples précédens. Fig. 14.

EXEMPLE.

ZS=90^d ſ. ar. 1000000. PS=66^d 32'
ZP=41 ſ. ar. 981694. ZS—ZP=49

ZS—ZP=49^d ſom. 1981694. différence 17^d 32'
PS=66^d 32' moit. de la diff. 8^d 46'

ſomme 115^d 32'
moit. de la ſ. 57 46. ſ. ar. 992731.
moit. de la d. 8 46. ſ. ar. 918302.
double du log. du rayon 2000000.

ſomme 3911033.
ſom. des ſ. ar. de ZS & de ZP 1981694.

reſte 1929339 26^d 19'
moit. du reſte 964669 ſ. ar. de 26^d 19'

52^d 38'

Le complément de 52^d 38' eſt 37^d 22'.

Nous ne nous arrêterons pas à appliquer la même méthode au ſecond éxemple, parce que cela eſt trop facile.

29. On voit par les deux éxemples dans leſquels on a égard à la réfraction, que l'amplitude vers le pole élevé eſt plus grande que celle qui eſt du côté du pole abbaiſſé, la déclinaiſon du Soleil étant la même vers l'un & l'autre pole. La raiſon de cette diverſité devient ſenſible par la Fig. 13 : car s'il n'y avoit point de réfraction, le Soleil ne paroîtroit que quand il eſt arrivé aux points M & *m*, qui ſont les points d'interſection des paralleles EF & IL avec l'horiſon ; & par conſéquent les deux am-

plitudes auroient été CM & C*m* qui sont égales, parce que les paralleles sont également éloignés de l'équateur. Or il est évident que par la réfraction l'amplitude CO devient plus grande que CM; & qu'au contraire l'autre amplitude C*o* devient moindre que C*m*.

30. Mais l'augmentation d'une part, est égale à la diminution de l'autre : c'est pourquoi si on ajoutoit les deux amplitudes CO & C*o* causées par la réfraction, & qu'on prît la moitié de la somme, cette moitié seroit égale à l'amplitude CM ou C*m*, que le Soleil auroit, s'il n'y avoit point de réfraction. Cela paroît par les exemples que nous avons rapportés.

Fig.14. 31. Lorsqu'on n'a point d'égard à la réfraction, on pourroit trouver l'amplitude CS plus aisément par le moyen du triangle CDS rectangle en D, dont on connoît 1°. le côté DS, qui est la déclinaison du Soleil; 2°. l'angle opposé SCD égal à l'élévation ACH de l'équateur, laquelle est le complément de la latitude; 3°. enfin l'angle en D qui est droit à cause du cercle de déclinaison PD qui est perpendic. à l'équateur. Ainsi pour trouver l'amplitude CS, il n'y aura qu'à faire cette proportion, *Le sinus de l'angle* C, *complément de la latitude, est au sinus de la déclinaison* DS, *comme le sinus total est au sinus de l'amplitude*. Dans les exemples que nous avons donnés, le complément de la latitude est de 41^d, la déclinaison du Soleil est de 23^d 28′; par conséquent les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie marquée seront 981694,960012,1000000, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, le reste sera le nombre 978318, qui est le logarithme du sinus de 37^d 22′.

PROBLÊME IV.

32. *Connoissant la hauteur du Pole avec la déclinaison du Soleil, trouver sa hauteur sur l'horison à quelque heure que ce soit du jour*. Ce Problême est l'inverse de l'art. 16.

Soit le méridien HZPR qui passe par le zenith Z &

par le pole P : ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT & Fig. 15.
le Soleil au point S, l'arc PSD ſera un quart de cercle de déclinaiſon qui paſſe par le Soleil, & ZSO ſera un autre quart de cercle du vertical qui paſſe auſſi par le Soleil. Cela étant, il s'agit de trouver l'arc SO, qui meſure la hauteur du Soleil ſur l'horiſon. Or on trouvera ZS, qui eſt le complément de cet arc, par le triangle ſphérique ZPS : car dans ce triangle on connoît trois choſes, ſçavoir le côté PZ, complément de la latitude ZA, le côté PS complément de la déclinaiſon du Soleil SD, & enfin l'angle ZPS ou APD meſuré par l'arc AD, dont on connoît les degrés par le tems qui eſt entre midi & le moment pour lequel on veut ſçavoir la hauteur du Soleil, en prenant 15 degrés pour chaque heure (Liv. III. art. 32) : Si, par éxemple, on veut ſçavoir la hauteur du Soleil à $8^{h}\frac{1}{2}$ du matin, comme il y a $3^{h}\frac{1}{2}$ depuis ce moment juſqu'à midi, l'arc AD ſera de $52^{d}\,30'$. Ainſi dans le triangle ZPS on connoît deux côtés & l'angle qu'ils comprennent. On cherchera donc la hauteur SO complément du côté ZS, par ce côté qui eſt opposé à l'angle ZPS. il faut concevoir l'arc SX tiré perpendiculairement ſur le côté PZ prolongé, s'il eſt néceſſaire, ou du côté de P, ou du côté de Z : cet arc perpendiculaire que nous ſuppoſons moindre que 90^{d}, tombera du côté de l'angle aigu formé par SP & par PZ prolongé, comme on vient de le dire : c'eſt pourquoi ſi l'angle SPZ eſt aigu, l'arc SX tombera du côté de cet angle ; mais ſi l'angle SPZ eſt obtus, l'arc perpendiculaire tombera de l'autre côté. Cela poſé, on cherchera d'abord le premier ſegment PX, que l'on trouvera par l'analogie ſuivante, tirée du triangle ſphérique SXP rectangle en X, dont on connoît l'hypotenuſe PS & l'angle XPS ou APD.

33. *Le coſinus de l'angle* P, c'eſt-à-dire, *le ſinus du complément de cet angle, eſt au ſinus total, comme la cotangente de l'hypotenuſe* PS *eſt à la cotangente du côté* PX.

34. Le quatriéme terme qu'on trouvera peut convenir à un arc plus grand que 90^d ou au ſupplément de cet arc. Or on connoîtra que l'arc ou le ſegment PX eſt plus grand que 90 degrés lorſque l'hypotenuſe PS eſt plus grande qu'un quart de cercle : car comme le côté ou l'arc perpendiculaire SX eſt pris moindre que 90 degrés, ſi on ſuppoſe l'hypotenuſe PS plus grande que 90^d, il faut que l'autre côté PX ſoit auſſi plus grand que 90^d (18) : mais ſi PS eſt moindre que 90^d, le ſegment PX eſt auſſi plus petit que 90^d ; en un mot le ſegment PX eſt de même eſpece que l'hypotenuſe PS : d'où il ſuit que PX ne peut ſurpaſſer 90^d que quand le Soleil décline vers le pole abbaiſſé ou inférieur.

35. Quand on aura trouvé PX, comme d'ailleurs on connoît le côté PZ, on trouvera auſſi l'autre ſegment ZX : car 1°. ſi l'angle connu P eſt aigu, & que PX ſoit moindre que PZ, il faudra ôter PX de PZ, le reſte ſera ZX, parce que dans ce cas l'arc perpendiculaire SX tombe en dedans du triangle PSZ. 2°. Si l'angle P étant encore aigu, PX eſt plus grand que PZ, il faudra ôter PZ de PX, le reſte ſera ZX; car alors l'arc SX tombe hors du triangle PSZ du côté de Z. 3°. Enfin ſi l'angle P eſt obtus, on ajoutera PZ à PX, la ſomme ſera ZX, parce que pour lors l'arc perpendiculaire tombe hors du triangle PSZ du côté de P. Le ſegment ZX étant connu, on trouvera le côté ZS par cette ſeconde analogie.

Le coſinus de l'arc PX *eſt au coſinus de* ZX, *comme le coſinus du côté* PS *eſt au coſinus du côté* ZS, c'eſt-à-dire, *au ſinus de l'arc* SO, qui eſt la hauteur du Soleil pour le moment ſuppoſé.

Si la latitude eſt de $48^d\ 51'$, la déclinaiſon du Soleil de $23^d\ 28'$, & qu'on veuille connoître la hauteur du Soleil à $8^h\frac{1}{2}$ du matin, les trois premiers termes de la premiere proportion ſeront le coſinus de $52^d\ 30'$, valeur de l'angle P, le ſinus total, & la cotangente de $66^d\ 32$=PS, dont les logarithmes ſont 978445,1000,000,963761, qui ſe-

ront trouver le nombre 985316 cotangente artificielle de 54^d 30′, qui eſt la valeur du ſegment PX. Ainſi ce ſegment eſt plus grand que PZ, qui n'eſt que de 41^d 9′ : il faut donc retrancher PZ de PX, & le reſte 13^d 21′ ſera l'autre ſegment ZX. Après cela on viendra à la ſeconde proportion, dont les trois premiers termes ſont le coſin. de 54^d 30′, celui de 13^d 21′, & celui de 66^d 32′, leſquels ont pour logarithmes 976395, 998810, 960012. Or le premier de ces logarithmes étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 982427, qui eſt le ſinus artificiel de 41^d 51′. Ainſi la hauteur SO du Soleil, qui eſt le complément du côté ZS, eſt de 41^d 51′ à $8^h\frac{1}{2}$ du matin, la latitude du lieu étant de 48^d 51′, & la déclinaiſon du Soleil de 23^d 28′ vers le pole élevé.

Si la déclinaiſon du Soleil avoit été du côté du pole inférieur, le ſegment PX auroit été (34) le ſupplément de 54^d 30′, parce que dans ce cas le côté PS auroit été plus grand que 90^d.

36. Quand quelqu'un des termes connus dont on prend le complément dans une analogie, eſt plus grand que 90^d, alors ce complément eſt celui du ſupplément de ce terme. Or ce complément eſt la même choſe que l'excès du même terme ſur 90^d : par éxemple, ſi l'angle ZPS eſt de 105^d, le ſupplément ſera 75, dont le complément eſt 15. Or 15 eſt l'excès de 105 ſur 90. Voici un éxemple.

La latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil étant ſuppoſées les mêmes que dans l'éxemple précédent, on veut ſçavoir la hauteur du Soleil à 5^h du matin, c'eſt-à-dire, quand l'angle ZPS eſt de 105^d. Nous nous contenterons de mettre ici le calcul tout fait ſans l'expliquer.

1000000 logarithme du ſinus total.
963761 cotang. artif. de 66^d 32′ = PS.

1963761 ſomme
941300 coſinus artif. de 75^d = ZPS.

Reſte 1022461 cotang. artif. de 30^d 48′ = PX.

Comme dans ce cas l'angle ZPS est obtus, on ajoutera PZ à PX, la somme $71^d 57'$ sera ZX, dont on se servira pour la seconde analogie.

	949115	s. ar. de 18^d $3'$ compl. de ZX.
	960012	s. ar. de 23^d $28'$ compl. de PS.
	1909127	somme
	993397	s. ar. de 59^d $12'$ compl. de PX.
Reste	915730	s. ar. de 8^d $16'$, hauteur du Soleil.

37. Au lieu de l'analogie de l'art 33 on auroit pu se servir de celle-ci pour trouver le segment PX, *Le sinus total est au cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire, *au sinus du complément de cet angle, comme la tangente du côté* PS *est à la tangente du segment* PX.

38. Quand l'angle ZPS est aigu, s'il arrivoit que le segment PX fût égal au côté PZ, alors l'arc perpendic. SX se confondroit avec le côté SZ, qui feroit par conséquent le triangle ZPS rectangle en Z : dans ce cas on trouveroit ZS complément de la hauteur par une analogie dans laquelle on compareroit les sinus des angles avec les sinus des côtés opposés, en disant :

Le sinus de l'angle droit PZS, *ou le sinus total, est au sinus du côté opposé* PS, *comme le sinus de l'angle* P *est au sinus du côté opposé* ZS.

39. Si on veut trouver la hauteur du Soleil à 6 heures soit du matin, soit du soir, l'angle P sera droit ; & pour lors on trouvera ZS qui sera l'hypotenuse par une seule analogie, en disant : *Le sinus total est au cosinus de* PZ, *comme le cosinus* PS *est au cosinus de* ZS, c'est-à-dire, *Le sinus total est au sinus de la latitude, comme le sinus de la déclinaison du Soleil est au sinus de sa hauteur.* Si on suppose la latitude de 49^d, & la déclinaison du Soleil de 20^d, on trouvera la hauteur de 14^d $58'$.

40. Nous avons expliqué comment on trouve la hauteur du Soleil par observation dans le second Problême

du troisiéme Livre : & nous avons dit dans le même Prob. art. 16, qu'on peut connoître tous les jours la hauteur du Soleil à midi sans observation & sans calcul, pourvû qu'on connoisse sa déclinaison & l'élévation de l'équateur sur l'horison ; car s'il décline vers le pole élevé, sa hauteur méridienne est égale à la somme de sa déclinaison & de l'élévation de l'équateur : s'il décline vers le pole inférieur, sa hauteur est égale à la différence de ces deux quantités : & enfin si sa déclinaison est nulle, c'est-à-dire, s'il répond à l'équateur, sa hauteur méridienne est égale à l'élévation de de ce cercle.

41. Pour entendre plus facilement le Problême V, nous ajouterons ce qui suit. Supposons que le cercle OMVN représente un plan horisontal ; le diametre MN le méridien, & les deux extrémités M & N le Midi & le Nord ; que le diametre OV désigne aussi le premier vertical, & les deux extrémités O & V l'orient & l'occident ; enfin que les deux diametres AR, BT représentent deux autres verticaux, & le centre C le zenith par lequel passent tous les verticaux. Tous ces cercles étant perpendiculaires au plan horisontal, les lignes qui sont les intersections communes des cercles verticaux avec ce plan, font entre elles les mêmes angles que ces verticaux font les uns avec les autres. Ainsi les lignes AR & BT font avec la méridienne MN les mêmes angles que les verticaux que ces lignes représentent font avec le méridien. Si on suppose qu'il y ait un stile perpendiculaire élevé du point C, & que le Soleil S réponde au vertical désigné par AR, l'ombre du stile sera dirigée selon la même ligne CA : de même si le Soleil s répond au vertical BT, l'ombre du stile tombera sur CB, dans la partie opposée au Soleil ; en sorte que le Soleil étant toujours vers le midi par rapport à nous, l'ombre du stile sera toujours dirigée vers le nord, quoique ce ne soit pas directement.

42. Cela posé, puisque la ligne d'ombre du stile

tombe sur celle qui représente le vertical du Soleil, il paroît que l'angle DCA que doit faire la méridienne CD avec la ligne d'ombre CA est le même que celui qui est compris entre le méridien & le vertical du Soleil du côté du nord, ou plutôt, du pole boreal qui est le pole élevé pour nous. Or cet angle est opposé par le sommet, & par conséquent égal à un autre qui est compris entre les mêmes cercles, & qui regarde le pole abbaissé. Il suffit donc de connoître la valeur de ce dernier angle afin d'avoir celui que doit former la méridienne avec la ligne d'ombre. Or cet angle étant donné, on tracera aisément la méridienne, comme nous l'allons dire dans le Problême suivant, qui ne suppose pas que le stile soit perpendiculaire au plan : il est même plus commode dans la pratique qu'il soit courbe ou du moins oblique.

Problême V.

43. *Tracer une méridienne sur un plan horisontal par un seul point d'ombre de l'extrémité d'un stile, la hauteur du pole étant connue avec la déclinaison du Soleil & sa hauteur sur l'horison.*

On suppose que l'on a trouvé par la méthode de l'article 6, Livre III, le pied du stile, qui est le point C fig. 7, & que l'on a pris le point d'ombre A ou B auquel on a tiré la ligne d'ombre CA ou CB. Il s'agit donc de trouver quel angle doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre, afin de tirer du point C une ligne CD qui fasse avec CA ou CB un angle DCA ou DCB égal à celui qu'on aura trouvé, cette ligne CD sera la méridienne cherchée. Or cet angle que doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre est le même (42) que l'angle compris entre le méridien & le vertical auquel répond le Soleil, soit qu'on prenne cet angle du côté du pole élevé ou du côté du pole abbaissé. Soit le méridien HZPR fig. 15. le vertical ZSO, auquel répond le Soleil S, l'ang. AZS qui regarde le pole inférieur est celui qu'il faut cher-

cher : cet angle eſt le ſupplément de PZS. Or on trouvera l'angle PZS par le triangle ſphérique ZPS dont on connoît les trois côtés, ſçavoir ZP complément de la latitude, PS complément de la déclinaiſon du Soleil, & ZS complément de la hauteur du Soleil : on ſe ſervira pour ce ſujet de la méthode expliquée dans le troiſiéme Problême (27) : & quand cet angle ſera connu, on prendra ſon ſupplément AZS : c'eſt celui auquel doit être égal l'angle DAC ou DCB de la fig. 7. Mais on obſervera qu'il faut tirer la méridienne CD à l'orient de la ligne d'ombre, ſi le point d'ombre a été marqué avant midi ; & à l'occident de cette ligne, ſi le point d'ombre a été pris après midi. Il eſt à propos de faire le calcul ſur pluſieurs points d'ombre, afin de s'aſſurer davantage de l'exactitude de l'opération. Fig. 15.

On peut ſe ſervir du point d'ombre A ou B pour trouver la hauteur du Soleil ſelon la méthode expliquée dans le ſecond Problême du troiſiéme Livre : ou ſi l'on connoît l'heure préciſe à laquelle on a marqué le point d'ombre, on trouvera la hauteur du Soleil par le Problême précédent.

PROBLÊME VI.

44. *Connoiſſant l'obliquité de l'écliptique, c'eſt-à-dire, l'angle que ce cercle fait avec l'équateur, & la déclinaiſon du Soleil étant auſſi donnée ; trouver ſon aſcenſion droite.*

L'aſcenſion droite du Soleil n'eſt autre choſe que l'arc de l'équateur compris entre le commencement d'*aries* & le Soleil en allant ſelon la ſuite des ſignes, c'eſt-à-dire, d'occident en orient. Le Soleil peut être ou dans le premier quart de cercle de l'écliptique, lequel s'étend depuis le point équinoctial du printems juſqu'au point du ſolſtice d'eſté ; ou dans le ſecond, qui eſt depuis ce dernier point juſqu'à celui de l'équinoxe d'automne, ou dans le troiſiéme, qui eſt le ſuivant ; ou enfin dans le

Fig. 16. quatriéme. Il s'agit de sçavoir comment on trouve l'ascension droite dans chacun de ces quatre cas.

Soit le méridien AZPT, le pole du monde P, l'équateur AT, l'écliptique EL qui coupe l'équateur au point I, le cercle de déclinaison PSD qui passe par le Soleil S, qui est tantôt à l'orient, tantôt à l'occident de l'intersection de l'équateur avec l'écliptique ; on aura le triangle SDI rectangle en D, parce que tout cercle de déclinaison est perpendiculaire à l'équateur. Or dans ce triangle sphérique on connoît trois choses, sçavoir le côté SD qui est la déclinaison du Soleil, l'angle opposé I qui est l'obliquité de l'écliptique, laquelle est présentement de $23^{d}\,28'$, (nous négligeons les secondes) & enfin l'angle droit. On pourra donc trouver l'arc ID de l'équateur par l'analogie suivante.

La tangente de l'angle I *est à la tangente du côté opposé* SD, *comme le sinus total au sinus du côté* ID, c'est-à-dire ; *la tangente de l'obliquité de l'écliptique est à la tang. de la déclinaison du Soleil, comme le sinus total au sinus de l'arc* ID.

45. Quand le Soleil est dans le premier & le quatriéme quart de cercle, c'est-à-dire, au printems & en hyver, il faut concevoir que le point d'intersection I est le commencement du bélier, & quand il est dans le second ou le troisiéme quart de cercle, sçavoir en été & en automne, il faut regarder ce point I comme le commencement de la balance. De plus lorsque le Soleil est dans le premier quart de cercle, l'arc ID est son ascension droite : quand il est dans le second, l'ascension est le supplément de l'arc ID : lorsqu'il est dans le troisiéme quart de cercle l'ascension est la somme de la demi-circonférence qu'il a déja passée, & de l'arc ID : & quand il est dans le quatriéme, l'ascension est la somme des trois quarts de cercle au-delà desquels il se trouve, c'est-à-dire, de 270^{d}, & du complément de l'arc ID.

En supposant la déclinaison du Soleil de 20^{d}, les lo-

garithmes des trois premiers termes de l'analogie seront 963761,956107,1000,000 : le premier étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 992346, qui est le sinus artificiel de 56ᵈ 58′. L'arc ID dans cette hypothèse est donc de 56ᵈ 58′. Par conséquent ce sera l'ascension droite dans le premier cas. Dans le second l'ascension droite sera le supplément 123ᵈ 2′ : dans le troisiéme cas ce sera 236ᵈ 58′, & dans le quatriéme 303ᵈ 2′.

Probléme VII.

46. *La durée d'un jour pour quelque lieu étant connue avec la déclinaison du Soleil pour ce même jour, trouver la latitude du lieu.*

Quand il s'agit de la durée d'un jour, on y renferme souvent l'augmentation causée par la réfraction, & quelquefois on n'y a point d'égard, c'est-à-dire, qu'on prend la durée du jour pour celle qu'il auroit, s'il n'y avoit point de réfraction. Nous supposerons d'abord qu'on y a égard en comptant la durée du jour depuis le moment que le centre du soleil paroît sur l'horison, jusqu'à l'instant auquel il disparoît. Nous examinerons ensuite le second cas.

I. Cas. Il faut prendre la moitié du jour, qu'on réduira en degrés, en comptant 15 degrés pour chaque heure (Liv. 3, art. 32); & on aura l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil dans l'instant qu'il se leve ou qu'il se couche : par éxemple, si la moitié du jour est $7^h 43^m$, cet arc sera 115ᵈ 45′ : d'ailleurs on connoît par l'hypothèse la déclinaison du soleil au tems de son lever ou de son coucher. Cela posé, soit le soleil au point S, fig. 13, Fig. 13.
dans le moment qu'il paroît sur l'horison HR, quoiqu'il soit encore au-dessous, la réfraction horisontale sera l'arc SO du vertical ZOS, qui passe par le zenith Z : en concevant un cercle de déclinaison PSD qui soit tiré du pole P de l'équateur ou du monde, & qui passe par le

Fig. 13. soleil, on aura le triangle sphérique PZS, dans lequel on connoît trois choses, 1°. l'angle ZPS ou APD mesuré par l'arc AD de l'équateur, lequel arc sera connu en prenant 15 deg. pour chaque heure; 2°. le côté PS, qui est le complément de la déclinaison du soleil, s'il est du côté du pole élevé; mais s'il décline vers le pole abbaissé, ce côté est la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison; 3°. le côté ZS, somme du quart de cercle ZO & de la réfraction horisontale SO, qui est de 32'. Il s'agit de connoître le troisiéme côté ZP, qui est le complément de la latitude ZA.

47. Pour cela on se servira des deux analogies du Problême IV: on imaginera donc un arc de grand cercle, comme SX, tiré du point S perpendiculairement sur le côté ZP prolongé, selon qu'il est nécessaire, ou vers P ou vers Z: cet arc perpendic. que nous supposons moindre qu'un quart de cercle, & qui tombera par conséquent du côté de l'angle ZPS, s'il est aigu, & de l'autre côté, s'il est obtus, formera les deux segmens PX, ZX, & fera le triangle rectangle SXP, par lequel on trouvera le segment PX en disant, *Le cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire, *le sinus du complément de cet angle, est au sinus total, comme la cotangente de l'hypotenuse* PS *est à la cotangente du côté* PX, qui est de même espece que PS (34).

48. Quand on connoîtra PX, on cherchera XZ par cette autre analogie, *Le cosinus de* PS *est au cosinus de l'autre côté connu* ZS, *comme le cosinus de* PX *est au cosinus de* ZX. Ce second segment ZX sera toujours plus grand qu'un quart de cercle: car dans le triangle rectangle SXZ l'hypotenuse ZS étant plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés SX & ZX sont de différente espece (18). Or l'arc perpendiculaire SX est moindre que 90 deg. ainsi l'autre côté ZX est plus grand qu'un quart de cercle. D'où il suit que l'arc SX tombe toujours hors du triangle PZS, soit vers P, soit vers Z,

ſelon que l'angle ZPS eſt obtus ou aigu. Les deux ſegmens PX & ZX étant connus, on trouvera le côté PZ en comparant enſemble ces deux ſegmens; car ſi on retranche le plus petit du plus grand, le reſte ſera le côté PZ : or le complément de PZ eſt la latitude ZA. Ainſi il paroît que ce premier cas, qui eſt l'inverſe du premier Problême, contient une méthode de trouver la hauteur du pole, différente de celles que nous avons données dans le Problême III du troiſiéme Livre. Fig. 13.

Voici un éxemple dans lequel nous ſuppoſons que la moitié du jour, y compris l'effet de la réfraction, eſt de 7 heures 43 min. la déclinaiſon du ſoleil étant de 20 deg. On réduira d'abord 7 heures 43 min. en degrés, on aura 115^{d} 45$'$, qui ſont la valeur de l'angle ZPS : d'ailleurs PS complément de la déclinaiſon eſt de 70 deg. & ZS eſt de 90^{d} 32$'$: ainſi les logarit. des trois premiers termes de la premiere analogie ſont les nombres 963794, 1000000, 956107, qui feront trouver le quatriéme 992313, cotangente artificielle de 50^{d} 3$'$, qui eſt la valeur du ſegment PX : après cela on viendra à la ſeconde analogie, dont les trois premiers termes ont pour logarit. 953405, 796887, 980762. Or le premier de ces logarit. étant retranché de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 824244, qui eſt le coſinus artificiel de 89 deg. mais comme ZX doit être plus grand que 90 deg. il ſera égal à 91^{d}, ſupplément de 89^{d}. A préſent ſi on retranche PX de ZX, c'eſt-à-dire, 50^{d} 3$'$ de 91^{d}, le reſte 40^{d} 57$'$ ſera le côté PZ, & le complément 49^{d} 3$'$ ſera la latitude ZA.

49. II. CAS. On peut ſe ſervir de la même méthode quand on n'a point d'égard à la réfraction : dans ce cas elle devient beaucoup plus courte ; car le point S étant alors à l'horiſon, l'arc perpendicul. SX eſt la partie SR de l'horiſon, fig. 14, puiſque l'horiſon eſt perpendicul. au méridien HZPR ; & par conſéquent on trouvera la hauteur du pole PR par le triangle rectangle PRS, dont

Fig. 14. on connoît l'hypotenuſe PS, l'angle SPR ſupplément de ZPS, & l'angle droit R : il faudra dire, *Le ſinus total eſt au coſinus de l'angle* SPR, *comme la tangente de l'hypotenuſe* PS *à la tangente du côté* PR. Si la durée de la moitié du jour eſt de 7 heures 39 min. & la déclinaiſon du ſoleil de 20 deg. les logar. des trois premiers termes de cette proport. ſeront 1000,000, 962186, 1043893 : or le premier de ces trois nombres étant retranché de la ſomme des deux autres, on trouve le reſte 1006079, qui eſt la tangente artificielle de 49 degrés : c'eſt la hauteur du pole PR.

50. Voici encore une autre méthode pour le ſecond cas : on prendra la moitié du jour, & on réduira la différence de cette moitié avec 6 heures en degrés, minutes & ſecondes, en prenant 15 deg. pour une heure (Liv. 3, art. 32) : cette différence ainſi réduite ſera la différence aſcenſionelle, c'eſt-à-dire, l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaiſon du ſoleil & le point de l'équateur qui ſe leve ou ſe couche en même-tems que le ſoleil : ſi, par éxemple, la moitié du jour eſt de $7^h\ 39^m$, on réduira la différence $1^h\ 39^m$ en degrés, & on aura la différence aſcenſionelle égale à $24^d\ 45'$.

Dans la fig. 14 le cercle HZPR repréſente le méridien, les points Z & P le zenith & le pole du monde, HR l'horiſon, AT l'équateur, S le ſoleil, SD ſa déclinaiſon, l'arc CD ſera donc la différence aſcenſionelle, parce que c'eſt l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaiſon du ſoleil & le point C, qui ſe leve ou ſe couche en même-tems que le ſoleil S, puiſque ces deux points C & S ſont tous les deux enſemble à l'horiſon : ainſi dans le triangle CDS rectangle en D, on connoît trois choſes, le côté CD, le côté SD, & l'angle droit D ; par conſéquent on pourra trouver l'angle SCD égal à l'angle ACH, qui eſt l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon, & dont la meſure eſt l'arc AH complément de la latitude AZ. Voici l'analogie qui fera trouver

l'angle C, *Le ſinus du côté CD eſt au ſinus total, comme la tangente du côté SD eſt à la tangente de l'angle oppoſé C*, c'eſt-à-dire, *Le ſinus de la différence aſcenſionelle eſt au ſinus total, comme la tangente de la déclinaiſon du Soleil eſt à la tangente du complément de la latitude.*

Voici l'éxemple qu'on a déja rapporté : la moitié du jour eſt de 7 heures 39 min. & par conſéquent la différence aſcenſionelle ſera de $24^d\ 45'$: d'ailleurs la déclinaiſon du ſoleil ſoit de 20 deg. les logarit. des trois premiers termes de la proport. ſeront 962186, 1000,000, 956107; le premier étant ôté de la ſomme des deux autres, on trouvera le reſte 993921, qui eſt la tangente artificielle de 41^d dont le complément 49^d eſt la latitude du lieu dans lequel la moitié du jour eſt de $7^h\ 39^m$, lorſque le ſoleil décline de 20 deg. vers le pole élevé.

51. REMARQUES. 1°. La réfraction des rayons du ſoleil cauſée par l'air, augmente dans l'hypothèſe préſente la moitié du jour d'environ 4 min. c'eſt-à-dire, qu'à cauſe de la réfraction la durée du demi-jour eſt de 7 heures 43 min. (3 & 20), au lieu qu'elle ne ſeroit que de 7^h 39 min. s'il n'y avoit point de réfraction. 2°. Ce ſecond cas eſt l'inverſe du ſecond Problême, & l'analogie que nous employons ici eſt l'inverſe de celle dont nous nous ſommes ſervis dans l'art. 23.

52. C'eſt par le ſecond cas de ce Problême que l'on détermine le commencement, la fin & la latitude ou la largeur des climats d'heures, ou plutôt de demi-heures. On veut ſçavoir, par éxemple, quelle eſt la largeur du huitiéme climat, c'eſt-à-dire, de celui à la fin duquel le plus long jour eſt de 12 heures plus 8 demies, ou de 16^h, ſans y comprendre la réfraction, car dans la détermination des climats on n'a point d'égard à l'effet de la réfract. Pour cela on cherche quelles ſont les latitudes de deux lieux dans l'un deſquels la durée du jour eſt de $15^h\ 30^m$, & dans l'autre de 16^h, lorſque la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé eſt de $23^d\ 28'$, auquel tems arrive le plus

long jour de l'année : la différence de ces deux latitudes sera la largeur du huitiéme climat : on la trouvera d'environ $3^{d}\ 30'$. De plus la latitude du premier lieu montrera le commencement de ce climat, & celle du second en marquera la fin.

Nous allons donner dans le Problême suivant la méthode de trouver la largeur des climats de mois.

Problême VIII.

53. *Trouver le commencement, la fin & la largeur des climats de mois.*

La largeur de ces climats dépend de la grandeur de l'arc de l'écliptique qui reste toujours sur l'horison des lieux qui sont à la fin des climats, quoique la sphere fasse sa révolution journaliere d'orient en occident. Ainsi, par éxemple, pour qu'un lieu soit à la fin du premier climat de mois, il faut que l'arc de l'écliptique qui demeure toujours sur l'horison de ce lieu, soit assez grand pour que le soleil emploie un mois à le parcourir ; car alors le jour sera d'un mois sur cet horison. De même afin qu'un lieu soit à la fin du second climat, il faut que le soleil soit deux mois à parcourir l'arc de l'écliptique qui ne descend jamais sous l'horison de ce lieu. Ainsi des autres climats de mois. Cet arc qui demeure toujours sur l'horison d'un lieu sans jamais descendre au-dessous, nous l'appellerons *supérieur*. L'arc supérieur de la fin du premier climat est à peu-près de 30 deg. celui de la fin du second climat est de 60^{d}, &c. Donc pour déterminer la fin d'un climat de mois, par éxemple, du premier, il faut chercher quelle est la latitude du lieu dont l'arc supérieur est de 30 deg. Or pour cet effet on observera que le milieu de l'arc supérieur est le point du solstice le plus près du pole élevé. Ainsi entre le milieu de cet arc & le point équinoctial il y a un quart de cercle de l'écliptique que l'on doit concevoir coupé par un cercle de déclinaison au point qui termine l'arc supérieur.

54. Pour mieux entendre ce dont il s'agit, considérons la fig. 17, dans laquelle le méridien soit HZPR, l'horison HR, l'équateur AT, les deux tropiques EF & IL : si on conçoit que par la révolution de la sphere d'orient en occident l'extrémité de l'arc supérieur réponde au méridien PRT, qui est un cercle de déclinais. (cela arrive lorsque cette extrémité touche l'horison,) RT sera la déclinaison de ce point de l'écliptique qui termine cet arc. Or RT est le complément de la hauteur du pole PR, puisque l'arc PRT est un quart de cercle qui s'étend depuis le pole jusqu'à l'équateur. Par conséquent si on peut trouver la valeur de la déclin. RT, on aura la hauteur du pole PR nécessaire pour que l'arc supérieur contienne 30 degrés. Voici comment on trouvera la déclinaison RT de l'extrémité de cet arc. Concevons que dans la fig. 16 l'arc SD représente la déclin. *Fig.16.* RT de l'extrémité de l'arc supérieur, & que le point S de l'écliptique EL est l'extrémité de l'arc supérieur, en sorte que IS soit le complément de la moitié de cet arc, alors on connoîtra trois choses dans le triangle sphérique SID rectangle en D, sçavoir l'angle droit, l'angle I qui est l'obliquité de l'écliptique, & le côté IS, qui dans notre exemple est de 75 degrés, parce que c'est le complément de 15 degrés, moitié de l'arc supérieur qu'on suppose de 30 deg. Ainsi on trouvera la déclinaison SD du point S par cette analogie, *Le sinus total est au sinus de l'hypotenuse* IS, *comme le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au sinus de l'arc* SD, *qui est la déclinaison du point* S, laquelle est le complément de la hauteur du pole.

Les logarithmes des trois premiers termes sont dans notre hypothèse 1000,000, 998494, 960012, qui feront trouver le quatriéme nombre 958506, sinus artif. de 22^{d} 37$'$, dont le complément 67^{d} 23$'$ est la hauteur du pole ou la latitude du lieu, qui a l'arc supérieur de 30 deg. c'est-à-dire, que ce lieu est à la fin du premier climat de mois. On trouvera de la même maniere que la

fin du second climat est au soixante-neuviéme degré 50′ de latitude, que la fin du troisiéme climat est au soixante-treiziéme degré 39′; que la fin du 4me est au 78me degré 31′; que la fin du cinquiéme est au 84me deg. 5′. Pour le sixiéme il finit au pole. Le commencement du premier climat est au cercle polaire; celui du second est la fin du premier; celui du troisiéme est à la fin du second: ainsi de suite. Or en prenant la différence des latitudes du commencement & de la fin de chaque climat, on aura sa largeur : celle du premier est 51′, celle du second est 2^d 27′, celle du troisiéme 3^d 49′, celle du quatriéme 4^d 52′, celle du cinquiéme 5^d 34′, celle du sixiéme 5^d 55′.

55. On peut aussi par une analogie qui ne differe pas de la précédente, trouver la grandeur de l'arc supérieur, & par conséquent la durée du plus long jour d'un lieu dont on connoît la hauteur du pole. Pour cela on dira, *L'obliquité de l'écliptique est à la déclinaison* SD *complément de la hauteur du pole*, *comme le sinus total est au sinus de l'hypotenuse* IS, *complément de la moitié de l'arc supérieur.* On sent bien que cela ne convient qu'aux différens lieux de la zone froide.

56. Nous avons dit (Liv. 2. art. 12), que les climats d'heures, ou plutôt de demi-heures, sont d'autant moins larges, qu'ils sont plus éloignés de l'équateur, ou plus près des cercles polaires. Pour en concevoir la raison, il faut faire attention que la durée du plus long jour de ces climats dépend de la partie supérieure du tropique qui est vers le pole élevé : par conséquent le soleil décrivant le tropique & chaque parallele en 24 heures, si l'arc supérieur ou diurne du tropique du cancer contient 7^d 30′ de plus pour un lieu que pour un autre, il est néceſsaire que le 21 Juin, jour auquel le soleil décrit ce tropique, & qui est le plus grand de toute l'année dans la sphere boreale, soit plus long d'une demi-heure dans le premier lieu que dans le second. Or on voit aisément par le moyen d'une sphere qu'il faut moins élever le pole pour augmenter de 7^d 30′ l'arc diurne du tropique,

quand la latitude eſt plus grande, que lorſqu'elle l'eſt moins; & d'ailleurs on ſçait que la latitude croît autant que l'élévation du pole. Ainſi il faut une moindre différence de latitude pour cauſer une demi-heure de plus ou de moins dans la durée du plus long jour lorſque le lieu eſt plus éloigné de l'équateur que quand il l'eſt moins. Par conſéquent la latitude des climats de demi-heure eſt moindre vers les cercles polaires que vers l'équateur.

57. Au contraire la latitude des climats de mois va en augmentant vers les poles. Obſervons d'abord que la durée des jours dans ces climats ne dépend plus de la grandeur de l'arc diurne du tropique, mais de celle de l'arc ſupérieur de l'écliptique, c'eſt-à-dire, celui qui demeure toujours ſur l'horiſon pendant la révolution entiere de la ſphere, à cauſe de la grande élévation du pole. Cela poſé, concevons que la hauteur du pole eſt de $66^d\ 32'$: dans cette ſituation le point de l'écliptique le plus proche du pole élevé ne peut deſcendre ſous l'horiſon, puiſqu'il n'eſt éloigné de ce pole que de $66^d\ 32'$; mais ſi le pole eſt élevé de 51 minutes de plus, il y aura un arc de 30^d de l'éclipt. qui demeurera toujours ſur l'horiſon, quoique la ſphere faſſe ſa révolution; & par conſéquent le ſoleil reſtera continuellement ſur l'horiſon tandis qu'il parcourra cet arc, c'eſt-à-dire, pendant un mois. Préſentement ſi on veut que l'arc de l'écliptique qui demeure toujours ſur l'horiſon ſoit de 60^d il faudra élever le pole de la ſphere de plus d'un degré & demi (je ſuppoſe que la hauteur du pole eſt déja environ de $67^d\ 23'$: telle qu'elle doit être à la fin du premier climat de mois): la différence de la hauteur du pole doit encore être plus grande pour paſſer de la fin du ſecond climat à celle du troiſiéme, que pour paſſer de la fin du premier climat à celle du ſecond: ainſi de ſuite. Tout cela dépend de la ſituation de l'écliptique, & ne peut bien s'entendre que quand on a une ſphere devant les yeux.

PROBLÉME IX.

58. *Trouver la diſtance de deux lieux, par éxemple,*

Fig. 18. *de deux Villes dont on connoît la latitude & la longitude.*

Soient les deux Villes B & C placées ſur les méridiens PA & PE qui ſe coupent au pole P : ſoit AE l'arc de l'équateur compris entre les deux méridiens : les deux arcs AB & EC ſeront les latitudes, que je ſuppoſe de même nom, c'eſt-à-dire, ou toutes deux ſeptentrionales, ou toutes deux méridionales : ainſi les deux arcs PB & PC ſeront les complémens des latitudes, parce que les deux arcs PA & PE qui s'étendent depuis un pole juſqu'à l'équateur ſont des quarts de cercles. Par conſéquent on connoît trois choſes dans le triangle ſphérique BPC, ſçavoir les deux côtés PB & PC, & l'angle P compris entre ces côtés, lequel a pour meſure l'arc AE de l'équateur, c'eſt-à-dire, la différence des méridiens : ainſi on pourra trouver le troiſiéme côté BC, qui eſt la diſtance des deux villes. Pour cela il faudra concevoir un arc BX d'un grand cercle tiré perpendiculairement de l'extrémité du côté PB, que je ſuppoſe moindre que l'autre côté PC : cet arc tombera néceſſairement du côté de l'angle aigu, parce qu'on le prend plus petit qu'un quart de cercle : ainſi quand l'angle BPC eſt aigu, l'arc tombe du côté de cet angle : & ſi BPC eſt obtus, l'arc tombe de l'autre côté; auquel cas il faut imaginer le côté PC prolongé vers P. L'arc perpend. BX tombant ſur le côté PC prolongé ou non vers P, ſelon qu'il eſt néceſſaire, forme deux ſegmens PX & CX. Or on trouvera d'abord PX par cette premiere analogie, tirée du triangle rectangle PXB.

59. *Le coſinus de l'angle* P, *eſt au ſinus total*, *comme la cotangente de l'hypotenuſe* PB *eſt à la cotangente de* PX, qui eſt de même eſpece que PB.

Par cette proportion on trouvera le premier ſegment PX, qui ſera auſſi connoître le ſecond ſegment CX, en comparant le premier ſegment PX avec le côté PC, & retranchant l'un de l'autre, ſi l'angle BPC eſt aigu : mais ſi cet angle eſt obtus, on ajoutera PX avec PC : dans le premier cas le reſte ou la différence de PX à PC ſera

l'autre ſegment CX : dans le ſecond cas ce ſegment ſera Fig. 18.
la ſomme de PX & de PC. Quand CX ſera connu, on ſera cette ſeconde analogie pour trouver le côté cherché BC.

60. *Le coſinus du premier ſegment* PX, *eſt au coſinus de l'autre ſegment* CX, *comme le coſinus de* PB *eſt au coſinus de* BC. Ce côté BC, qui eſt l'hypotenuſe du triangle rectangle BXC, ſera plus petit qu'un quart de cercle, ſi le ſegment CX, côté de l'angle droit de ce triangle, eſt moindre que 90 deg. parce que l'arc perpendiculaire BX, qui eſt l'autre côté de cet angle droit, eſt auſſi plus petit que 90 degrés: mais l'hypotenuſe BC ſera plus grande qu'un quart de cercle, ſi le ſegment CX eſt plus grand que 90 deg. en un mot le côté cherché BC eſt de même eſpece que le ſegment CX.

Voici un éxemple dans lequel nous chercherons la diſtance de Paris à Conſtantinople, en ſuppoſant la latitude de Paris de $48^d\ 51'$, celle de Conſtantinople de 41^d, & la différence des méridiens ou des longitudes de $26^d\ 33'\frac{1}{2}$. Cela étant, PB ſera de $41^d\ 9'$, & PC de 49^d : l'un & l'autre ſont les complémens des latitudes. L'angle BPC, qui eſt la différence des longitudes, ſera $26^d\ 33'\frac{1}{2}$: la premiere analogie ſera donc : *Le coſinus de* $26^d\ 33'\frac{1}{2}$ *eſt au ſinus total, comme la cotangente de* $41^d\ 9'$ *eſt à la cotangente de* PX ; & les logarithmes des trois premiers termes de cette proport. ſeront les nombres 995157, 1000,000, 1005854, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, on trouvera le reſte 1010697, qui eſt la cotangente artif. de $38^d\ 1'$: ainſi le ſegment PX eſt de $38^d\ 1'$. Comme il eſt moindre que PC, & que d'ailleurs l'angle P eſt aigu, il faut le retrancher du côté PC; le reſte $10^d\ 59'$ ſera l'autre ſegment CX: puis on fera la ſeconde analogie ; *Le coſinus de* $38^d\ 1'$ *eſt au coſinus de* $10^d\ 59'$, *comme le coſinus de* $41^d\ 9'$ *eſt au coſinus du côté cherché* BC : les logarithmes des trois premiers termes ſont 989643, 999197, 987679. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme des deux au-

Fig. 18. tres, le reste sera 997233, qui est le cosinus artificiel de 20^d 14′: ainsi l'arc BC, distance des deux villes, est de 20^d 14′. Or chaque degré d'un grand cercle contient 25 lieues; par conséquent la distance de Paris à Constantinople est de 506 lieues.

61. Si la différence des longitudes entre deux Villes étoit de 90 deg. & que par conséquent l'angle BPC fût droit, il faudroit faire une analogie semblable à celle de l'art. 39, en disant : *Le sinus total est au sinus de la latitude d'une de ces Villes, comme le sinus de la latitude de l'autre est au sinus du complément de* BC, *distance des deux Villes.*

62. Quand les latitudes sont de différens noms, pour lors un des côtés de l'angle P contient un quart de cercle, & de plus la latitude du lieu le plus éloigné du pole P: par éxemple, si les deux lieux sont B & F, le triangle sphérique sera BPF, & le côté PF contiendra le quart de cercle PE, plus l'arc EF qui est la latitude du lieu F: mais on trouvera toujours la distance BF par la méthode expliquée dans le Problême.

63. Si les deux villes avoient la même longitude, ou ce qui revient au même, si elles étoient sur le même méridien, alors la distance des deux villes seroit la différence des latitudes : par éxemple, si une ville étoit au point B & l'autre au point D, la distance des deux villes seroit BD, différence des latitudes.

64. Quand les deux villes sont situées sur l'équateur comme au point A & au point E, la différence des longitudes, c'est-à-dire, l'arc de l'équateur AE est la distance cherchée : mais si les deux villes avoient la même latitude, & qu'elles fussent par conséquent sur un même parallele, alors leur distance ne seroit pas l'arc du parallele compris entre deux : ce seroit l'arc compris d'un grand cercle qui passeroit par ces deux villes. La raison en est que le chemin le plus court pour aller d'une ville à une autre qui est sur le même parallele que la premiere,

n'eſt pas de ſuivre l'arc de ce parallele, mais plutôt l'arc Fig. 18.
du grand cercle qui paſſe par les deux villes (Liv. III. art. 41), & la différence entre ces deux arcs eſt d'autant plus grande, que les deux villes ſont plus éloignées de l'équateur.

65. Afin donc de connoître dans ce cas la diſtance des deux villes que je ſuppoſe placées aux points D & C, il faut trouver la baſe DC du triangle iſoſcele DPC dont on connoît les côtés égaux PD & PC qui ſont les complémens des latitudes, & l'angle P qui eſt la différence des longitudes. Or pour cela on concevra l'arc PM d'un grand cercle abbaiſſé perpendiculairement ſur la baſe DC, & on aura les deux triangles rectangles PMD, PMC qui ſont égaux en tout : ainſi on pourra trouver CM moitié de la baſe DC par le triangle PMC rectangle en M, en faiſant la proportion ſuivante (5), *Le ſinus total eſt au ſinus du côté* PC *complément de la latitude, comme le ſinus de l'angle* CPM, *qui eſt la moitié de la longitude, eſt au ſinus de* CM.

PROBLÊME X.

66. *Connoiſſant les latitudes de deux lieux, & leur diſtance, trouver la différence des longitudes de ces lieux.*

Soient les deux lieux B & C placés ſur les méridiens PA & PE qui ſe coupent au pole P : ſoit auſſi AE l'arc de l'équateur compris entre les méridiens, lequel arc eſt la différence des longitudes. Les latitudes BA & CE ſont ſuppoſées connues ; par conſéquent on aura les deux côtés PB & PC du triangle ſphérique BPC, parce que ce ſont les complémens des latitudes : d'ailleurs par l'hypothèſe on connoît auſſi la diſtance BC, que l'on réduira en deg. d'un grand cercle en prenant un deg. pour 57183 toiſes ou environ, & une minute pour 953 (Liv. III. art. 25). Ainſi les trois côtés du triangle ſont connus. On trouvera donc l'angle P par la méthode du premier Problême. Or la meſure de cet angle eſt l'arc AE, puiſ-

que l'angle P eſt au pole, & que cet arc eſt une partie de l'équateur. Ainſi on connoîtra la différence des longitudes, qui eſt la même choſe que l'arc AE.

Lorſque les latitudes ſont de différens noms, alors le côté compris entre le pole & le lieu le plus éloigné de ce pole, contient un quart de cercle, plus un arc égal à la latitude de ce lieu : c'eſt ce que nous avons déja remarqué dans le Problême précédent.

Voici une Table de la différence des longitudes entre les principales Villes du monde & Paris, avec leur latitude : elle eſt tirée du Livre de la *Connoiſſance des Tems*, imprimé tous les ans par l'ordre de l'Académie des Sciences de Paris. On a marqué par une étoile * les longitudes ou les latitudes qui ont été déterminées par obſervation. Les lettres S & M qui ſont dans la derniere colomne ſignifient que les latitudes ſont ſeptentrionales ou méridionales : quand il n'y a point de lettre vis-à-vis d'une ville dans cette colomne, il faut y ſous-entendre S. Ces mots abrégés *or.* & *oc.* ſignifient l'orient & l'occident par rapport au méridien de Paris.



TABLE DE LA DIFFER. DES MERIDIENS en heures & degrés, entre l'Obſervatoire Royal de Paris & les principaux lieux de la Terre, avec leur latitude ou hauteur du Pole.

NOMS DES LIEUX.	Difference des Mérid. en Tems. H. M. S.	Difference des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Abbeville. . .	0 1. 48. *oc.*	0. 27. 0.	50* 7. 0. S.
Agra *du Mogol*	4* 57. 36. *or.*	74. 24. 0.	26* 43. 0.
Aix *en Provence.*	0 12. 48. *or.*	3. 12. 0.	43* 31. 20.
Alby.	0* 0. 48. *oc.*	0. 12. 0.	43* 55. 20.
Alençon. . .	0 9. 0. *oc.*	2. 15. 0.	48 25. 0.
Alep *de Syrie.* .	2 20. 0. *or.*	35. 0. 0.	35* 45. 23.
Alexandrette. .	2* 16. 0. *or.*	34. 0. 0.	36* 35. 10.
Alexandrie *Egyp.*	1* 51. 46. *or.*	27. 56. 30.	31* 11. 20.
Alger.	0 0. 29. *oc.*	0. 7. 15.	36 49. 30.
Amiens. . . .	0* 0. 8. *oc.*	0. 2. 2.	49* 54. 46.
Amſterdam. .	0 10. 36. *or.*	2. 39. 0.	52 22. 45.
Angers. . . .	0* 11. 36. *oc.*	2. 54. 0.	47 29. 0.
Antibe. . . .	0* 19. 11. *or.*	4. 47. 45.	23* 34. 12.
Anvers. . .	0 8. 40. *or.*	2. 10. 0.	51 13. 30.
Arles. . . .	0* 9. 24. *or.*	2. 21. 0.	43* 34. 12.
Arras.	0* 1. 36. *or.*	0. 24. 0.	50 18. 0.
Avignon. . .	0* 10. 8. *or.*	2. 32. 0.	43* 57. 0.
Avranches. . .	0* 14. 51. *oc.*	3. 42. 45.	48 41. 15.
Aurillac. . .	0* 0. 28. *or.*	0. 7. 0.	44* 55. 10.
Barcelone. .	0 0 28. *oc.*	0. 7. 0.	41* 26. 0.
Baſle. . . .	0 21. 0. *or.*	5. 15. 0.	47 55. 0.
Bayeux. . .	0* 12. 10. *oc.*	3. 2. 30.	49 16. 12.
Bayone. . .	0* 15. 15. *oc.*	3. 48. 45.	43 29. 45.
Beauvais. . .	0* 1. 1. *oc.*	0. 15. 20.	49 26. 0.
Berlin. . .	0 44. 29. *or.*	11. 7. 15.	52 33. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	Différence des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Besançon. . .	0 14. 0. *or.*	3. 30. 0.	47 18. 0. S.
Beziers. . .	0* 3. 32. *or.*	0. 53. 0.	43* 20. 25.
Bologne. *Italie.*	0* 37. 8. *or.*	9. 17. 0.	44 30. 0.
Bordeaux. . .	0 12. 20. *oc.*	3. 5. 0.	44* 50. 0.
Boulogne. *Picar.*	0* 2. 53. *oc.*	0. 43. 20.	50 43. 45.
Bourges. . .	0* 0. 15. *or.*	0. 3. 45.	47* 4. 45.
Breslavv. *Silesie.*	0 59. 10. *or.*	14. 47. 30.	51 3. 0.
Brest. . . .	0* 27. 36. *oc.*	6. 54. 0.	48* 23. 0.
Bruxelles. . .	0 8. 20. *or.*	2. 5. 0.	50 51. 0.
Cadiz. . .	0 33. 48. *oc.*	8. 27. 0.	36 33. 30.
Caen. . . .	0* 11. 0. *oc.*	2. 45. 0.	49* 10. 50.
le Caire *Egypte.*	1* 56. 25. *or.*	29. 6. 15.	30* 2. 30.
Calais. . .	0* 2. 10. *oc.*	0. 32. 30.	50* 57. 0.
Cambray. . .	0* 3. 36. *or.*	0. 54. 0.	50 10. 0.
Candie. . .	1 31. 52. *or.*	22. 58. 0.	35* 18. 45.
Cap de B Esper.	0* 50. 0. *or.*	12. 30. 0.	34* 15. 0. M.
Cap Vert. .	1* 18. 0. *oc.*	19. 30. 0.	14* 43 0. S.
Carcassonne. .	0* 0. 1. *or.*	0. 0. 15.	43 12. 20.
Carthagene. *Am.*	5* 11. 5. *oc.*	77. 46. 0.	10* 26. 35.
Cayenne. *Amer.*	3* 42. 0. *oc.*	55. 30. 0.	4* 56. 0.
Chartres. .	0 3. 20. *oc.*	0. 50. 0.	48 27. 0.
Cherbourg. .	0 16. 8. *oc.*	4. 2. 0.	49* 38. 20.
Clermont. *Auv.*	0 13. 16. *or.*	0. 49. 0.	45 42. 0.
Cologne. . .	0 19. 0. *or.*	4. 45. 0.	50 55. 0.
la Conceptiõ *Am.*	5* 2. 10. *oc.*	75. 32. 30.	36* 42. 53. M.
Constantinople.	1* 46. 14. *or.*	26. 33. 30.	41 6. 0. S.
Copenhague. .	0* 41. 41. *or.*	10. 25. 15.	55 40. 45.
Coutances. . .	0 15. 10. *oc.*	3. 47. 25.	49 2. 50.
Cracovie. .	1 10. 0. *or.*	17. 30. 0.	50 10. 0.
Dantzic. . .	1 4. 44. *or.*	16. 11. 0.	54* 22. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	Différence des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Dieppe. . . -	0* 4. 44. *oc.*	1. 11. 0.	49* 56. 40. S.
Dijon. . . .	0 10. 0. *or.*	2. 30. 0.	47 20. 0.
Dunkerque. . .	0* 0. 3. *or.*	0. 0. 45.	51* 1. 30.
Edimbourg. . .	0 21 41. *oc.*	5. 25. 15	55 58. 0.
Embrun. . . .	0 17. 20. *or.*	4. 20. 0.	44 40. 0.
Ferrare. . . .	0* 37. 5. *or.*	9. 20. 0.	44* 54. 0.
la Flêche. . .	0 9. 52. *oc.*	2. 28. 0.	47* 42. 0.
Florence. . .	0* 35. 58. *or.*	8. 59. 30.	43 46. 30.
Francfort. . . .	0 25. 0. *or.*	6. 15. 0.	49 55. 0.
Gand. . . .	0 6. 20. *or.*	1. 35. 0.	51* 3. 0.
Gennes. . . .	0* 25. 3. *or.*	6. 15. 45.	44* 25. 0.
Geneve. . . .	0 16. 0. *or.*	4. 0. 0.	46* 12. 0.
Goa. *Indes.* . .	4* 45. 40. *or.*	71. 25. 0.	15* 31. 0.
Granville. . .	0 15. 49. *oc.*	3. 57. 15.	48 50. 6.
Grenoble. . .	0 12. 48. *or.*	3. 12. 0.	45* 11. 0.
Greenwich. . -	0* 9. 10. *oc.*	2. 17. 30.	51 28. 30.
Jérusalem. . -	2 12. 0. *or.*	33. 0. 0.	31 50. 0.
Isle de Fer. . .	1* 19. 26. *oc.*	19. 51. 30.	28 5. 0.
Ispaham. *Perse.*	3 22. 0. *or.*	50. 30. 0.	32 25. 0.
Kebec. *Canada.*	4* 48. 52. *oc.*	72. 13. 0.	46* 55. 0.
Langres. . . -	0 12. 0. *or.*	3. 0. 0.	47* 51. 0.
Leipsik. . . .	0 40. 0. *or.*	10. 0. 0.	51* 19. 14.
Liege.	0 13. 0. *or.*	3. 15. 0.	50 36. 0.
Lille. *Flandres.*	0 3. 0. *or.*	0. 45. 0.	50 38. 0.
Lima. *Perou.* .	5* 16. 38. *oc.*	79. 9. 30.	12* 1. 15. M.
Lisbonne. . .	0 45. 50. *oc.*	11. 17. 30.	38* 45. 0. S.
Lisieux. . . .	0 8. 20. *oc.*	2. 5. 0.	49 11. 0.
Londres. . . .	0* 9. 41. *oc.*	2. 25. 15.	51* 31. 0.
Lyon. . . .	0* 9. 39. *or.*	2. 25. 0.	45 46. 10.
Macao. *Chine.*	7 23. 13. *or.*	110. 48. 0.	22 12. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid.		Latitudes ou Hauteurs du Pole.
	en Tems.	en Degrés.	
	H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*
Madrid. . . .	0* 24. 23. *oc.*	6. 5. 45.	40* 26. 0. s.
Malaca. *Indes.*	6* 39. 0. *or.*	99. 45. 0.	2 12. 0.
Saint-Malo. .	0* 18. 0. *oc.*	4. 30. 0.	48* 38. 30.
Malthe. . . .	0* 48. 40. *or.*	12. 10. 0.	35* 54. 26.
Manille. *Indes.*	7 52. 0. *or.*	118. 0. 0.	14 30. 0.
le Mans. . . .	0 9. 0. *oc.*	2. 15. 0.	47 58. 0.
Marſeille. . .	0* 12. 28. *or.*	3. 7. 0.	43* 19. 30.
la Martinique.	4 13. 15. *oc.*	63. 18. 45.	14* 43. 9.
Mayence. . .	0 24. 0. *or.*	6. 0. 0.	49 54. 0.
Mexique. *Amer.*	7* 4. 0. *oc.*	106. 0. 0.	20* 0. 0.
Milan. . . .	0 28. 0. *or.*	7. 0. 0.	45 25. 0.
Modene. . .	0* 35. 30. *or.*	8. 52. 30.	44 34. 0.
Montpellier. .	0* 6. 10. *or.*	1. 32. 30.	43* 36. 50.
Moſcow. . .	2 32. 0. *or.*	38. 0. 0.	55* 36. 10.
Munich . .	0 37. 0. *or.*	9. 15. 0.	48 2. 0.
Nancy. . . .	0 15. 0. *or.*	3. 45. 0.	48 40. 0.
Nantes. . . .	0* 15. 55. *oc.*	3. 58. 45.	47* 13. 10.
Naples. . . .	0 49. 20. *or.*	12. 20. 0.	40* 50. 45.
Narbonne. . .	0* 2. 44. *or.*	0. 41. 0.	43* 11. 0.
Nouv. Orleans.	6* 9. 15. *oc.*	92. 18. 45.	29 57. 45.
Nuremberg. . .	0* 34. 56. *or.*	8. 44. 0.	49* 26. 0.
Olinde. *Breſil.*	2* 30. 0. *oc.*	37. 30. 0.	8 13. 0. M.
Orleans. . .	0 1. 43. *oc.*	0. 25. 45.	47* 54. 0. s.
Paris *à l'Obſerv.*	0 0. 0. *	0. 0. 0.	48* 50. 10.
Pau *en Bearn.* .	0 9. 56. *oc.*	2. 29. 0.	43* 15. 0.
Perpignan. . .	0* 2. 14. *or.*	0. 33. 30.	42* 41. 0.
Pekin. *Chine.* .	7* 37. 6. *or.*	114. 16. 0.	39* 54. 0.
S. Petersbourg.	1* 52. 0. *or.*	28. 0. 0.	60 0. 0.
Pic des Açores.	2 2. 0. *oc.*	30. 30. 0.	38 35. 0.
Pic de Tenerif.	1 12. 0. *oc.*	18. 0. 0.	28 30. 0.

NOMS DES LIEUX	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Poitiers. . . .	0 8. 20. *oc.*	2. 5. 0.	46 34. 0. s.
Portobello. *Amer*	5 28. 40. *oc.*	82. 10. 0.	9 33. 0.
Quanton. *Chine.*	7* 22. 53. *or.*	110. 43. 15.	23 8. 0.
Reims, . . .	0 7. 0. *or.*	1, 45 0.	49 15. 0.
Rennes. . . .	0 16. 20. *oc.*	4. 5. 0.	48 3. 0.
la Rochelle. . .	0* 13. 33. *oc.*	3. 23. 15.	46 10. 15.
Rhodez. . . .	0* 0. 56. *or.*	0. 14. 0.	44* 20. 40.
Rome. . . .	0* 41. 20. *or.*	10. 20. 0.	41* 54. 0.
Rouen. . . .	0 5. 0. *oc.*	1. 15. 0.	49* 27. 30.
Saloniques. . .	1* 23. 12. *or.*	20. 48. 0.	40 41. 10.
Sens. . . .	0 3. 36. *or.*	0. 54. 0.	48 11. 0.
Siam. *Indes.* . .	6* 34. 0. *or.*	98. 30. 0.	14* 18. 0.
Smyrne. . .	1* 39. 59. *or.*	24. 59. 45.	38* 28. 7.
Stokolm. . . .	1 8. 20. *or.*	17. 5. 0.	59* 20. 0.
Strasbourg. . .	0 21. 40. *or.*	5. 25. 0.	48* 35. 30.
Surate. . . .	4 40. 0. *or.*	70. 0. 0.	21* 10. 0.
Toul. . . .	0* 14. 16. *or.*	3. 33. 57.	48 40. 27.
Toulon. . . .	0* 14. 22. *or.*	3. 35. 30.	43 6. 40.
Toulouſe. . .	0 3. 40. *oc.*	0. 55. 0.	43* 37. 0.
Tours. . . .	0* 6. 40. *oc.*	1. 40. 0.	47* 23. 0.
Tripoli. *Barbar.*	0* 43. 1. *or.*	10. 45. 15.	32* 53. 40.
Troyes. . . .	0 6. 40. *or.*	1. 40. 0.	48 15. 0.
Turin. . . .	0 21. 20. *or.*	5. 20. 0.	44* 50. 0.
Valparais. *Chili.*	4* 58. 37. *oc.*	74. 39. 15.	33* 0. 19. M.
Varſovie. . .	1 15. 0. *or.*	18. 45. 0.	52* 14. 0. s.
Veniſe. . . .	0 41. 20. *or.*	10. 20. 0.	45 25. 0.
Verſailles. . .	0* 0. 52. *oc.*	0. 13. 0.	48* 48. 16.
Vienne. *Autrich.*	0 58. 10. *or.*	14. 32. 30.	48* 14. 0.
Upſal. . . .	1* 2. 0. *or.*	15. 30. 0.	59* 51. 40.
Uranibourg. . .	0* 42. 10. *or.*	10. 32. 30.	55 54. 15.

TABLE

DES MATIERES CONTENUES *dans ce Volume.*

NOTIONS PRE'LIMINAIRES.

LIVRE PREMIER.

DU ZODIAQUE & DE L'ECLIPTIQUE. Il contient 12 Signes, dont chacun eſt de 30 deg. différentes diviſions des ſignes déterminées par les points équinoxiaux & ſolſtitiaux. Une planete eſt appellée *directe* ou *rétrograde*, ſuivant qu'elle eſt mûe ſelon ou contre la ſuite des ſignes. Deux ſortes de Zodiaques. Les Etoiles fixes font leur révolution vers l'orient en 25200 ans. Ce mouvement des étoiles eſt cauſe de la préceſſion des équinoxes. *p.* 13, 14, 15, 16 & 17

DES COLURES. Ils diviſent le Zodiaque & l'Equateur en quatre parties égales, l'un eſt appellé *Colure des équinoxes*, & l'autre *Colure des ſolſtices*. Celui-ci paſſe par les poles de l'Ecliptique, & lui eſt perpendiculaire. *p.* 18

DES TROPIQUES. Ils ſont diſtans de l'Equateur de 23^d 28'. Quand le Soleil décrit le Tropique du Cancer, c'eſt le plus long jour de l'année pour nous, & quand il parcourt le Tropique du Capricorne, c'eſt le jour le plus court. Dans certains lieux de la terre les points du lever & du coucher du Soleil ne s'écartent jamais de l'Eſt & de l'Oueſt au-delà de 23^d 28': mais ils s'en écartent davantage en d'autres. Comment on peut obſerver le mouvement du Soleil d'un Tropique à l'autre. Les révolutions journalieres du ſoleil ne ſont pas des cercles, mais plutôt des contours de ſpirale. *p.* 18, 19 & 20

DES CERCLES POLAIRES. Ils ſont décrits par les poles du Zodiaque, & ſont par conſéquent diſtans des poles du Monde de 23 degrés 28 minutes. *p.* 20

De quelques Cercles qui ne ſont pas repréſentés dans la Sphere Armillaire. Il y en a de grands & de petits: les grands ſont les *Verticaux*, les *Cercles de déclinaiſon*, ceux de *latitude*, & les *Cercles horaires*. Les Verticaux ou *Azimutaux* ſervent à meſurer la hauteur des Aſtres ou leur élevation ſur l'horiſon: il y en a deux remarquables entre les autres, le *Méridien* & le *premier Cercle vertical*, dont l'un eſt perpendic. à l'autre: par leurs interſections avec l'horiſon ils forment les quatre points cardinaux, le *Nord*, le *Sud*, l'*Eſt* & l'*Oueſt*. (*p.* 21 & 22). Les cercles de déclinaiſon meſurent la déclinaiſon, c'eſt-à-dire, la diſtance des Aſtres à l'Equateur, parce qu'ils ſont perpendic. à ce cercle: ils ne différent pas des méridiens. (*p.* 22) Les cercles de latitude étant perpend. à l'écliptique, meſurent la diſtance des Aſtres à l'écliptique. C'eſt ce qu'on appelle *Latitude céleſte.* (*p.* 23.) Les cercles horaires déterminent les arcs de l'équateur ou des paralleles que le Soleil décrit à chaque heure du jour. Il y en a douze qui coupent l'équateur & les paralleles en 24 parties égales, chacune de 15 deg. Le premier eſt éloigné de 15 deg. de la partie inférieure du méridien vers

l'orient ; le fecond de 30 ; le troifiéme de 45 : ainfi de fuite en avançant toujours vers l'orient. (*p.* 23.) Deux petits cercles qu'on nomme *Almicantarath* & *cercles de longitudes*, les premiers font paralleles à l'horifon, & déterminent la hauteur des Aftres : les autres font paralleles à l'écliptique & fervent à mefurer la longit. des Aftres ou leur diftance au premier cercle de latitude, lequel paffe par le commencement d'*Aries*. *p.* 24

On détermine la fituation des aftres par leur latitude & par leur longitude, & encore par leur déclinaifon & leur afcenfion. Ce qu'on entend par *Afcenfion* : il y en a de deux fortes, la *droite* & l'*oblique* : l'excès de l'une fur l'autre eft la differ. afcenfionelle. (*p.* 24 & 25.) Ce que c'eft qu'*Amplitude*. Il y en a de deux fortes, l'*orientale* & *l'occidentale*. Définition d'*Azimuth*. La déclin. & l'afcenfion droite d'un Aftre font par rapport à l'Equateur ce que la latitude & la longit. céleftes font par rapport à l'Eclipt. (*p.* 26.) Ufage de deux quarts de cercles attachés au pole de l'Ecliptique. Douze points remarquables de la Sphere. *p.* 27

LIVRE SECOND.

Des Cercles de la Sphere que l'on imagine fur le Globe de la Terre, & des différentes apparences que l'on remarque en divers lieux de la furface de ce Globe. p. 28

Ces cercles qu'on imagine fur la furface de la Terre font l'*Equateur*, le *Méridien*, les deux *Tropiques* & les deux *Cercles polaires:* on y conçoit auffi deux poles. Tout cela fuppofe que la figure de la terre eft ronde, ou du moins qu'elle en approche. Différentes preuves de la rondeur fenfible de la terre. *p.* 28 & 29

L'Equateur, les Méridiens, les Tropiques & les Cercles polaires terreftres font fitués fur la Terre de la même maniere que les cercles de même nom font placés dans le Ciel. Les cinq zones, leur pofition & leur largeur. Les climats de demi-heures & les climats de mois : il y en a 30 de chaque côté, 24 de demi-heures & fix de mois. (*p.* 30, 31, 32 & 33.) Latitude des lieux de la terre : elle ne peut être plus grande que 90 deg. Elle eft toujours égale à la hauteur du pole. (*p.* 34.) L'élévation de l'équateur eft le complément de la hauteur du pole. (*p.* 35.) Longitude des lieux de la terre : elle peut être prefque de 360 deg. on compte les degrés de longit. d'occident en orient, & pourquoi. Il n'y a point de premier mérid. déterminé par la nature, c'eft pourquoi il n'eft pas le même chez tous les peuples. Pour la France c'eft celui qui paffe par l'Ifle de Fer. (*p.* 35 & 36.) Deux lieux ne peuvent avoir même latitude & même longit.

LIVRE TROISIEME.

DIFFÉRENS PROBLÊMES DE LA SPHERE résolus par la Trigonométrie rectiligne.

LIVRE QUATRIEME.

CONTENANT PLUSIEURS PROBLÊMES de la Trigonométrie sphérique.

Fin de la Table.

De l'Imprimerie de PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire, rue Saint Jacques, à la Vérité. 1743.

Pl. 2.

fig. 5.

fig. 6.

Fig. 7.

fig. 8.

fig 9.

fig. 10.

fig. 11.

fig. 12.

fig. 13.

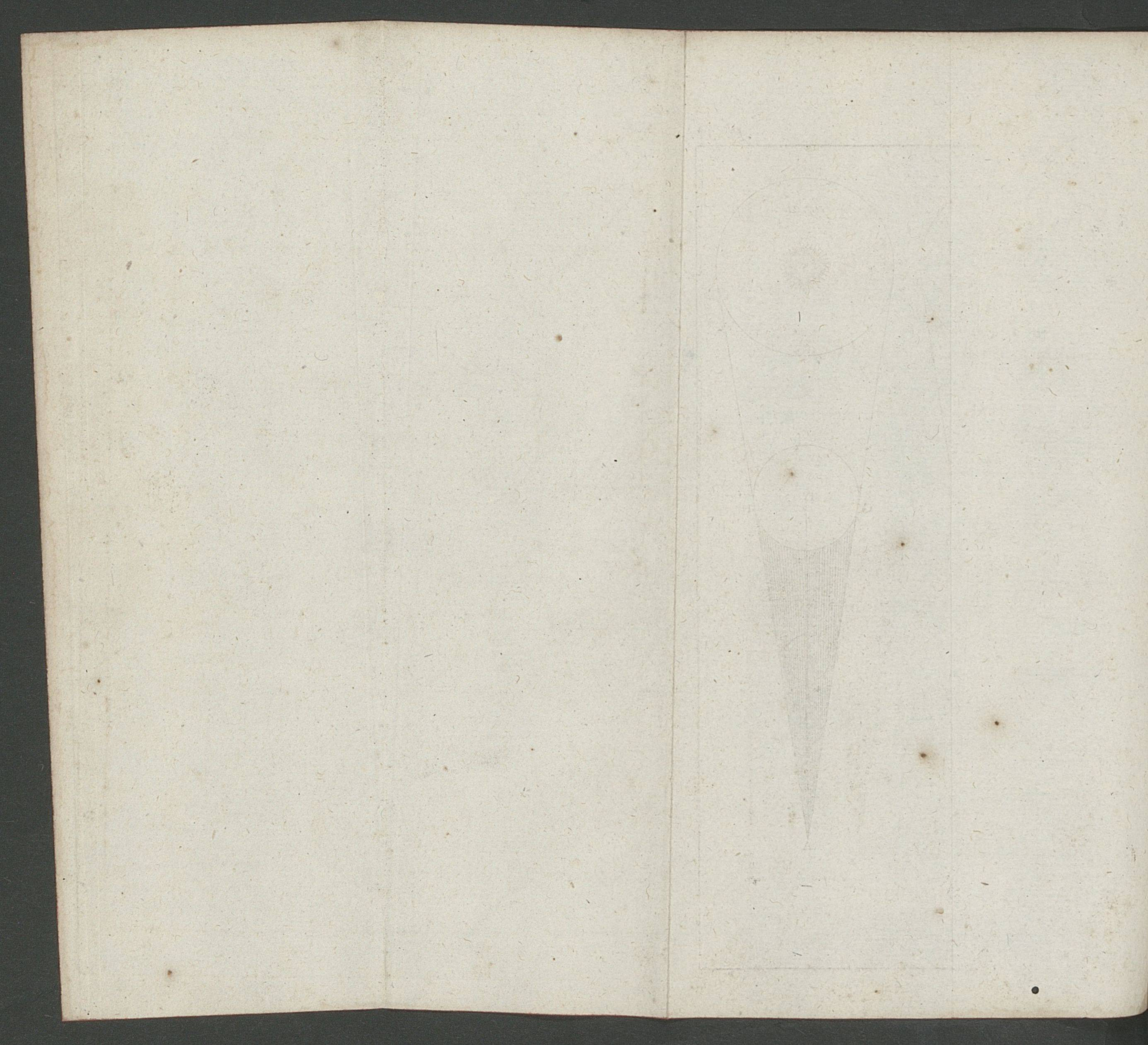
fig. 14.

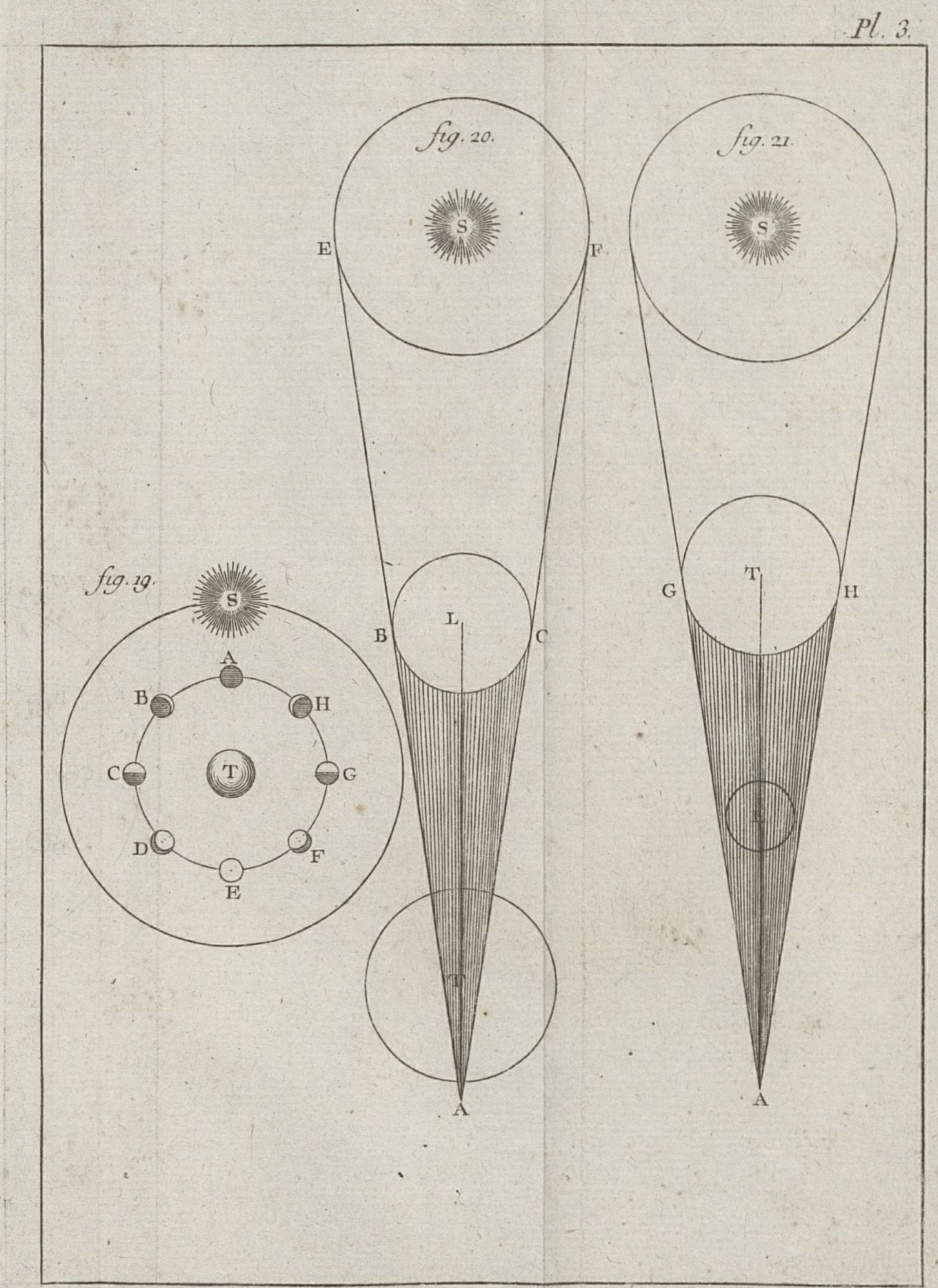
fig. 15.

fig. 16.

fig. 17.

fig. 18.




fig. 19.
S
A
B
H
C
T
G
D
F
E
fig. 20.
S
E
F
L
B
C
T
A
fig. 21.
S
T
G
H
L
A

TRAITE
DU
CALENDRIER

Par M. RIVARD, *Professeur de Philosophie en l'Université de Paris, au Collége de Beauvais.*

Seconde Edition, revue & augmentée par l'Auteur.

Le prix est de douze sols en feuilles.



A PARIS,
Chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, Libraires, rue S. Jean-de-Beauvais, vis-à-vis du College.

M. DCC. XLIV. [1744]

Avec Approbation & permission du Roi.

APPROBATION.

J'Ai lu par l'ordre de Monseigneur le Chancelier trois Livres de M. Rivard intitulés: *Elémens de Mathématiques*, *Abregé des Elémens de Mathématiques*, *Traité du Calendrier*, & je n'ai rien trouvé dans ces Ouvrages qui en puisse empêcher la réimpression. A Paris ce 27 Mai 1744. CLAIRAUT.

ON trouvera chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, les autres Ouvrages du même Auteur, sçavoir,

Élémens des Mathématiques, quatriéme Édition in-4°. 1744. Il se vend aussi chez PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire, rue S. Jacques, à la Vérité.

Abregé des Élémens de Mathématiques, seconde Édition in-8°. 1744. Il se vend aussi chez PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire.

Traité de la Sphere, seconde Édition in-8°. 1743.

Abregé de la Sphere & du Calendrier, à l'usage de ceux qui ne sçavent pas de Géométrie, in-12 1743. Il se vend aussi chez PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire.

Traité de Gnomonique, ou de l'Art de faire des Cadrans, in-8°. 1742.

Tables des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs Logarithmes, & de ceux des nombres naturels, avec la Construction de ces Tables, & les Problêmes de la Trigonométrie rectiligne & sphérique, in-8°. 1743.

TRAITÉ



PRÉFACE.

ENTRE les différentes Sciences auxquelles les hommes s'appliquent, il y en a quelques-unes plus utiles & plus nécessaires, parce qu'elles sont le fondement de plusieurs autres, & qu'elles en contiennent les principes. Telle est la connoissance de la Sphere, qui est comme la clef de l'Astronomie, de la Gnomonique, de la Navigation & de la Géographie. On peut dire même qu'elle est d'une nécessité indispensable pour quiconque veut s'appliquer à quelques-unes de ces Sciences : mais l'étude de la Sphere n'est pas seulement recommandable, parce qu'elle sert à acquérir d'autres Sciences, elle est encore par elle-même des plus agréables & des plus utiles : en effet y a-t-il quelque chose de plus capable de piquer la curiosité, que de sçavoir comment ces grands corps qu'on nomme PLANETES, roulent sur nos têtes, & de connoître comment le Soleil peut produire en même-tems des apparences si diverses, & même si contraires, sur la surface de la Terre : les jours sont plus grands que les nuits dans certains lieux, tandis que dans d'autres les nuits sont plus longues : ici les chaleurs sont insupportables ; là on ne pourroit endurer le froid, si on n'avoit recours aux moyens que la Providence a établis pour s'en garantir. Le Soleil n'est-il donc pas à la même distance par rapport à tous les endroits de la Terre ? N'est-il pas bien surprenant qu'il y ait une partie de la Terre sur laquelle les jours sont égaux aux nuits pendant toute l'année, & qu'il y en ait d'autres dans lesquels un seul jour & une seule nuit occupent une grande partie de l'année, ou même l'année entiere. Dans un même pays les jours sont plus grands que les

nuits dans une saison, après cela les nuits l'emportent sur les jours. Le Soleil iroit-il tantôt plus vîte, tantôt plus lentement quand il est au-dessus ou au-dessous de l'horison? Tout cela est capable d'embarrasser un esprit attentif à ces apparences. Bien des personnes qui ne manquent pas de génie sont dans l'étonnement quand elles apprennent que ceux qu'on appelle nos Antipodes ne sont pas plus en danger de tomber que nous, & ont peine à croire ce qu'on leur dit de la mesure de la Terre, de sa grosseur ou de la grandeur de son diametre, que l'on détermine, comme s'il y avoit un puits qui perçât la Terre de part en part, & dont on eût mesuré la profondeur. La connoissance de la Sphere délivre l'esprit de ces embarras, & le tire de cet étonnement. Ajoutons que par cette connoissance on peut résoudre plusieurs Problêmes très-curieux; trouver, par exemple, à quelle heure le Soleil se leve & se couche dans tous les lieux de la Terre dont on connoît la situation; à quelle hauteur le Soleil est élevé dans chaque moment du jour; où sont placés les lieux dans lesquels le plus grand jour de l'année est de 16 heures, de 20, de 24, &c. ou bien d'un mois entier, ou même de deux, de trois, de quatre, de cinq & de six.

Il seroit à souhaiter qu'on eût un Traité de la Sphere dont la bonté & l'excellence répondissent à l'importance de la matiere: en voici un que je présente au Public. Je n'ai pas la témérité de penser qu'il ait cette perfection que l'on desireroit: mais je puis au moins me rendre ce témoignage, que j'ai fait de mon mieux pour le rendre le moins imparfait qu'il m'a été possible; c'est pourquoi j'espere qu'on voudra bien me pardonner les défauts qu'on y trouvera. Quoique j'aie fait entrer dans ce Traité ce que cette matiere renferme de plus difficile, je crois que ceux qui voudront se donner la peine de le lire avec attention, pourront l'entendre aisément: j'ai tâché d'en applanir les difficultés autant que j'en ai été capable: j'ai

ſéparé du reſte ce qui dépend de la Trigonométrie ſphérique, & j'en ai fait le dernier Livre, de peur que les Lecteurs qui ne ſçavent pas cette partie de la Géométrie ne fuſſent rebutés par les Problêmes qui la ſuppoſent : cependant ceux mêmes qui n'ont aucune connoiſſance de cette Trigonométrie pourront aiſément entendre les pratiques de ces Problêmes. En un mot ayant eu deſſein de faire ce petit Ouvrage de maniere qu'on pût le mettre entre les mains des jeunes Etudians de Philoſophie, & que d'autres perſonnes plus avancées puſſent le lire avec quelque utilité, j'ai tâché de répondre aux deſirs de ceux-ci, ſans néanmoins rebuter les premiers.

Voici une ſeconde édition de ce Traité dans laquelle on trouvera pluſieurs additions dont la plus conſiderable eſt celle que l'on a placée à la fin du ſecond Livre ſur le mouvement & les apparences de la Lune, ſur les éclipſes de cette planete & celles du Soleil, ſur le mouvement des étoiles fixes. De plus à la fin de ce Traité j'en ai ajouté un petit qui y a beaucoup de rapport, parce qu'il a pour fondement le mouvement du Soleil & celui de la Lune comparés enſemble : c'eſt un abregé du Calendrier ou j'ai expliqué avec le plus de clarté que j'ai pu, la nature & l'uſage du cycle ſolaire, du cycle lunaire, des lettres dominicales, des nombres d'or, & des épactes que l'on a ſubſtituées à la place des nombres d'or dans le nouveau Calendrier fait par les ordres de Gregoire XIII ; ouvrage immortel par ſon utilité, & par l'heureuſe invention des épactes qui en étendront l'uſage juſqu'aux ſiecles les plus reculés.

Les Logarithmes ſont ſi utiles & abregent ſi conſiderablement la peine dans les calculs, que nous avons cru devoir nous en ſervir pour la réſolution de pluſieurs Problêmes, ſur tout de ceux du quatriéme Livre. On en trouvera la nature & l'uſage expliqués dans le diſcours qui précede les Tables des Sinus, des Tangentes, des Secantes, de leurs Logarithmes & de ceux des nombres

naturels que nous venons de faire imprimer très-correctement in 8°. Il y a un autre Ouvrage très-intéressant pour ceux qui ont du goût pour la véritable Physique. Je crois que plusieurs personnes entre les mains desquelles ce Traité de Sphere pourra parvenir, me sçauront bon gré si je le leur fais connoître : je parle d'un Traité de Méchanique, intitulé, *Principes sur le Mouvement & l'Equilibre, pour servir d'introduction aux Méchaniques & à la Physique**. Quoique le titre promette peu, c'est un Traité complet du Mouvement & de l'Equilibre. Il me semble que si on fait attention au choix des matieres, à l'ordre dans lequel elles sont traitées, & enfin à l'exactitude des preuves & des démonstrations, on conviendra aisément qu'il y a peu d'Ouvrages en ce genre qui méritent autant l'approbation des Connoisseurs.

AVERTISSEMENT.

Les chiffres qu'on trouvera dans ce Traité de Sphere entre deux parenthèses sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même Livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numero* de l'article en cette façon (8), c'est-à-dire, article 8 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même Traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette maniere (Liv. II. art. 16). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisiéme édition & à l'Abrégé de ces *Elémens* qui se vendent chez les mêmes Libraires. J'ai fait graver la Sphere Armillaire sur la premiere planche : mais comme il est fort difficile de se la bien représenter avec ce secours seul ; c'est presque une nécessité d'en avoir une pour l'étudier : il faut tâcher d'en faire une soi-même avec du carton, quand on n'a pas la commodité d'en avoir autrement.

* Ces deux ouvrages se vendent à Paris chez Jean Desaint & Charles Saillant, Libraires, rue S. Jean de Beauvais.

TRAITE'



TRAITÉ DU CALENDRIER.

ON entend fort ſouvent parler de *Cycle Solaire*, de *Cycle Lunaire*, de *Nombre d'or*, d'*Epactes*, &c. on trouve auſſi ces termes dans les Bréviaires, dans pluſieurs autres Livres d'Egliſe, & dans la plûpart des Almanachs: cependant il y a un grand nombre de perſonnes qui n'ont point de notions diſtinctes de tout cela; on croit même n'être pas en état de le concevoir, parce qu'on s'imagine qu'il faut être fort verſé dans l'Aſtronomie pour acquérir toutes ces connoiſſances. Il eſt vrai qu'il n'y a que des Aſtronomes très-inſtruits du mouvement des Aſtres, qui aient pû inventer les différens Cycles: mais il n'eſt point néceſſaire d'être Aſtronome pour en comprendre la nature & l'uſage. J'eſpere même que ceux qui voudront ſe donner la peine de lire attentivement ce petit Traité, auront la ſatisfaction d'en faire l'expérience par eux-mêmes.

Le Calendrier n'eſt autre choſe qu'une diſtribution des tems que les hommes ont accommodée à leurs uſages. Il y a pluſieurs choſes qui appartiennent à la connoiſſance du Calendrier; les principales ſont les Jours, les Mois, les Années, le Cycle Solaire, les Lettres Dominicales, le Cycle Lunaire, l'Indiction, la Période Victoriene, la Période Juliene, les Epactes. Le calcul de ces différentes parties du Calendrier repréſentées par ART. I.

des nombres est appellé *Comput Ecclésiastique*. Nous allons parler de toutes ces parties.

DES JOURS ET DES MOIS.

2. Le jour est ou naturel ou artificiel. Le jour naturel est le tems que le Soleil emploie pour faire sa révolution d'orient en occident. Le jour pris en cette maniere renferme non-seulement le tems pendant lequel le Soleil est sur l'horison, mais aussi celui de la nuit qui est le tems où le Soleil est sous l'horison. Le jour artificiel n'est que le tems pendant lequel le Soleil demeure sur l'horison. Selon cette derniere signification le jour est opposé à la nuit. Quelques-uns changent les noms de ces jours, en appellant le premier *artificiel*, & l'autre *naturel* : en effet ils sont également naturels l'un & l'autre. Il paroît qu'il seroit mieux d'appeller le second *simple*, au lieu d'artificiel, & le premier *composé*, parce qu'il est effectivement composé du jour simple & de la nuit.

3. Le commencement du jour naturel n'est pas le même par rapport à différens peuples. Les uns ont pris le commencement du jour au lever du Soleil, comme les Assyriens : d'autres le prennent au Soleil couchant, comme on fait en Italie, en Boheme, & ailleurs : plusieurs à minuit, comme en France, en Espagne, en Allemagne, & dans la plus grande partie de l'Europe : & d'autres enfin à midi, comme font aujourd'hui plusieurs Astronomes.

4. Le jour naturel se divise en 24 portions, qu'on appelle heures : mais les uns font les 24 heures égales entre elles : les autres les font inégales, parce qu'ils donnent 12 heures au jour artificiel, & autant à la nuit : auquel cas les 12 heures du jour sont égales entre elles, aussi-bien que celles de la nuit : mais les douze heures du jour ne sont pas égales à celles de la nuit, excepté au tems de l'Equinoxe ; car il est évident que celles du jour sont plus longues en esté, & plus courtes

en hyver. Je ne parle pas des peuples qui sont sur la Ligne, c'est-à-dire, sur l'équateur terrestre, parce qu'ils ont un équinoxe perpétuel.

5. Les Juifs & les Romains divisoient le jour artificiel en quatre parties ou quatre heures principales, qu'ils nommoient *Prime*, *Tierce*, *Sexte* & *None*. Pour entendre à quel moment commençoit & finissoit chacune de ces heures, il faut concevoir le jour artificiel partagé en douze heures égales. Cela posé, la premiere des quatre, ou Prime, commençoit avec la premiere des douze au lever du Soleil; Tierce commençoit à la fin de la troisiéme; Sexte à la fin de la sixiéme ou à midi; None à la fin de la neuviéme. D'où il paroît que chacune des quatre en contenoit trois des douze. L'Eglise se sert encore de ces quatre heures principales pour la récitation de l'Office Canonial.

6. Le mois est environ la douziéme partie de l'année. Il y en a de deux sortes, les mois solaires & les mois lunaires. Les mois solaires dépendent du mouvement du Soleil, & les lunaires ont rapport à celui de la Lune.

7. Chacun sçait les noms des douze mois solaires. Romulus Fondateur de Rome n'avoit composé l'année que de dix mois, sçavoir Mars, qui étoit le premier; puis les neufs autres suivans, Avril, Mai, Juin, &c. Les deux qui s'appellent présentement Juillet & Août, se nommoient pour lors *Quintile* & *Sextile*, parce que l'un étoit le cinquiéme, & l'autre le sixiéme. Ces deux noms furent conservés même après que Numa Pompilius eut ajouté les deux mois de Janvier & de Février, qu'il plaça au commencement de l'année. Mais dans la suite Jules-Cesar donna son nom à Quintile, en le faisant appeller Juillet, & celui d'Auguste fut attribué au mois suivant. Pour ce qui est des quatre derniers mois, Septembre, Octobre, &c. ils ont conservé les noms des rangs qu'ils tenoient dans l'ordre des mois du tems de Romulus; par exemple, Septembre a été ainsi nommé, parce qu'il étoit le septiéme.

8. Jules-Cesar avoit ordonné, que le premier, le troisiéme, le 5me, le 7me, le 9me & le onziéme mois, c'est-à-dire, Janvier, Mars, Mai, Juillet, Septembre, Novembre, auroient chacun 31 jours, & tous les autres mois en auroient 30, excepté Février, qui n'en devoit avoir que 29 dans les années communes, & 30 dans les années bissextiles. Mais Auguste ne voulut pas que le mois qui portoit son nom, c'est-à-dire, le mois d'Août, fût inférieur à celui de Juillet : c'est pourquoi il prit un jour au mois de Février, pour le donner au mois d'Août, & dérangea ainsi l'ordre commode que Jules-Cesar avoit établi, en ordonnant que les mois auroient alternativement 31 & 30 jours.

9. Les Romains ne comptoient pas les jours du mois comme nous : ils avoient trois points fixes dans chaque mois, les *Calendes*, les *Nones* & les *Ides*, desquels ils comptoient les autres jours. Les Calendes, étoient le premier jour de chaque mois ; les Nones arrivoient le 7 dans le mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre : mais elles étoient le 5 des autres mois : les Ides tomboient au 15 dans les mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre : elles arrivoient le 13 dans les autres mois. Les jours qui précédoient ces trois termes en tiroient leurs dénominations : c'est-à-dire que les jours compris entre les Calendes & les Nones étoient appellés les jours avant les Nones, suivant le rang qu'ils tenoient avant ce jour. Ceux qui sont entre les Nones & les Ides étoient appellés les jours avant les Ides ; enfin les jours depuis les Ides jusqu'aux Calendes du mois suivant, étoient nommés les jours avant les Calendes de ce mois. Les mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre avoient six jours qui étoient dénommés par les Nones. Les autres mois n'en avoient que quatre. Tous les mois avoient huit jours qui tiroient leurs noms des Ides. C'est pour retenir cette disposition, que les deux vers suivants ont été composés.

Sex Maïus Nonas October, Julius & Mars:
Quattuor at reliqui: habet idus quilibet octo:

Numa Pompilius avoit donné à ces quatre mois plus de jours de None qu'aux autres, parce qu'ils étoient pour lors les ſeuls qui avoient 31 jours; & quoique dans le Calendrier de Jules-Ceſar on eut attribué 31 jours à d'autres mois, on retint cependant la diſpoſition de Numa par rapport aux Nones. On comprendra tout cela plus aiſément par la Table ſuivante, dans laquelle les jours des trois premiers mois ſont nommés à la maniere des Romains. Il auroit été inutile de continuer la Table pour les autres mois.

Dies	JANUARIUS.	FEBRUARIUS.	MARTIUS.
1	CALENDIS Januar.	CALENDIS. Februar.	CALENDIS Martii.
2	IV. Nonas.	IV. Nonas.	VI. Nonas.
3	III. Nonas.	III. Nonas.	V. Nonas.
4	Pridie Nonas.	Pridie Nonas.	IV. Nonas.
5	Nonis Januarii.	NONIS Februarii.	III. Nonas.
6	VIII. Idus.	VIII. Idus.	Pridie Nonas.
7	VII. Idus.	VII. Idus.	NONIS Martii.
8	VI. Idus.	VI. Idus.	VIII. Idus.
9	V. Idus.	V. Idus.	VII. Idus.
10	IV. Idus.	IV. Idus.	VI. Idus.
11	III. Idus.	III. Idus.	V. Idus.
12	Pridie Idus.	Pridie Idus.	IV. Idus.
13	IDIBUS Januarii.	IDIBUS Februarii.	III. Idus.
14	XIX. Cal Februar.	XVI. Cal. Martii.	Pridie Idus.
15	XVIII. Calendas.	XV. Calendas.	IDIBUS Martii.
16	XVII. Calendas.	XIV. Calendas.	XVII. Cal. Aprilis.
17	XVI. Calendas.	XIII. Calendas.	XVI. Calendas.
18	XV. Calendas Februarii.	XII. Calendas. Martii.	XV. Calendas. Aprilis.
19	XIV. Calendas.	XI. Calendas.	XIV. Calendas.
20	XIII. Calendas.	X. Calendas.	XIII. Calendas.
21	XII. Calendas.	IX. Calendas.	XII. Calendas.
22	XI. Calendas.	VIII. Calendas.	XI. Calendas.
23	X. Calendas.	VII. Calendas.	X. Calendas.
24	IX. Calendas.	VI. Calendas.	IX. Calendas.
25	VIII. Calendas.	*	VIII. Calendas.
26	VII. Calendas.	V. Calendas.	VII. Calendas.
27	VI. Calendas.	IV. Calendas.	VI. Calendas.
28	V. Calendas.	III. Calendas.	V. Calendas.
29	IV. Calendas.	Pridie Calendas.	IV Calendas.
30	III. Calendas.		III. Calendas.
31	Pridie Calendas.		Pridie Calendas.

* Dans les années biſſextiles il y avoit deux jours de

ſuite au mois de Février, dont chacun étoit appellé le VI avant les Calendes ; le premier répond au 24 du mois, & le ſecond au 25. On diſoit donc, *bis ſexto Calendas*, en ſous-entendant *ante* après *ſexto*. C'eſt de-là que ces années ont été nommées *biſſextiles*.

10. Il paroît par cette Table, qu'en comptant les jours du mois par rapport au rang qu'ils occupent avant celui des Nones, ou des Ides, ou des Calendes, on y comprend ce jour : par exemple, le ſecond jour de Janvier eſt appellé le quatriéme avant les Nones, parce que le jour même des Nones y eſt compris : ſans cela ce ne ſeroit que le troiſiéme avant les Nones. C'eſt par la même raiſon que le dixiéme jour eſt nommé le quatriéme avant les Ides. De même le vingt-cinquiéme eſt appellé le huitiéme avant les Calendes de Février, parce qu'on compte le jour même des Calendes de Février.

11. Il y a deux ſortes de mois lunaires : l'un eſt appellé *périodique*, & l'autre *ſynodique*. Le mois périodique eſt le tems que la Lune emploie à parcourir le Zodiaque, c'eſt-à-dire, à faire ſon tour dans le ciel d'occident en orient. Sa durée eſt d'environ 27 jours 7 heures 43 minutes.

12. Le mois ſynodique, qu'on nomme auſſi *lunaiſon*, eſt le tems que la Lune emploie pour rejoindre le Soleil après l'avoir quitté, ou, ce qui revient au même, c'eſt le tems qu'il y a depuis une nouvelle lune juſqu'à la nouvelle lune ſuivante. Ce tems eſt de 29 jours 12 heures & environ 44 minutes. On néglige ces minutes dans l'uſage civil, au moins pendant un tems, & on ſuppoſe qu'il y a 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre prochaine. Or comme il ſeroit incommode de compter un demi jour, on fait les mois ſynodiques alternativement de 30 & de 29 jours, donnant ainſi à l'un ce que l'on ôte à l'autre.

13. Les mois ſynodiques de 30 jours ſont nommés *pleins* : & ceux de 29 jours ſont appellés *caves*. Au lieu

de dire les mois pleins & les mois caves, on dit ſouvent les lunes pleines & les lunes caves, ou bien lunaiſons pleines & lunaiſons caves. Il faut obſerver que toutes les fois qu'on parle des mois de la lune, ſans les ſpécifier, il faut toujours entendre les mois ſynodiques.

14. Quand on dit que le mois périodique eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes, & le mois ſynodique de 29 jours 12 heures 44 minutes, il s'agit du tems du mouvement *moyen*, & non pas du mouvement *vrai*, ſoit du Soleil, ſoit de la Lune. Le mouvement vrai d'un Aſtre eſt celui qui lui convient ou réellement ou en apparence. Ce mouvement n'eſt pas toujours le même dans une Planete : il eſt tantôt plus fort, tantôt plus foible. Le mouvement moyen eſt celui qu'on imagine toujours le même dans une planete, & par lequel elle feroit un certain nombre de révolutions dans le même tems qu'elle les fait effectivement, ou qu'elle paroît les faire par le mouvement vrai. Ce mouvement eſt égal & uniforme, au lieu que le premier eſt inégal & variable.

15. Afin de déterminer exactement le tems ou la durée du mouvement moyen, on choiſit deux termes fort éloignés l'un de l'autre, par exemple, deux nouvelles lunes, dont la ſeconde arrive pluſieurs années, ou même pluſieurs ſiécles après la premiere, & on partage le tems qu'il y a entre les deux termes en autant de parties égales qu'il y a eu de lunaiſons pendant ce tems; le quotient qui vient de cette diviſion marque le tems moyen d'une lunaiſon ou d'un mois ſynodique. Suppoſons que par des obſervations qui ont été faites ſur le tems de deux nouvelles lunes, on connoiſſe qu'elles ſont éloignées l'une de l'autre de 570 ans, ou plutôt de 208191 jours moins environ 8 heures : on ſçait qu'il y a 235 lunes dans l'eſpace de 19 ans, & que par conſéquent en 570, c'eſt-à-dire, en 30 fois 19 ans, il doit y avoir 30 fois 235 ou 7050 lunaiſons. Ainſi il n'y a qu'à diviſer 570 ans, ou plutôt 208191 jours par 7050, le quotient ſera 29

jours, & le reste 3741 jours, que l'on réduira en heures, en multipliant ce reste par 24. On divisera pareillement le produit 89784 heures (ou plûtôt 89776, parce qu'il y a 8 heures de moins), par le même diviseur 7050, on trouvera le quotient 12 heures & le reste 5176h, que l'on réduira en minutes, pour les diviser ensuite par le même nombre 7050. On pourra de même réduire le reste des minutes en secondes : on trouvera enfin qu'en divisant 570 années moins 8 heures par 7050, le quotient est 29 jours 12 heures 44 min. 3 secondes & un peu plus.

16. On choisit deux nouvelles lunes fort éloignées l'une de l'autre, afin que les inégalités de la durée des lunaisons soient compensées les unes par les autres, & que l'erreur qui peut se trouver dans la détermination des tems auxquels arrivent les nouvelles lunes qu'on prend pour termes, étant partagée à un grand nombre de lunaisons, devienne insensible.

De l'Année.

17. L'année est Astronomique ou Civile. L'une & l'autre sont encore ou Solaires ou Lunaires, c'est-à-dire, qu'elles se reglent ou sur le mouvement du Soleil ou sur celui de la Lune. L'année astronomique, soit solaire, soit lunaire, est encore appellée *naturelle*, parce que les Astronomes se conforment dans leur calcul à la nature, c'est-à-dire, aux mouvemens du Soleil ou de la Lune.

18. L'année solaire astronomique est le tems que le Soleil emploie à faire le tour du zodiaque d'Occident en Orient, ou pour parler plus exactement, c'est le tems qui s'écoule depuis un équinoxe, par exemple, celui du Printems, jusqu'au premier équinoxe semblable : c'est aussi le tems qui est entre un solstice, par exemple, celui d'hyver, & le solstice suivant semblable. Ce tems est de 365 jours & environ six heures.

19. L'année lunaire astronomique est composée de douze lunaisons, qui contiennent chacune 29 jours 12 heures & 44 min. Ainsi l'année entiere est de 354 jours 8 heures & 48 minutes.

20. L'année civile est celle dont les Royaumes & les Peuples se servent pour compter les tems & les âges. Or tous les Peuples ne s'accordent pas entre eux touchant la maniere de compter les tems. Les uns reglent leur année sur le mouvement du Soleil, & les autres sur celui de la Lune.

21. Entre ceux qui comptoient les années par le mouvement du Soleil, il y a encore eu beaucoup de diversité jusqu'à Jules-Cesar, Empereur Romain, qui ayant fait assembler les plus habiles Astronomes de son tems, fixa l'année solaire à 365 jours 6 heures, c'est-à-dire, qu'il supposa, en suivant le sentiment des Astronomes, que d'un équinoxe à l'équinoxe suivant de même nom il y avoit 365 jours 6 heures. Or comme il seroit très-incommode de faire commencer une année six, ou douze, ou dix-huit heures après la fin du jour, on a laissé les six heures de chaque année, qui au bout de 4 ans font 24 heures, c'est-à-dire, un jour entier. Ainsi la quatriéme année doit avoir un jour de plus que les précédentes qui sont chacune de 365 jours.

22. Suivant cette maniere de compter, le Soleil n'a pas fait sa révolution entiere à la fin de la premiere année civile, il s'en faut six heures, à la fin de la seconde il s'en faut 12, à la fin de la troisiéme 18, & enfin au bout de la quatriéme il s'en faudroit 24 heures si on ne la faisoit pas plus longue que les précédentes. Mais comme ces 24 heures font un jour entier, on ajoute un jour à la quatriéme année, qui par ce moyen finit dans le tems que le Soleil acheve sa quatriéme révolution. Cette quatriéme année composée de 366 jours, s'appelle *bissextile* à cause qu'au mois de Février de cette année il y avoit un jour qui étoit appellé *bissextus* suivant l'usage des

Romains. Les trois autres années sont nommées *communes*.

23. Selon cet établissement de Jules-Cesar, les années bissextiles de chaque siécle sont la 4ᵉ, la 8ᵉ, la 12ᵉ, la 16ᵉ, la 20ᵉ, la 24ᵉ, la 28ᵉ, &c. En général pour sçavoir si une telle année d'un siécle sera bissextile, il faut diviser le nombre qui exprime cette année par 4: & si la division peut se faire sans reste, l'année proposée est bissextile; mais s'il y a un reste, elle ne l'est pas. Par exemple, je veux sçavoir si 1744 sera bissextile, je divise 44 par 4 (il seroit inutile de prendre le nombre entier 1744,) & comme je ne trouve point de reste après la division, c'est une marque que cette année sera bissextile. On peut voir par là que suivant Jules-Cesar chaque centiéme année, c'est-à-dire, la derniere année de chaque siécle, comme 1700, 1800, devoit être bissextile.

24. Le jour de surplus que l'on appelle *intercalaire* qui rend l'année bissextile plus longue que les autres, est ajouté au mois de Février, en sorte que ce mois à 29 jours dans l'année bissextile, & 28 dans les communes. Or on imagine que ce jour est inseré après le 24 du mois de Février: c'est par cette raison que la Fête de saint Matthias tombe au 25 dans l'année bissextile, & au 24 dans les autres années.

On verra dans la suite que l'année solaire astronomique ou naturelle est plus courte que ne l'a supposé Jules-Cesar d'environ 11 minutes: c'est ce qui a causé une erreur dans le Calendrier, qu'on a enfin réformé en 1582, par les ordres du Pape Gregoire XIII, comme nous l'expliquerons dans la suite.

25. Ceux qui reglent l'année civile sur le mouvement de la Lune, composent leur année de douze lunaisons ou mois lunaires. Or puisque les mois lunaires sont alternativement de 30 & de 29 jours, les 12 mois qui composent l'année entiere, font 354 jours; & par conséquent l'année lunaire est plus courte que la solaire commune de 11 jours. Ces 11 jours font 33 jours en 3 ans. Ainsi trois

années solaires contiennent au moins trente-ſept lunaiſons.

26. Les 44 minutes dont une lunaiſon ſurpaſſe 29 jours & demi, ſont après les 12 lunaiſons de l'année 12 fois 44, c'eſt-à-dire, 528 minutes, ou 8 heures 48 minutes. Or ces 8 heures 48 minutes de chaque année produiſent 264 heures, c'eſt-à-dire 11 jours en 30 ans. C'eſt pourquoi les Turcs qui ſe ſervent encore aujourd'hui de l'année lunaire, ajoutent 11 jours en 30 années, en ſorte que ſur 30 ans il y a 19 années ſimples qui n'ont chacune que 354 jours, & 11 d'intercalaires ou *emboliſmiques*, qui ſont chacune de 355 jours. Ce ſont la 2me, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26 & 29.

27. Il eſt évident que cette année des Turcs ne peut pas toujours commencer à la même ſaiſon, c'eſt-à-dire, par exemple, à la même diſtance du ſolſtice ou de l'équinoxe. Car l'année ſolaire étant compoſée de 365 jours, & l'année lunaire de 354 (je néglige les heures de part & d'autre) ; ſi elles ont commencé toutes les deux le même jour, l'année lunaire finira 11 jours avant l'autre, c'eſt-à-dire, le 20 Décembre : par conſéquent la ſeconde année lunaire commencera au 21 de ce mois, & ſe terminera au 10 du même mois, parce que cette ſeconde année eſt compoſée de 355 jours; la troiſiéme commencera donc au 11, & finira au 29 de Novembre : ainſi de ſuite; de ſorte que le commencement de l'année lunaire parcourra les différentes ſaiſons de l'année ſolaire, & reviendra enfin au commencement en moins de 34 ans lunaires, qui par conſéquent ne font que 33 années ſolaires. Dans le Calendrier Eccléſiaſtique on ramene le commencement de l'année lunaire vers celui de l'année ſolaire, toutes les fois qu'il s'en eſt un peu écarté. Nous dirons, en traitant du cycle lunaire, le moyen dont on ſe ſert pour y réuſſir.

Cette année des Turcs eſt appellée *vague*, parceque ſon commencement eſt tantôt à un point de l'écliptique, tantôt à un autre. Par la raiſon contraire notre année ſolaire eſt appellée fixe.

Du Cycle Solaire ancien.

28. Ce Cycle Solaire eſt une révolution de 28 ans qui renferme toutes les variétés poſſibles des jours de la ſemaine par rapport à ceux du mois. Ces variétés conſiſtent en ce que les Dimanches ne tombent pas tous les ans le même quantiéme du mois. Par exemple, ſi l'année a commencé par un Lundi, & que par conſéquent le 7 de Janvier ait été un Dimanche, l'année ſuivante ne commencera pas par un Lundi, mais par le mardi, & le premier Dimanche ſera le 6 de Janvier. L'année d'après commencera par un Mercredi, & pour lors le premier Dimanche tombera le 5; ainſi de ſuite. Cependant il faut remarquer que quand l'année eſt biſſextile, la différence eſt de deux jours, c'eſt-à-dire, que ſi l'année biſſextile a commencé par un Lundi, l'année d'après commencera par un Mercredi.

29. Pour entendre la raiſon de ces variétés, il ſera bon de faire reflexion que ſi l'année contenoit exactement un certain nombre de ſemaines ſans aucun jour de ſurplus, chaque année commenceroit par le même jour de la ſemaine, par exemple, par le Lundi. Car comme l'année contiendroit juſtement un certain nombre de ſemaines, ſi elle commençoit par un Lundi, elle finiroit par un Dimanche; & par conſéquent le premier jour de la ſuivante ſeroit auſſi un Lundi. Ces variétés viennent donc de ce que l'année renferme pluſieurs ſemaines, ſçavoir 52, & un jour de plus dans les années communes, & deux dans les biſſextiles. En effet l'année commune ayant un jour de plus que 52 ſemaines, il eſt clair que ſi elle a commencé par un Lundi, elle finira auſſi par un Lundi, & par conſéquent la ſuivante commencera par un Mardi : par une raiſon ſemblable la troiſiéme commencera par le Mercredi : enſuite la quatriéme, que je ſuppoſe être biſſextile, commencera par un Jeudi; mais elle finira ſeulement le Vendredi, à cauſe

qu'elle contient deux jours au-delà de 52 semaines: par conséquent le premier jour de la cinquiéme année sera un Samedi.

30. On peut voir à présent pourquoi les Fêtes qui sont immobiles, c'est-à-dire, qui sont fixées à un certain jour du mois, telles que sont toutes les Fêtes des Saints, parcourent les différens jours de la semaine en plusieurs années, en allant du Lundi au Mardi, ensuite au Mercredi, puis au Jeudi, &c. Prenons pour exemple, la Fête de la Circoncision qui est fixée au premier Janvier. Si elle est arrivée un Lundi, l'année d'après elle doit être le Mardi, ensuite le Mercredi, puisque comme nous avons dit, aprés que le premier jour de Janvier a été un Lundi, l'année suivante c'est un Mardi, &c. Quand l'année est bissextile il doit y avoir une différence de deux jours dans les Fêtes qui viennent après le 24 Février, & dans celles de l'année suivante qui arrivent depuis le commencement de Janvier jusqu'au 24 Février.

31. Si toutes les années étoient communes, c'est-à-dire, composées seulement de 365 jours, le cycle solaire ne contiendroit que 7 ans, parce que le même jour de la semaine reviendroit au même quantiéme du mois après sept ans. Si, par exemple, une année a commencé par un Lundi, la seconde commenceroit par un Mardi, la troisiéme par un Mercredi, la quatriéme par un Jeudi, ainsi de suite. Par conséquent la huitiéme commenceroit encore par un Lundi. Mais il arrive une année bissextile de 4 ans en 4 ans. Or cette année étant composée de 366 jours, produit un jour de différence de plus que les autres années. Par conséquent il faut sept années bissextiles pour que le jour excedent de chaque année bissextile produise 7 jours ou une semaine. Or il ne peut y avoir sept années bissextiles que dans l'espace de 28 ans. Ainsi il faut 28 ans pour que l'excedent de chaque année bissextile sur l'année commune ramene un jour de la semaine au même jour du mois. Mais d'ailleurs on vient de

dire que sans l'année bissextile le même jour de la semaine reviendroit après sept ans au même jour du mois ; & par conséquent aussi après 14, puis après 21, & enfin après 28. Donc les deux causes concourent ensemble pour ramener un jour de la semaine au même quantiéme du mois à la fin de 28 ans. Ainsi le Cycle solaire est de 28 années.

32 Il paroît d'abord que l'année bissextile au lieu d'augmenter le Cycle solaire, doit au contraire le diminuer. Car une année commençant le Lundi, la suivante commencera par un Mardi, l'autre par un Mercredi, la quatriéme qui sera bissextile, par un Jeudi, & la cinquiéme par un Samedi & non par un Vendredi. Ainsi la septiéme commencera par un Lundi. D'où il paroît s'ensuivre que le Cycle solaire ne doit être que de 6 ans, puisque l'année recommence par le même jour au bout de 6 ans.

Pour répondre à cette difficulté, il faut prendre garde que si chaque Cycle solaire ne renfermoit que 6 ans, l'année bissextile seroit la quatriéme du premier Cycle, au lieu qu'elle tomberoit à la seconde & à la sixiéme du Cycle suivant ; par conséquent ces deux Cycles ne seroient pas semblables : ce qui est contre la nature & la notion du Cycle qui doit renfermer toutes les variétés des jours de la semaine. De plus le troisiéme Cycle ne commenceroit pas par un Lundi comme les deux précédens : ce qui est encore contraire à l'idée du Cycle.

33. Il paroît par l'explication de la nature du Cycle, que chaque année d'après la naissance de Jesus-Christ répond à une année du Cycle solaire ; de sorte qu'après avoir compté 28 années de ce Cycle, on en recommence un nouveau : par exemple l'année 1725, étoit la vingt-sixiéme du Cycle solaire courant alors, 1726 étoit donc la vingt-septiéme de ce Cycle, 1727 étoit la vingt-huitiéme & derniere. Par conséquent l'année 1728 étoit la premiere d'un nouveau Cycle, 1729 la seconde,

1730 la troisiéme, ainsi de suite. Il faut entendre la même chose du tems qui a précedé la naissance de Notre Seigneur.

Après tout ce que nous venons de dire touchant le Cycle solaire ancien, il ne nous reste plus qu'à exposer comment on trouve l'année de ce Cycle pour une année proposée, par exemple, pour 1745.

34. Il faut ajouter 9 au nombre qui marque l'année depuis la naissance de notre Seigneur. Il faut donc ajouter 9 à 1745, la somme est 1754. Ensuite on divise cette somme par 28, & le reste marque l'année du Cycle. Je divise donc 1754 par 28, le quotient est 62, & le reste est 18. Par conséquent l'année 1745 est la dix-huitiéme du Cycle solaire.

S'il ne restoit rien, ou ce qui est la même chose, si le diviseur 28 étoit contenu exactement dans la somme que l'on a trouvée après avoir ajouté 9, ce seroit une marque que l'année proposée seroit la vingt-huitiéme ou la derniere du Cycle solaire.

35. 1°. On a ajouté 9 au nombre qui exprime les années depuis la naissance de notre Seigneur, parce que le Cycle solaire dans lequel Jesus-Christ est né, a précédé cette naissance de 9 ans, en sorte qu'elle est arrivée à la dixiéme année du Cycle.

36. 2°. En divisant par 28 la somme qui résulte après l'addition, on voit combien il s'est écoulé de Cycles depuis le commencement de celui dans lequel est né notre Seigneur: car puisque le quotient marque toujours combien de fois le diviseur est contenu dans la somme qu'on divise, il est clair que le quotient exprime ici combien il y a de Cycles passés. Quant au reste de la division il désigne l'année du dernier Cycle dans lequel se trouve l'année proposée.

La réforme du Calendrier par Gregoire XIII, a apporté quelque changement au Cycle solaire à cause du retranchement de 3 jours sur 400 ans, comme nous le

dirons dans la suite : cependant cela n'empêche pas qu'on ne compte encore à présent les années du Cycle solaire de la même maniere qu'on les comptoit auparavant.

37. Il y a néanmoins un Cycle solaire nouveau proposé par ceux qui ont travaillé à la réforme du Calendrier : il est de 400 ans après lesquels le Soleil se trouve, depuis la correction du Calendrier, au même point du zodiaque immobile où il étoit au commencement de ce Cycle, & de plus les lettres dominicales dont nous allons parler reviennent dans le même ordre. On peut imaginer que ce Cycle a commencé avec l'ere vulgaire ou chrétienne, c'est-à-dire, la premiere année de laquelle on compte la naissance du Sauveur. Pour avoir l'année de ce Cycle solaire à laquelle répond une année proposée, il faut diviser le nombre qui exprime cette année par 400, le reste marquera l'année du Cycle; ainsi l'année 1745 sera la 145me du Cycle, parce qu'en divisant 1745 par 400 le reste est 145. Le quotient 4 marque qu'il y a eu 4 révolutions de ce Cycle depuis le commencement de l'ere vulgaire.

Des Lettres Dominicales.

38. On s'est servi des sept premieres lettres de l'alphabet que l'on a placées vis-à-vis des jours du mois dans le Calendrier, pour marquer les jours de la semaine. Ces lettres sont disposées en cette maniere : l'A est à côté du premier jour de Janvier, le B à côté du second, le C à côté du troisiéme : ainsi de suite jusqu'au G qui est à côté du septiéme jour. Ensuite on retrouve les mêmes lettres dans le même ordre, sçavoir l'A au huitiéme jour, le B au neuviéme, le C au dixiéme, &c. L'A est encore placé au 15, puis au 22, & enfin au 29 de Janvier. Par conséquent le B est vis-à-vis du 30, le C vis-à-vis du 31. D'où il suit que le D se trouve au premier de Février, plus au 8, plus au 15, plus au 22.

39. Il paroît par là que le même jour de la semaine

arrive

arrive le 1[e], le 8, le 15, le 22, le 29 du même mois, c'eſt-à-dire, que ſi le premier jour d'un mois eſt un Dimanche, le 8, le 15, le 22, le 29 de ce mois ſeront auſſi un Dimanche. Il faut entendre la même choſe des autres jours de la ſemaine.

40. Ces ſept lettres ſont appellées *Dominicales*, parce qu'on s'en ſert pour marquer tous les Dimanches de l'année. Par exemple, ſi l'A eſt la lettre dominicale d'une année, tous les jours des mois vis-à-vis deſquels ſe trouve l'A ſeront des Dimanches pendant le cours de cette année. Il faut dire la même choſe des autres lettres qui deviennent ſucceſſivement dominicales.

41. Remarquez 1°. que dans l'année biſſextile il y a toujours deux lettres dominicales, dont l'une ſert depuis le commencement de l'année juſqu'à la Fête de ſaint Mathias, & l'autre depuis le jour de cette Fête incluſivement juſqu'à la fin de l'année.

42. Remarquez 2°. que les lettres ne deviennent pas dominicales ſuivant le rang qu'elles tiennent dans l'alphabet, mais dans un ordre renverſé, c'eſt-à-dire, que ſi la lettre G eſt dominicale pendant une année, F le deviendra l'année ſuivante, enſuite E, puis D, enſuite C, puis B, & enfin A : après cela G redeviendra la lettre dominicale. La raiſon de cette obſervation doit ſe tirer de ce que nous avons dit. Car ſi l'année commence par un Lundi, & que par conſéquent le Dimanche arrive le 7 de Janvier à côté duquel eſt G, l'année ſuivante commencera par un Mardi, & le Dimanche tombera au 6; ainſi la lettre F ſera dominicale cette ſeconde année; & par la même raiſon E ſera la lettre dominicale de la troiſiéme année, en ſuppoſant les deux années précédentes chacune de 365 jours. Par cette remarque on peut, quand on ſçait la lettre dominicale d'une année, trouver celle des années ſuivantes.

43. Voici une méthode de trouver la lettre dominicale des années qui ſuivent 1700. 1°. Il faut comp-

ter les années en commençant par 1701 jusqu'à l'année proposée inclusivement, & ajouter 5 au nombre de ces années, & de plus autant d'unités qu'il y a d'années bissextiles pendant ce tems. 2°. On divisera ensuite la somme par 7, & le reste de la division, s'il y en a un, designera la lettre dominicale, pourvû qu'on compte les lettres dominicales dans un ordre rétrograde, ensorte que G soit la 1ere, F la 2de, E la 3e, D la 4e, C la 5, B la 6e, A la 7e. S'il n'y a point de reste après la division faite, la lettre dominicale sera A. Par exemple, je veux sçavoir la lettre dominicale de l'année 1743, 1°. je prends le nombre des années en commençant par 1701, & je trouve 43 : j'ajoute 5 à ce nombre, & de plus 10, parce qu'il y a eu dix années bissextiles depuis 1701 jusqu'à 1743. 2°. Je divise la somme 58 par 7, le reste est 2 ; d'où je conclus que la lettre dominicale de l'année 1743 est F.

44. La raison pourquoi on ajoute 5, c'est que la lettre dominicale de l'année 1701 étoit B, & par conséquent avant l'année 1701 il y avoit déja 5 lettres dominicales qui avoient servi, sçavoir G, F, E, D, C. D'ailleurs on ajoute autant d'unités qu'il y a eu d'années bissextiles depuis 1701, parce que chaque année bissextile a deux lettres dominicales, dont l'une sert jusqu'au 24 Février, & l'autre pendant le reste de l'année. Les autres parties de cette méthode suivent de ce que l'on a dit ci-dessus, Art. 35 & 36.

45. Si on cherchoit la premiere lettre dominicale de l'année bissextile 1744, il ne faudroit pas ajouter 11 au produit, mais seulement 10 pour les années bissextiles passées. La 2de lettre dominicale d'une année bissextile est celle qui précede la 1re dans l'alphabet, à cause que les lettres deviennent dominicales selon l'ordre retrograde ou renversé : ainsi la 1re lettre dominic. de 1744 étant E, la 2de est D.

46. On pourra trouver dans la Table suivante, les let-

tres dominicales de toutes les années depuis 1600 jusqu'à 5600. Il y a quatre colomnes de lettres qui sont au-dessous des centiémes ou des dernieres années des Siécles; la premiere de ces quatre colomnes est sous les centiémes années qui sont les premieres après les bissextiles, la seconde sous les centiémes qui sont les secondes après les bissextiles: la troisiéme sous les centiémes qui sont les troisiémes après les bissextiles, & enfin la quatriéme colomne sous les centiémes années bissextiles. A la gauche des quatre colomnes de lettres il y en a d'autres qui contiennent la premiere année des Siécles & les années intermediaires entre la premiere & la derniere.

47. Voici comment on trouvera les lettres dominicales des différentes années par cette table. 1°. Si on veut trouver la lettre dominicale d'une centiéme année, on cherchera cette année au-dessus des colomnes des lettres dominicales, la lettre qui est au haut de la colomne placée au-dessous de l'année, sera la lettre dominicale qu'on cherche. Par exemple, la lettre dominicale de 1700 est C, parce qu'elle est au haut de la colomne placée sous 1700. 2°. Si on veut avoir la lettre dominicale d'une année intermediaire, par exemple, de 1745, on cherchera 45 dans les colomnes des années intermediaires, & on prendra dans la colomne des lettres dominicales placée sous 1700 la lettre C qui est vis-à-vis de 45; c'est la lettre dominicale de 1745.



Table des Lettres Dominicales depuis 1600 jusqu'à 5600.

Les centiémes Années, ou les dernieres des Siécles.				1600.
	1700, 2100.	1800, 2200.	1900, 2300.	2000, 2400.
	2500, 2900.	2600, 3000.	2700, 3100.	2800, 3200.
	3300, 3700.	3400, 3800.	3500, 3900.	3600, 4000.
	4100, 4500.	4200, 4600.	4300, 4700.	4400, 4800.
	4900, 5300.	5000, 5400.	5100, 5500.	5200, 5600.

	C	E	G	BA
1. 29. 57. 85.	B	D	F	G
2. 30. 58. 86.	A	C	E	F
3. 31. 59. 87.	G	B	D	E
4. 32. 60. 88.	FE	AG	CB	DC
5. 33. 61. 89.	D	F	A	B
6. 34. 62. 90.	C	E	G	A
7. 35. 63. 91.	B	D	F	G
8. 36. 64. 92.	AG	CB	ED	FE
9. 37. 65. 93.	F	A	C	D
10. 38. 66. 94.	E	G	B	C
11. 39. 67. 95	D	F	A	B
12. 40. 68. 96.	CB	ED	GF	AG
13. 41. 69. 97.	A	C	E	F
14. 42. 70. 98.	G	B	D	E
15. 43. 71. 99.	F	A	C	D
16. 44. 72.	ED	GF	BA	CB
17. 45. 73.	C	E	G	A
18. 46. 74.	B	D	F	G
19. 47. 75.	A	C	E	F
20. 48. 76.	GF	BA	DC	ED
21. 49. 77.	E	G	B	C
22. 50. 78.	D	F	A	B
23. 51. 79.	C	E	G	A
24. 52. 80.	BA	DC	FE	GF
25. 53. 81.	G	B	D	E
26. 54. 82.	F	A	C	D
27. 55. 83.	E	G	B	C
28. 56. 84.	DC	FE	AG	BA

Du Cycle lunaire ancien & des Nombres d'Or.

48. Le Cycle lunaire ancien eſt une révolution de 19 ans, qui renferme toutes les variétés qui peuvent arriver aux nouvelles Lunes par rapport aux jours du mois. Ces variétés conſiſtent en ce que les nouvelles Lunes ne tombent pas tous les ans le même jour du mois : quelquefois elles arrivent plutôt, quelquefois plus tard. Cependant Meton célebre Aſtronome d'Athenes, trouva environ 439 ans avant notre Seigneur, qu'au bout de 19 ans les nouvelles Lunes tombent aux mêmes jours auxquels elles arrivoient 19 ans auparavant : & c'eſt ce qui a déterminé le Cycle lunaire au nombre 19. On diſoit donc, comme on dit encore à préſent, qu'une telle année étoit la premiere du Cycle lunaire, la ſuivante étoit la ſeconde, celle d'après étoit la troiſiéme, &c. après quoi l'année qui ſuivoit la dix-neuviéme étoit dite la premiere du Cycle ſuivant. Or en 19 ans il y a 235 lunaiſons, ſçavoir 228 à raiſon de 12 lunaiſons par an, & 7 autres à cauſe des 11 jours dont chaque année ſolaire ſurpaſſe l'année lunaire. Ces ſept mois lunaires ſont appellés *emboliſmiques* ou *intercalaires*. On en compoſe ſix de 30 jours chacun, & le ſeptiéme de 29 ſeulement.

49. C'eſt par le moyen de ces mois emboliſmiques que dans le Calendrier Eccléſiaſtique on ramene le commencement de l'année lunaire, vers les premiers jours de Janvier, après qu'il s'en eſt un peu écarté. Pour cet effet, on attribue 13 mois lunaires à pluſieurs années, ſçavoir à 7 pendant la durée du Cycle lunaire : & ces ſept années ſont appellées emboliſmiques, parce qu'elles contiennent toutes un mois emboliſmique. Les ſix premieres ſont chacune de 384 jours, & la derniere n'eſt que de 383, parce que le dernier mois emboliſmique n'a que 29 jours. Ces ſept années ſont la 3e, la 6e, la 9e, la 11e, la 14e, la 17e & la 19e du Cycle lunaire.

Toutes les autres années lunaires ſont appellées communes, & ne ſont compoſées chacune que de 12 lunaiſons qui ſont 354 jours. Il eſt aiſé de voir que par ce moyen la fin de la troiſiéme année lunaire ſe rapproche de la fin de l'année ſolaire. Car la différence entre l'année lunaire commune & la ſolaire étant de 11 jours, ſi la troiſiéme année lunaire étoit commune, elle finiroit 33 jours avant l'année ſolaire. (Je ſuppoſe que la premiere a commencé avec l'année ſolaire.) Mais comme on fait cette troiſiéme année emboliſmique, elle a 30 jours de plus qu'une année commune; par conſéquent elle ne finit que trois jours avant l'année ſolaire. Ainſi la quatriéme année lunaire ne commencera que trois jours avant la quatriéme année ſolaire. On trouvera que les autres années emboliſmiques produiſent le même effet.

Après l'heureuſe découverte de Meton qui avoit fixé le Cycle lunaire à 19 ans, on marquoit à Athenes l'année de ce Cycle par des chifres d'or qui étoient gravés en grand dans la place publique. C'eſt pour cette raiſon que le nombre qui déſigne l'année du Cycle lunaire, eſt encore aujourd'hui appellé le nombre d'or, ou plutôt, parce que dans les Calendriers on écrivoit ces nombres en caracteres d'or.

50. Ces nombres ſervoient à marquer dans le Calendrier les jours de chaque mois auxquels arrivoient les nouvelles Lunes. Ainſi quand on étoit dans la premiere année du Cycle lunaire, le chifre I marquoit dans le Calendrier tous les jours auxquels arrivoit la nouvelle Lune pendant cette année. De même à la ſeconde année le nombre II marquoit tous les jours auxquels tomboient les nouvelles Lunes de cette année : ainſi de ſuite. On avoit donc diſpoſé les nombres d'or dans les anciens Calendriers de maniere qu'ils déſignaſſent les nouvelles Lunes de chaque année du Cycle lunaire: ce qui étoit très-commode, puiſque par ce moyen on pouvoit voir

tout d'un coup, à l'aide d'un Calendrier, non-seulement les jours des nouvelles Lunes de l'année dans laquelle on étoit, mais aussi de toutes les autres, soit passées, soit futures.

51. Nous donnons ici le commencement de l'ancien Calendrier de l'Eglise pour faire voir la maniere dont les Nombres d'Or y étoient disposés. Le Nombre d'Or III répond au 1e de Janvier, parce que dans le tems qu'on a mis les Nombres d'Or dans le Calendrier, c'est-à-dire, vers l'an 530, la nouvelle Lune arrivoit le 1r de Janvier à la troisiéme année du Cycle lunaire. Il y a onze jours de ce mois à côté desquels il n'y a point de Nombre d'Or; ce sont ceux auxquels il n'arrivoit point alors de nouvelles Lunes pendant la révolution du Cycle lunaire. Il en est de même des jours des autres mois qui n'ont point de Nombre d'Or.



CALENDRIER ANCIEN DE L'EGLISE.

JANVIER.			FEVRIER.			MARS.		
Nombres d'Or.	J. du M.	L. D.	Nomb. d'Or.	J. du M.	L. D.	Nomb. d'Or.	J. du M.	L. D.
III	1	A		1	D	III	1	D
	2	B	XI	2	E		2	E
XI	3	C	XIX	3	F	XI	3	F
	4	D	VIII	4	G		4	G
XIX	5	E		5	A	XIX	5	A
VIII	6	F	XVI	6	B	VIII	6	B
	7	G	V	7	C		7	C
XVI	8	A		8	D	XVI	8	D
V	9	B	XIII	9	E	V	9	E
	10	C	II	10	F		10	F
XIII	11	D		11	G	XIII	11	G
II	12	E	X	12	A	II	12	A
	13	F		13	B		13	B
X	14	G	XVIII	14	C	X	14	C
	15	A	VII	15	D		15	D
XVIII	16	B		16	E	XVIII	16	E
VII	17	C	XV	17	F	VII	17	F
	18	D	IV	18	G		18	G
XV	19	E		19	A	XV	19	A
IV	20	F	XII	20	B	IV	20	B
	21	G	I	21	C		21	C
XII	22	A		22	D	XII	22	D
I	23	B	IX	23	E	I	23	E
	24	C		24	F		24	F
IX	25	D	XVII	25	G	IX	25	G
	26	E	VI	26	A		26	A
XVII	27	F		27	B	XVII	27	B
VI	28	G	XIV	28	C	VI	28	C
	29	A					29	D
XIV	30	B				XIV	30	E
III	31	C				III	31	F

52. On s'est enfin apperçu que la méthode de trouver les nouvelles Lunes par les nombres d'or est sujette à erreur, parce qu'il n'est pas vrai, comme l'a cru le célebre Meton, que les nouvelles Lunes reviennent au même moment après dix-neuf années passées : elles arrivent environ une heure & demie plutôt, comme il est facile de le voir : car en multipliant 365 jours 6 heures, qui est la durée de l'année civile, par 19, le produit sera 6939 jours 18 heures. Au lieu que si on multiplie la durée moyenne d'une lunaison, qui est 29 jours, 12 heures, 44 minutes, 3 secondes par 235, qui est le nombre de lunaisons qui arrivent en 19 ans, on ne trouvera au produit que 6939 jours, 16 heures & environ 32 minutes. Or cette différence produit une erreur d'un jour après 16 Cycles & environ $8\frac{1}{2}$ ans, c'est-à-dire, après $312\frac{1}{2}$ ans ; & par conséquent une erreur de deux jours après 625 ans ; ensorte que si la Lune à été nouvelle le 10 du mois de Janvier de quelque année, elle sera nouvelle le 8 après 625 ans. C'est ce qui a obligé pour trouver les nouvelles Lunes d'employer les épactes dont nous parlerons en traitant de la réformation du Calendrier faite par l'ordre de Gregoire XIII.

53. Voici la méthode pour trouver le nombre d'or ou le Cycle lunaire pour une année proposée. Ajoutez 1 à l'année dont il s'agit : ensuite divisez la somme par 19, & le reste de la division sera le nombre d'or de l'année proposée : par exemple, pour trouver le nombre d'or de l'année 1745, il faut d'abord ajouter 1 à 1745, & puis diviser la somme 1746 par 19, le quotient est 91, & le reste 17 est le nombre d'or de l'année 1745.

1°. On ajoute 1 à l'année proposée, parce que le tems de la naissance de notre Seigneur étoit la seconde année du Cycle lunaire ; & par conséquent ce Cycle avoit commencé un an avant cette célebre époque.

2°. Il est clair, après l'explication de la méthode pour trouver le Cycle solaire, qu'en divisant la somme

par 19, le quotient montrera combien il y a eu de Cycles lunaires depuis l'année qui a précedé la venue de notre Seigneur, & que le reste désignera l'année du Cycle qui s'écoule.

54. Ceux qui ont travaillé à la réformation du Calendrier sous Gregoire XIII, ont proposé un nouveau Cycle lunaire qui contient 2500 années Julienes moins huit jours, parce qu'après ces 2500 ans la nouvelle Lune arrive huit jours plutôt qu'elle ne faisoit au commencement du Cycle, comme il paroît en ce qu'elle avance d'un jour en 312 ans & demi. Quoique les réformateurs du Calendrier n'aient pas expressément défini l'époque de ce Cycle, ils ont néanmoins supposé qu'un de ces Cycles avoit fini à l'an 1500: d'où il suit qu'il a commencé mille ans avant notre Seigneur, ensorte que l'année qui a précedé la naissance de notre Seigneur a été la millieme de ce Cycle. Cela posé, l'an 1501 a été la 1re année du Cycle suivant, & l'an 1744 est la 244me année de ce dernier Cycle. En général pour sçavoir à quelle année du Cycle lunaire nouveau répond une année de l'ere chrétienne qui suit 1500, il faut retrancher 1500 du nombre qui exprime cette année, le reste est l'année de ce Cycle, pourvû qu'il n'excede pas 2500; ainsi l'an 1765 sera le 265me du Cycle lunaire, parce qu'en retranchant 1500 de 1765 le reste est 265. Si le reste de la soustraction excede 2500, il faut diviser ce reste par 2500, & le reste de la division sera l'année du Cycle: par exemple l'an 4632 sera le 632me du Cycle lunaire.

Quand on parle du Cycle lunaire, sans spécifier si c'est l'ancien ou le nouveau, il faut toujours entendre l'ancien: c'est la même chose à l'égard du Cycle solaire.

55. Nous allons donner une table pour trouver les nombres d'or depuis la naissance de Notre Seigneur jusqu'à l'an 5600. Quoique cette table soit contenue en deux pages, on doit la regarder comme n'en occupant qu'une

ſeule, parce que les lignes de la ſeconde ſont la continuation des lignes correſpondantes de la premiere. L'on a mis au haut de la table trois rangées qui contiennent les dernieres ou les centiémes années de chaque Siécle. Ces centiémes années ſont marquées de ſuite en allant de la premiere rangée à la ſeconde, & de la ſeconde à la troiſiéme. Au-deſſous de ces trois rangées on a placé les nombres d'or, en autant de colomnes qu'il y a de centiémes années en chacune des rangées. Enfin on a mis à la gauche des nombres d'or toutes les années des Siécles qui ſont entre les centiémes. Cela poſé, voici comment on trouve par cette table le nombre d'or d'une année propoſée. 1°. Si cette année eſt une centiéme, le nombre d'or qui lui appartient eſt le premier de la colomne qui eſt ſous cette centiéme année. Ainſi le nombre d'or de l'année 1700 eſt 10, parce que ce nombre eſt le premier de la colomne qui eſt au-deſſous de 1700. 2°. Si l'année dont on cherche le nombre d'or eſt après une centiéme, par exemple, 1745, on cherchera 45 entre les années marquées à la gauche des nombres d'or : enſuite on regardera dans la colomne qui eſt ſous 1700 quel eſt le nombre d'or qui eſt vis-à-vis de 45 : on trouvera 17 : c'eſt le nombre d'or de 1745.



TABLE DES

pour toutes les années depuis la naissance

Les centiémes Années, c'est-à-dire, les dernieres des Siécles.		0	100	200	300	400	500
		1900	2000	2100	2200	2300	2400
		3800	3900	4000	4100	4200	4300
NOMBRES							
		1.	6.	11.	16.	2.	7.
1. 20. 39.	58. 77. 96.	2.	7.	12.	17.	3.	8.
2. 21. 40.	59. 78. 97.	3.	8.	13.	18.	4.	9.
3. 22. 41.	60. 79. 98.	4.	9.	14.	19.	5.	10.
4. 23. 42.	61. 80. 99.	5.	10.	15.	1.	6.	11.
5. 24. 43.	62. 81.	6.	11.	16.	2.	7.	12.
6. 25. 44.	63. 82.	7.	12.	17.	3.	8.	13.
7. 26. 45.	64. 83	8.	13.	18.	4.	9.	14.
8. 27. 46.	65. 84.	9.	14.	19.	5.	10.	15.
9. 28. 47.	66. 85.	10.	15.	1.	6.	11.	16.
10. 29. 48.	67. 86.	11.	16.	2.	7.	12.	17.
11. 30. 49.	68. 87.	12	17.	3.	8.	13.	18.
12. 31. 50.	69. 88.	13.	18.	4.	9.	14.	19.
13. 32. 51.	70. 89.	14.	19.	5.	10.	15.	1.
14. 33. 52.	71. 90.	15.	1.	6.	11.	16.	2.
15. 34. 53.	72. 91.	16.	2.	7.	12.	17.	3.
16. 35. 54.	73. 92.	17.	3.	8	13.	18.	4.
17. 36. 55.	74. 93.	18.	4.	9.	14.	19.	5.
18. 37. 56.	75. 94.	19.	5.	10.	15.	1.	6.
19. 38. 57.	76. 95.	1.	6.	11.	16.	2.	7.

NOMBRES D'OR
de Notre Seigneur jusqu'à 5600.

600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
2500	2600	2700	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600

D'OR.

12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.
13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.
14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.
15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.
16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.
17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.
18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.
19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.
1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.
2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.
3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.
4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.
5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.
6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.
7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.
8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.
9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.
10	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.
11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.
12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.

Les lignes de cette page sont la continuation de celles de la précédente.

De l'Indiction.

56. Les deux Cycles dont nous avons parlé, le solaire & le lunaire, ont pour fondement le mouvement du Soleil & celui de la Lune ; & par conséquent ils ne dépendent pas de la volonté des hommes. Il y en a un troisiéme entierement arbitraire, qu'on appelle le *Cycle de l'Indiction Romaine*, ou simplement *de l'Indiction*, qui est composé de 15 ans. On suppose qu'il a commencé trois ans avant la naissance de notre Seigneur : c'est pourquoi lorsqu'on cherche l'indiction d'une année qui suit cette époque, on ajoute 3 au nombre des années de l'Ere chrétienne, & on divise la somme par 15, le reste, s'il y en a, marque l'indiction de l'année proposée; mais s'il n'y a point de reste, l'indiction est 15. Si, par exemple, on cherche l'indiction pour l'année 1745, on ajoutera 3 à ce nombre, & on divisera la somme 1748, par 15, le quotient sera 116, & le reste 8 : ainsi 8 est l'indiction de l'année 1745.

57. Il paroît par ce qui a été dit ci-dessus, qu'afin d'avoir les trois Cycles, le solaire, le lunaire, & celui de l'indiction pour une des années de l'Ere chrétienne ; il faut ajouter quelque chose au nombre des années depuis la naissance du Sauveur, sçavoir 9 pour le Cycle solaire, 1 pour le Cycle lunaire, & 3 pour l'indiction, parce que la premiere année de l'Ere chrétienne ou de la naissance du Sauveur, étoit la dixiéme du Cycle solaire, la seconde du Cycle lunaire, & la quatriéme de l'indiction.

Des Périodes Victoriene & Juliene.

58. Si on multiplie le Cycle solaire 28 par le Cycle lunaire 19, on aura le produit 532 que l'on appelle la période *Victoriene*, du nom d'un certain *Victorius*, qui après l'avoir trouvée, la publia l'an 457 de l'Ere chrétienne : elle renfermoit avant la réforme du Calendrier

toutes les variétés qui peuvent arriver par rapport aux nouvelles & pleines Lunes, comparées avec les lettres dominicales; en ſorte qu'après 532 ans, les combinaiſons des nouvelles ou pleines Lunes avec les lettres dominicales, revenoient les mêmes qu'elles étoient auparavant. La premiere de ces périodes commence 457 ans avant la naiſſance de notre Seigneur, la ſeconde à l'an 76 de l'Ere chrétienne, la troiſiéme à l'an 608, &c. Un auteur célebre appellé Denis *le petit*, fit uſage de cette période vers l'an 527, pour déterminer le jour qu'il falloit célébrer la Pâque, & on s'en eſt toujours ſervi pour cet effet juſqu'au Pape Gregoire XIII.

59. Il faut remarquer que pendant tout le tems d'une periode Victoriene, c'eſt-à-dire, pendant 532 ans, il ne peut y avoir deux années, dont l'une ait même Cycle ſolaire, & même nombre d'or que l'autre : il ſe peut bien faire que les deux aient même Cycle ſolaire, ou même Cycle lunaire : mais la premiere ne peut avoir en même-tems même Cycle ſolaire, & même Cycle lunaire que la ſeconde. Cela vient de ce que la période Victoriene eſt le produit des Cycles entiers 28 & 19. Nous diſons *Cycles entiers*, parce que le mot *Cycle* ſe prend non-ſeulement pour la révolution entiere, par exemple, de 28 ans s'il s'agit du Cycle ſolaire; mais auſſi pour les différentes années de la révolution, comme quand on dit que le Cycle ſolaire de 1745 ſera 18. Nous avons pris déja pluſieurs fois le mot de Cycle dans ce dernier ſens.

60. La période *Juliene* eſt faite à l'imitation de la Victoriene : c'eſt le produit des trois Cycles 28, 19, 15 : ainſi c'eſt une révolution de 7980 ans, car en multipliant ces trois nombres les uns par les autres, on trouvera au produit 7980. La premiere année de l'Ere chrétienne étoit la 4714me de cette période; & par conſéquent pour trouver à quelle année de la période Juliene répond chaque année de l'Ere chrétienne, il faut ajou-

ter 4713 à l'année proposée, la somme sera ce que l'on cherche. Par exemple, si on ajoute 4713 à 1745, la somme 6458 sera l'année de la période Juliene qui répond à l'an 1745 de l'Ere chrétienne.

61. L'année de la naissance de notre Seigneur étant la 4714me de la période Juliene, il faut que l'on suppose qu'elle ait commencé plus de 700 ans avant la création du monde, puisque selon l'opinion commune des Chronologistes, N. S. J. C. est né environ 4000 ans après la création. Joseph Scaliger qui est l'inventeur de cette période, a cru qu'elle pouvoit servir à ôter la confusion qui se trouve dans la Chronologie, parce qu'on peut rapporter toutes les époques & tous les événemens à quelques années de cette période, & qu'ainsi elle peut servir comme de mesure commune pour tous les siécles depuis le commencement du monde.

62. Comme dans une période Victoriene il ne peut y avoir deux années qui aient même Cycle solaire, & même Cycle lunaire; de même dans la période Juliene, c'est-à-dire, dans l'espace de 7980 ans il ne peut se rencontrer deux années, dont l'une ait ensemble même Cycle solaire, même Cycle lunaire, & même Indiction que l'autre: c'est pourquoi ces trois Cycles étant donnés, on peut trouver l'année de la période Juliene à laquelle ils appartiennent. Nous ne donnerons pas ici cette méthode, parce qu'elle pourroit embarrasser ceux qui n'ont pas quelque habitude avec l'Algébre, & que d'ailleurs on en retireroit peu d'avantage.

DE LA RÉFORMATION DU CALENDRIER ANCIEN.

63. Il y avoit deux défauts notables dans le Calendrier ancien: le premier étoit que l'année astronomique est plus courte que ne l'avoit supposé Jules-Cesar: car elle n'est que de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes, & non pas de 365 jours 6 heures, comme on l'avoit cru. Ainsi l'erreur est de 11 minutes. Or ces 11 minutes

minutes font environ 24 heures en 134 ans : en forte qu'après ces 134 ans l'équinoxe arrive un jour plutôt qu'avant ce tems, en faisant l'année de 365 jours 6 heures : c'est pourquoi sous le Pontificat de Gregoire XIII, vers l'an 1580, l'équinoxe du printems, qui du tems du Concile de Nicée célébré en l'an 325, tomboit au 21 de Mars, arrivoit pour lors au 11 de ce mois. Ainsi les 11 minutes de différence avoient produit une erreur de 10 jours entiers.

64. Il fut facile d'ôter cette erreur en retranchant 10 jours de l'année civile : & c'est ce qui se fit à Rome l'an 1582 au mois d'Octobre : car le jour qui suit la Saint François, c'est-à-dire, le 5 de ce mois fut compté pour le 15 : ainsi on supprima dix jours de ce mois : & par-là l'équinoxe du printems revint au 21 de Mars, parce que par la suppression de dix jours on compta le 21 de Mars dix jours plutôt qu'on n'auroit fait sans cela : de même que l'on compta le 15 d'Octobre dix jours avant qu'on ne l'auroit compté en suivant l'ancien usage.

65. Mais pour empêcher que l'on ne tombât dans la suite dans le même inconvénient, on résolut de retrancher ce qu'il y avoit de trop dans l'année Juliene, c'est-à-dire, un jour sur 134 ans, & par conséquent trois jours sur 400 ans. On ordonna donc que sur 400 ans les dernieres années des trois premiers siécles ne seroient pas bissextiles, & qu'il n'y auroit que la derniere du quatriéme siécle qui le seroit. Par exemple, l'an 1700 n'a pas été bissextile : 1800 ni 1900 ne le seront pas non plus, mais l'an 2000 le sera. Ainsi comme, selon Jules-Cesar la derniere de quatre années consécutives est la seule qui soit bissextile : de même aussi, selon le Pape Grégoire XIII, sur quatre centiémes années il n'y a que la derniere qui soit bissextile. Par ce moyen on retranche 3 jours en 400 ans : car, selon le Calendrier de Jules-Cesar, la centiéme, c'est-à-dire, la derniere année de chaque siécle, devoit toujours être bis-

sextile. Voilà comme on a remedié au premier défaut du Calendrier.

66. Il paroît par ce que nous venons de dire que l'on compte aujourd'hui onze jours de plus que l'on ne compteroit sans la correction qui a été faite par les ordres du Pape Gregoire XIII, à cause des dix jours que l'on supprima tout d'un coup en 1582, & de celui que l'on a retranché en 1700. Aussi les Anglois qui n'ont pas voulu recevoir la réforme du Calendrier, comptent onze jours de moins que nous, en sorte que le jour qui est, par exemple, le 21 du mois n'est compté chez eux que pour le 10, & par conséquent les 11 premiers jours de chaque mois sont comptés chez eux pour les onze derniers du mois précedent. Afin de distinguer ces deux manieres différentes de compter les jours des mois, celle que conservent encore les Anglois est appellée *vieux stile*, & celle qui est en usage chez tous les peuples qui professent la Religion Catholique, s'appelle *nouveau stile* : les Protestans d'Allemagne ont enfin reçu le nouveau stile en 1700, quoiqu'il ait été reglé & prescrit par un Pape.

67. Le second défaut du Calendrier ancien, c'est que les nouvelles lunes n'étoient pas indiquées exactement par les nombres d'or qui avoient été placés dans le Calendrier vers l'an 530 de Notre Seigneur : mais elles précédoient de quatre jours celui auquel elles étoient marquées : par exemple, la nouvelle lune qui étoit marquée au 5 de Janvier, arrivoit au premier de ce mois. Cela vient de ce que la durée de 235 lunaisons contenues en 19 ans, est un peu plus courte que les 19 années : car il arrive de-là, comme nous avons dit, qu'après 625 ans la nouvelle lune tombe deux jours plutôt qu'auparavant. Et si 625 ans font une erreur de deux jours, 1250 ans ont du produire une erreur de 4 jours. Or il faut compter environ 1250 ans jusqu'au tems de Gregoire XIII : car qnoique les nombres d'or

aient été placés dans le Calendrier vers l'an 530, on les a néanmoins diſpoſés comme on auroit fait du tems du Concile de Nicée tenu en 325.

68. Il paroîtroit donc qu'il auroit fallu remettre les nombres d'or quatre ſiéges plus haut, c'eſt-à-dire, 4 jours plutôt qu'ils n'étoient, afin qu'ils indiquaſſent au juſte les nouvelles lunes. Mais le retranchement de dix jours, dont nous avons parlé, obligeoit au contraire de faire deſcendreles nombres d'or dix places au-deſſous de celles qu'ils occupoient: par exemple, ceux qui étoient au 5 & au 6 de Janvier devoient être remis au 15 & au 16 de ce mois. La raiſon de cela, c'eſt que les deux jours qui ſans la réforme auroient été appellés le 5 & le 6 Janvier, ſont devenus par cette réforme le 15 & le 16: de même que le jour du mois d'Octobre qui auroit été appellé le 5 fut compté pour le 15. Ainſi, puiſque d'un côté il falloit remonter les nombres d'or de quatre jours vers le commencement de chaque mois, & que de l'autre il falloit les faire deſcendre de dix jours vers la fin, il s'enſuit qu'en faiſant une juſte compenſation, il falloit les abbaiſſer ſeulement de ſix ſiéges: & par conſéquent ceux qui répondoient avant la réforme au 5 & au 6 de Janvier devoient être remis au 11 & au 12. Ainſi de tous les autres nombres d'or à proportion.

69. Il n'auroit pas été difficile de remettre les nombres d'or ſix ſiéges au-deſſous de ceux qu'ils occupoient, afin qu'ils indiquaſſent éxactement les nouvelles lunes: mais le Calendrier auroit encore eu bien-tôt beſoin d'une nouvelle réforme, ſi on n'avoit fait d'autre changement. Car 1°. toutes les fois qu'on auroit retranché un jour dans l'année à la fin d'un ſiécle, il auroit fallu abbaiſſer les nombres d'or d'un ſiége, comme il paroît par ce que nous venons de dire touchant le retranchement des dix jours. Or Gregoire XIII ordonnoit qu'on retrancheroit un jour ſur chaque centiéme année, excepté la quatriéme. 2°. Il auroit fallu au contraire re-

monter les nombres d'or d'un jour au bout de 312 ans & demi, parce que, après ce nombre d'années, les nouvelles lunes arrivent un jour plutôt qu'auparavant, comme nous l'avons fait voir.

70. Lorſque la nouvelle lune arrive un jour plus tard qu'auparavant, les Aſtronomes appellent ce retardement *Métemptoſe* ou *équation ſolaire* : & au contraire ils nomment *proemptoſe* ou *équation lunaire* l'anticipation de la nouvelle lune, c'eſt-à-dire, quand elle arrive un jour plutôt qu'auparavant.

71. Après ce que nous avons dit, on voit que les nombres d'or n'étoient pas propres pour en faire un Calendrier perpétuel : auſſi tous les Aſtronomes aſſemblés à Rome par ordre du Pape, en convenoient : mais ils ne pouvoient rien imaginer pour corriger le ſecond défaut du Calendrier : c'eſt pourquoi ils étoient extrêmement embarraſſés ſur ce ſujet lorſque l'on préſenta au Pape l'ouvrage d'un ſçavant Aſtronome & Médecin de Rome, appellé Aloyſius-Lilius, qui dans ſon Livre avoit propoſé un moyen ſimple & aiſé de faire un Calendrier perpétuel, qui indiquât les nouvelles lunes pour tous les jours de chaque année : c'eſt ce que nous allons expliquer.

DES ÉPACTES.

72. Le moyen que propoſa Aloyſius pour faire un Calendrier perpétuel, étoit les Epactes, qui ſont trente nombres, que l'on écrit en chifres Romains à côté des jours du mois, comme on plaçoit autrefois les nombres d'or. Mais il y a cette différence entre les épactes & les nombres d'or, qu'il y a des épactes vis-à-vis de tous les jours du mois : les nombres d'or au contraire ne ſe trouvoient que vis-à-vis de quelques jours du mois, je veux dire autant de jours qu'il arrivoit de nouvelles lunes dans ce mois pendant les 19 ans du Cycle lunaire : il n'y avoit, par exemple, dans le mois de Janvier que

20 jours qui eussent des nombres d'or : c'est même pour ce sujet que ces nombres étoient insuffisans pour marquer les nouvelles lunes : car il est clair qu'à cause de la metemptose & de la proemptose, il n'y a point de jour dans le mois auquel la nouvelle lune ne puisse arriver.

73. Les épactes ont été placées à côté des jours du mois dans un ordre rétrograde, en sorte que l'*asterisme* * qui tient lieu de l'épacte XXX, est à côté du premier jour de Janvier ; ensuite l'épacte XXIX est placée à côté du second, après quoi se trouve XXVIII vis-à-vis du troisiéme jour, ainsi de suite jusqu'à l'épacte I qui répond au 30 de ce mois. Après cela revient l'asterisme * qui répond au 31, & ensuite XXIX à côté du premier Février, puis XXVIII à côté du second ; ainsi de suite en gardant toujours le même ordre.

74. Les 30 épactes ainsi disposées répondent à 30 jours ; & par conséquent elles désignent les 30 jours des mois lunaires qui sont pleins : mais parce qu'il y en a six dans l'année qui sont caves, c'est-à-dire, de 29 jours, on a mis ensemble les deux épactes XXV & XXIV, ensorte qu'elles répondent à un même jour dans six différens mois, sçavoir au 5 Février, au 5 Avril, au 3 Juin, au 1 Août, au 29 Septembre & au 27 Novemb. Par ce moyen les trente épactes ne répondent qu'à 29 jours dans ces six mois.

75. On a donné le nom d'épactes à ces 30 nombres, parce que celui qui sert pour chaque année désigne l'épacte de cette année. Or l'épacte n'est autre chose que le nombre de jours dont la lune précede le commencement de l'année civile. Par exemple, il y a 15 jours d'épacte cette année 1744, parce que la lune avoit 15 jours quand cette année a commencé. C'est donc pour cela que l'épacte de l'année 1744 est XV. Pareillement l'épacte de 1746 sera VII, parce que la Lune aura 7 jours quand l'année 1746 commencera.

On peut dire auſſi que l'épacte d'une année déſigne le nombre de jours qui reſtoient au mois de Décembre précédent après la lune qui s'eſt terminée dans ce mois. Cela revient au même que la définition précédente.

76. L'épacte vient de ce que l'année ſolaire eſt plus grande que la lunaire : la premiere étant de 365 jours, & la ſeconde de 354 ſeulement. C'eſt pour cela que l'on dit ſouvent que l'épacte eſt l'excès de l'année ſolaire ſur l'année lunaire : mais cette notion de l'épacte peut cauſer de l'embarras & de la confuſion dans l'eſprit, parce qu'il ſembleroit par-là que l'épacte doit toujours être la même, d'autant que l'excès de l'année ſolaire ſur l'année lunaire eſt toujours onze.

77. L'uſage de l'épacte de chaque année conſiſte donc à indiquer les jours auxquels arrivent les nouvelles lunes pendant le cours de l'année. Prenons pour exemple VII qui eſt l'épacte de 1746 : elle ſe trouve à côté du 24 Janvier, du 22 Février, du 24 Mars, du 22 Avril, du 22 Mai, &c. Ainſi la nouvelle lune ſera indiquée pour tous ces jours en 1746. Il faut cependant remarquer que le plus ſouvent la nouvelle lune arrive deux jours avant celui qui eſt marqué par l'épacte, quelquefois même trois jours : d'autres fois un jour : mais elle arrive fort rarement le même jour.

78. On demandera peut-être, pourquoi l'épacte * qui tient lieu de XXX, répond au premier Janvier, enſuite XXIX au 2 de ce mois, XXVIII au 3, XXVII au 4, ainſi de ſuite dans un ordre rétrograde. Je réponds que c'eſt afin que ces nombres puiſſent marquer l'épacte, c'eſt-à-dire, le nombre des jours de la Lune au commencement de l'année pendant laquelle ils indiquent les nouvelles Lunes ; prenons pour exemple l'épacte XXIX : je dis qu'elle doit répondre au 2 Janvier. Quand la derniere lunaiſon d'une année finit au 2 Décembre, comme il reſte encore 29 jours juſqu'à la fin du mois, l'épacte de l'année ſuivante doit être XXIX.

Or il eſt néceſſaire que cette épacte ſoit placée au 2 Janvier pour marquer la nouvelle Lune, parce que la lunaiſon qui eſt composée de 30 jours, ayant commencé le 3 Décembre, il faut qu'elle finiſſe au premier Janvier, Il paroît donc que l'épacte XXIX doit être placée au 2 Janvier, afin de marquer le jour de la nouvelle Lune. Par une raiſon ſemblable, l'épacte XXVIII doit répondre au 3 Janvier : car lorſque la derniere Lune d'une année finit au 3 Décembre, il reſte encore 28 jours juſqu'à la fin de ce mois : l'épacte de l'année ſuivante ſera donc XXVIII. Or il faut qu'elle ſoit placée au 3 Janvier, parce que la Lune ayant commencé au 4 Décembre, il faut qu'elle finiſſe au 2 Janvier, & qu'ainſi la ſuivante commence au 3. On prouvera de même que les autres épactes doivent être diſpoſées dans un ordre rétrograde, afin qu'elles puiſſent marquer combien la Lune à de jours quand l'année commence.

79. On demandera auſſi pourquoi on a placé * au lieu de XXX au premier Janvier. Pour répondre à cette queſtion, il faut faire attention que l'épacte d'une année marque le nombre de jours qui reſtoient du mois de Décembre précédent, après la fin de la Lune qui s'eſt terminée dans ce mois. Or il peut arriver qu'il y ait une Lune qui ſe termine au premier Décembre, & une autre au 31. Si on a égard à celle qui ſe termine au premier Décembre, l'épacte de l'année ſuivante doit être XXX, parce qu'il reſte 30 jours après le premier de ce mois juſqu'à la fin. Mais ſi on a égard à la Lune qui ſe termine au dernier jour du mois, l'épacte de l'année ſuivante doit être zero. Ainſi pour indiquer la nouvelle Lune qui tombe au premier Janvier, il faudroit mettre à ce jour XXX par rapport à la premiere Lune, & o, par rapport à la derniere : mais au lieu de XXX & de o, on a mis l'aſteriſme * qui peut également ſignifier 30 & o.

80. Enfin on trouvera l'épacte 19 placée à côté de l'épacte XX au 31 Décembre ; elle ſert ſeulement lorſ-

que l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Dans cette année qui est la derniere des sept embolismiques à cause du nombre d'or XIX, la Lune qui commence au second jour de Décembre où se trouve l'épacte XIX, doit finir au 30 du mois, puisque cette Lune ne contient que 29 jours (art. 49) : par conséquent la nouvelle Lune doit être le 31. Ainsi l'épacte 19 doit aussi se trouver à côté de ce jour. D'ailleurs comme on suppose que l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or XIX, pour avoir l'épacte de l'année suivante, il faut ajouter 12 à 19 comme nous le dirons dans la suite, & ôter 30 de la somme 31, le reste 1 sera l'épacte de cette année. Or l'épacte I ne se rencontre pas avant le 30 de Janvier: c'est pourquoi si on n'avoit pas placé 19 au 31 Décembre, il n'y auroit point eu de nouvelle Lune indiquée dans le Calendrier depuis le 2 Décembre jusqu'au 30 Janvier suivant: ce qui est absurde.

81. Au reste il n'y a pas lieu de craindre qu'il y ait deux nouvelles Lunes indiquées au 31 Décembre, pendant la révolution d'un Cycle lunaire, à cause des deux épactes 19 & XX qui répondent à ce jour, parce que l'épacte XX ne se trouve pas dans la suite des épactes où XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Cette suite unique est marquée D dans la Table étendue des épactes dont nous parlerons ci-après. La derniere fois que l'épacte XIX a concouru avec le nombre d'or XIX, a été en 1690 : & cela n'arrivera pas avant 8500.

En expliquant la construction de la Table étendue des épactes, nous dirons pourquoi on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois où les deux épactes XXV & XXIV répondent au même jour, & à côté de XXV dans les autres mois. Voici le Calendrier de Gregoire XIII, qui est présentement en usage dans tous les Pays Catholiques. Il y a trois colomnes pour chaque mois; la premiere contient les Epactes, la seconde les Jours du mois, la troisiéme les Lettres dominicales.

Calendrier de Grégoire XIII.

Janvier.			*Février.*			*Mars.*		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
*	1	A	XXIX	1	D	*	1	D
XXIX	2	B	XXVIII	2	E	XXIX	2	E
XXVIII	3	C	XXVII	3	F	XXVIII	3	F
XXVII	4	D	25. XXVI	4	G	XXVII	4	G
XXVI	5	E	XXV. XXIV	5	A	XXVI	5	A
25. XXV	6	F	XXIII	6	B	25. XXV	6	B
XXIV	7	G	XXII	7	C	XXIV	7	C
XXIII	8	A	XXI	8	D	XXIII	8	D
XXII	9	B	XX	9	E	XXII	9	E
XXI	10	C	XIX	10	F	XXI	10	F
XX	11	D	XVIII	11	G	XX	11	G
XIX	12	E	XVII	12	A	XIX	12	A
XVIII	13	F	XVI	13	B	XVIII	13	B
XVII	14	G	XV	14	C	XVII	14	C
XVI	15	A	XIV	15	D	XVI	15	D
XV	16	B	XIII	16	E	XV	16	E
XIV	17	C	XII	17	F	XIV	17	F
XIII	18	D	XI	18	G	XIII	18	G
XII	19	E	X	19	A	XII	19	A
XI	20	F	IX	20	B	XI	20	B
X	21	G	VIII	21	C	X	21	C
IX	22	A	VII	22	D	IX	22	D
VIII	23	B	VI	23	E	VIII	23	E
VII	24	C	V	24	F	VII	24	F
VI	25	D	IV	25	G	VI	25	G
V	26	E	III	26	A	V	26	A
IV	27	F	II	27	B	IV	27	B
III	28	G	I	28	C	III	28	C
II	29	A				II	29	D
I	30	B				I	30	E
*	31	C				*	31	F

AVRIL.			MAI.			JUIN.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXIX	1	G	XXVIII	1	B	XXVII	1	E
XXVIII	2	A	XXVII	2	C	25. XXVI	2	F
XXVII	3	B	XXVI	3	D	XXV. XXIV	3	G
25. XXVI	4	C	25. XXV	4	E	XXIII	4	A
XXV. XXIV	5	D	XXIV	5	F	XXII	5	B
XXIII	6	E	XXIII	6	G	XXI	6	C
XXII	7	F	XXII	7	A	XX	7	D
XXI	8	G	XXI	8	B	XIX	8	E
XX	9	A	XX	9	C	XVIII	9	F
XIX	10	B	XIX	10	D	XVII	10	G
XVIII	11	C	XVIII	11	E	XVI	11	A
XVII	12	D	XVII	12	F	XV	12	B
XVI	13	E	XVI	13	G	XIV	13	C
XV	14	F	XV	14	A	XIII	14	D
XIV	15	G	XIV	15	B	XII	15	E
XIII	16	A	XIII	16	C	XI	16	F
XII	17	B	XII	17	D	X	17	G
XI	18	C	XI	18	E	IX	18	A
X	19	D	X	19	F	VIII	19	B
IX	20	E	IX	20	G	VII	20	C
VIII	21	F	VIII	21	A	VI	21	D
VII	22	G	VII	22	B	V	22	E
VI	23	A	VI	23	C	IV	23	F
V	24	B	V	24	D	III	24	G
IV	25	C	IV	25	E	II	25	A
III	26	D	III	26	F	I	26	B
II	27	E	II	27	G	*	27	C
I	28	F	I	28	A	XXIX	28	D
*	29	G	*	29	B	XXVIII	29	E
XXIX	30	A	XXIX	30	C	XXVII	30	F
			XXVIII	31	D			

CALENDRIER DE GRÉGOIRE XIII.

JUILLET.			AOUST.			SEPTEMBRE.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXVI	1	G	xxv. xxiv	1	C	XXIII	1	F
25. XXV	2	A	XXIII	2	D	XXII	2	G
XXIV	3	B	XXII	3	E	XXI	3	A
XXIII	4	C	XXI	4	F	XX	4	B
XXII	5	D	XX	5	G	XIX	5	C
XXI	6	E	XIX	6	A	XVIII	6	D
XX	7	F	XVIII	7	B	XVII	7	E
XIX	8	G	XVII	8	C	XVI	8	F
XVIII	9	A	XVI	9	D	XV	9	G
XVII	10	B	XV	10	E	XIV	10	A
XVI	11	C	XIV	11	F	XIII	11	B
XV	12	D	XIII	12	G	XII	12	C
XIV	13	E	XII	13	A	XI	13	D
XIII	14	F	XI	14	B	X	14	E
XII	15	G	X	15	C	IX	15	F
XI	16	A	IX	16	D	VIII	16	G
X	17	B	VIII	17	E	VII	17	A
IX	18	C	VII	18	F	VI	18	B
VIII	19	D	VI	19	G	V	19	C
VII	20	E	V	20	A	IV	20	D
VI	21	F	IV	21	B	III	21	E
V	22	G	III	22	C	II	22	F
IV	23	A	II	23	D	I	23	G
III	24	B	I	24	E	*	24	A
II	25	C	*	25	F	XXIX	25	B
I	26	D	XXIX	26	G	XXVIII	26	C
*	27	E	XXVIII	27	A	XXVII	27	D
XXIX	28	F	XXVII	28	B	25. XXVI	28	E
XXVIII	29	G	XXVI	29	C	xxv. xxiv	29	F
XXVII	30	A	25. XXV	30	D	XXIII	30	G
25. XXVI	31	B	XXIV	31	E			

OCTOBRE.			NOVEMBRE.			DÉCEMBRE.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXII	1	A	XXI	1	D	XX	1	F
XXI	2	B	XX	2	E	XIX	2	G
XX	3	C	XIX	3	F	XVIII	3	A
XIX	4	D	XVIII	4	G	XVII	4	B
XVIII	5	E	XVII	5	A	XVI	5	C
XVII	6	F	XVI	6	B	XV	6	D
XVI	7	G	XV	7	C	XIV	7	E
XV	8	A	XIV	8	D	XIII	8	F
XIV	9	B	XIII	9	E	XII	9	G
XIII	10	C	XII	10	F	XI	10	A
XII	11	D	XI	11	G	X	11	B
XI	12	E	X	12	A	IX	12	C
X	13	F	IX	13	B	VIII	13	D
IX	14	G	VIII	14	C	VII	14	E
VIII	15	A	VII	15	D	VI	15	F
VII	16	B	VI	16	E	V	16	G
VI	17	C	V	17	F	IV	17	A
V	18	D	IV	18	G	III	18	B
IV	19	E	III	19	A	II	19	C
III	20	F	II	20	B	I	20	D
II	21	G	I	21	C	*	21	E
I	22	A	*	22	D	XXIX	22	F
*	23	B	XXIX	23	E	XXVIII	23	G
XXIX	24	C	XXVIII	24	F	XXVII	24	A
XXVIII	25	D	XXVII	25	G	XXVI	25	B
XXVII	26	E	25. XXVI	26	A	25. XXV	26	C
XXVI	27	F	XXV. XXIV	27	B	XXIV	27	D
25. XXV	28	G	XXIII	28	C	XXIII	28	E
XXIV	29	A	XXII	29	D	XXII	29	F
XXIII	30	B	XXI	30	E	XXI	30	G
XXII	31	C					31	A

82. Après ce que nous avons dit touchant les Epactes, il n'eſt pas difficile de trouver l'épacte d'une année lorſque l'on connoît celle de l'année précédente : car pour avoir l'épacte d'une année, il ſuffit d'ajouter onze à celle de l'année précédente ; & ſi la ſomme n'excede pas 30, ce ſera l'épacte cherchée ; mais quand la ſomme ſurpaſſe 30, il faut ôter 30, & le reſte eſt l'épacte de l'année propoſée. Par exemple, pour avoir l'épacte de 1745, j'ajoute 11 à celle de 1744, qui eſt XV, & la ſomme XXVI eſt l'épacte cherchée : mais ſi je voulois avoir l'épacte de 1746, après avoir ajouté 11 à l'épacte de 1745, il faudroit retrancher 30 de la ſomme 37, & le reſte VII ſeroit l'épacte de 1746. Cette méthode ſouffre exception dans un cas qui eſt lorſque le nombre d'or eſt I : car pour lors il faut ajouter 12 à la derniere épacte. Ainſi comme le nombre d'or de 1748 eſt I, il faut ajouter 12 à XVIII épacte de 1747 : & la ſomme XXX ou plutôt l'aſteriſme * que l'on a mis à la place de XXX, eſt l'épacte de 1748.

83. Voici la raiſon pourquoi on retranche 30, lorſque la ſomme ſurpaſſe le nombre de 30. Les 11 unités que l'on ajoute chaque année à l'épacte de l'année précédente viennent de ce que l'année ſolaire eſt plus grande de 11 jours que l'année lunaire. Or ces 11 jours ajoutés les uns aux autres, forment les 7 mois emboliſmiques d'un Cycle lunaire qui ſont composés de 30 jours. Il faut donc que l'on retranche toujours 30 jours de la ſomme qui vient en ajoutant 11 chaque année, au lieu de retrancher alternativement 30 & 29 jours.

84. On remarquera cependant que les 11 jours ajoutés chaque année ne font que 19 fois 11 jours ou 209 jours pendant le cours du Cycle lunaire. Or ces 209 jours font 7 mois emboliſmiques, dont les 6 premiers ſont de 30 jours, mais le dernier n'eſt que de 29 jours. Ainſi il ſemble que ſur la fin du Cycle lunaire, on ne devroit retrancher que 29 de la ſomme pour le dernier mois emboliſmique.

85. Il faut avouer que le dernier retranchement qui n'a été établi que pour garder l'uniformité, produit une erreur, en ce que cela diminue d'une unité le reste de la soustraction : mais ce défaut est aussi-tôt réparé, parce qu'au lieu d'ajouter seulement 11 à l'épacte de la derniere année du Cycle, on ajoutera 12. Cette addition de 12 au lieu de 11, se doit donc faire dans chaque année qui a I pour nombre d'or : c'est ce que l'on a fait en 1710 & en 1729, & que l'on fera en 1748, 1767, &c. parce que toutes ces années ont I pour nombre d'or.

86. Nous ajouterons une méthode de trouver l'épacte d'une année, quoiqu'on ne connoisse pas celle de l'année précédente. Il faut multiplier 11 par le nombre des années qui se sont écoulées depuis 1700, en commençant par 1701, jusques & compris l'année dont on cherche l'épacte : puis on ajoutera 9 au produit, & de plus, autant d'unités que le nombre d'or I est revenu de fois depuis 1700 jusqu'à l'année proposée inclusivement. Enfin on divisera la somme par 30, le reste de la division sera l'épacte qu'on cherche. S'il n'y avoit point de reste après la division, l'épacte de l'année proposée seroit XXX, ou plutôt l'asterisme * qui tient la place de XXX. Par exemple, pour trouver l'épacte de 1745, je multiplie 11 par 45, le produit est 495 : ensuite j'ajoute à ce produit 9, & de plus 2 parce que depuis 1700, il y a eu deux années qui ont eu le nombre d'or I, sçavoir 1710 & 1729 : enfin je divise la somme 506 par 30, il reste 26 : d'où je conclus que l'épacte de 1745 est XXVI.

87. On voit bien que la raison pourquoi on multiplie 11 par le nombre des années qui se sont passées après 1700, c'est que chaque année on ajoute 11 à l'épacte de l'année précédente : mais on n'apperçoit pas si aisément pourquoi on ajoute 9 & 2 au produit ; en voici la raison. En multipliant 11 par 45, dans notre

exemple, on suppose que l'épacte de la premiere année, c'est-à-dire, de 1701 est 11, & que l'épacte des autres années se trouve en ajoutant toujours 11 à l'épacte de l'année précédente. Or l'épacte de 1701 est XX; ainsi elle a neuf unités de plus que 11: & c'est pour cela qu'il faut ajouter 9 au produit de 11 par 45. De plus on ajoute aussi autant de fois l'unité, qu'il y a eu d'années depuis 1700 qui ont eu pour nombre d'or I, parce que dans ces années il faut ajouter 12 au lieu de 11 à l'épacte de l'année précédente. Par cette raison il faudra ajouter 3 au produit pour l'année 1748 & les suivantes, parce que le nombre d'or de 1748 est aussi I. Pareillement il faudra ajouter quatre au produit pour l'année 1767 & les suivantes: car le nombre d'or I revient de 19 en 19 ans. Pour ce qui est de la derniere opération de la méthode, je veux dire la division, il est clair qu'on divise par 30 la somme qui vient après les deux additions dont on vient de parler, parce qu'on retranche 30 quand après avoir ajouté 11 à l'épacte de la derniere année, la somme surpasse 30.

88. On peut se servir de cette méthode sans aucun autre changement jusqu'à l'année 1900. Mais cette année là même, il y aura une métemptose, c'est-à-dire, que la nouvelle Lune tombera un jour plus tard qu'elle ne sera arrivée auparavant. Et par-là l'épacte sera moindre d'une unité cette année & les suivantes, qu'elle n'auroit été sans la métemptose. Mais on trouvera encore plus facilement l'épacte de chaque année pour tous les siécles, soit antérieurs, soit postérieurs par le moyen de la Table étendue des Epactes, dont nous allons parler.

89. Voici comment on a formé cette Table: on a mis au haut les 19 nombres d'or du Cycle lunaire, en commençant par I, II, III, Sous chacun de ces nombres on a placé une colomne de 30 épactes; il y a donc 19 de ces colomnes, & par conséquent

la Table contient trente ſuites ou *ſeries* horiſontales de dix-neuf épactes chacune : ces ſuites ſont appellées Cycles des épactes. L'ordre des épactes contenues dans chaque colomne eſt en allant de bas en haut, enſorte que la premiere épacte de chaque colomne eſt en bas, la ſeconde au-deſſus ; ainſi de ſuite. La premiere colomne au haut de laquelle eſt le nombre d'or I, a pour premiere épacte I, la ſeconde eſt II, la troiſiéme III, la quatriéme IV, &c. La ſeconde colomne eſt formée de la premiere en ajoutant onze à chaque épacte de cette premiere colomne, & en retranchant trente toutes les fois que la ſomme eſt plus grande que trente. On forme de même la troiſiéme par la ſeconde, la quatriéme par la troiſiéme ; ainſi des autres. Mais il ſuffit d'avoir la premiere épacte de chaque colomne pour voir tout d'un coup quelles doivent être les autres de la même colomne, parce qu'elles vont de bas en haut ſelon la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. en recommençant à compter I après l'étoile* qui tient la place de XXX. Ainſi on a formé la ſeconde colomne en ajoutant d'abord onze à I qui eſt la premiere épacte de la premiere colomne, ce qui a donné XII pour la premiere épacte de la ſeconde colomne. D'où l'on voit que la ſeconde épacte eſt XIII, la troiſiéme XIV, &c. Pareillement ſi on ajoute onze à la premiere épacte de la ſeconde colomne, la ſomme XXIII ſera la premiere épacte de la troiſiéme colomne ; ainſi la ſeconde épacte ſera XXIV, la troiſiéme XXV. Il faut pourtant remarquer que la premiere colomne au haut de laquelle ſe trouve le nombre d'or I, a été compoſée en ajoutant douze au lieu de onze à chaque épacte de la précédente qui eſt la 19me. Par exemple, on a ajouté douze à XIX, premiere épacte de la 19me colomne, enſuite on a retranché 30 de la ſomme 31, & on a pris le reſte I pour la premiere épacte de la premiere colomne.

90. Les trente ſuites horiſontales des épactes ſont

indiquées par autant de lettres appellées *indices*, qui ſont à la gauche des épactes : il y en a dix-neuf en petits caracteres, & onze en grands. On a omis quelques-unes des lettres de l'alphabet, afin d'éviter l'équivoque qu'elles auroient pu cauſer ; par exemple, on n'a pas mis le grand I de peur de le confondre avec le petit l. Il en eſt de même de K en grand par rapport à k en petit. On n'a pas non plus employé L en grand, parce qu'on ſe ſert quelquefois de cette lettre pour ſignifier 50. De même on auroit pu prendre la lettre O pour zero.

91. On peut remarquer qu'on a mis 25 au lieu de XXV dans toutes les colomnes dont les nombres d'or ſurpaſſent XI ; mais on a mis XXV dans les autres colomnes. Cette précaution eſt relative à la diſpoſition des épactes dans le Calendrier où l'on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois qui ont les deux épactes XXV & XXIV, ſituées au même ſiége ou au même jour ; mais on a mis 25 à côté de XXV dans les autres mois. Cette diſpoſition des épactes a été inventée, afin que les nouvelles Lunes ne fuſſent pas indiquées pluſieurs fois au même jour dans le Calendrier pendant l'eſpace de dix-neuf ans, qui eſt le tems d'un Cycle lunaire, parce qu'effectivement pendant ce tems-là, deux nouvelles Lunes ne peuvent tomber au même jour. Or par cet artifice qu'on a employé dans la diſpoſition du Calendrier, on évite l'inconvénient dont on vient de parler. Car dans les huit ſuites où les deux épactes vingt-cinq & vingt-quatre ſe trouvent enſemble, au lieu de XXV on a mis 25, qui dans le Calendrier ſe trouve par tout un ſiége plus haut que XXIV : ces huit ſuites ſont celles qui ont les lettres indices b, e, k, n, r, B, E, N. Et pour éviter le même inconvénient par rapport à 25 & à XXVI qui répondent au même ſiége dans ſix mois, on a mis XXV au lieu de 25 dans les huit ſeries qui contiennent les épactes vingt-cinq & vingt-ſix. Ce ſont les ſeries qui ont pour lettres indices c, f, l, p, s, C, F, P,

92. Puiſqu'on a mis 25 au lieu de XXV dans toutes les colomnes dont les nombres d'or ſurpaſſent XI, & XXV dans les autres, il s'enſuit que quand les années ont vingt-cingt d'épactes ; ſi elles ont des nombres d'or plus grands que XI, on doit prendre 25 pour marquer les nouvelles lunes dans le Calendrier : & ſi les années ont des nombres d'or qui n'excedent pas XI, il faut prendre XXV.

93. Les trente ſuites ou ſeries d'épactes contenues dans cette Table, tiennent lieu de trente Calendriers qu'il auroit fallu faire avec les nombres d'or, ſi on avoit voulu garder ces nombres pour indiquer les nouvelles Lunes : enſorte qu'on change la ſuite dont on ſe ſervoit auparavant toutes les fois qu'il auroit fallu changer de Calendrier en retenant les nombres d'or, à cauſe de l'équation ſolaire ou de l'équation lunaire. On a fixé ces changemens aux années qui ſont les centiémes ou les dernieres des ſiécles, non pas qu'on ait marqué un changement à la fin de chaque ſiécle : mais toutes les fois qu'il y en a d'indiqué, c'eſt toujours dans ces années, parce qu'elles ſont plus remarquables que les autres. Les nombres d'or qui ſont au haut de la Table ne ſervent donc plus à marquer les nouvelles Lunes dans le Calendrier, puiſqu'elles ſont indiquées par les épactes ; mais ils ſont deſtinés dans cette Table à montrer l'épacte en uſage dans chaque année. Pour trouver cette épacte par la Table, il faut ſçavoir quelle eſt la ſuite en uſage dans le ſiécle qui renferme l'année propoſée : c'eſt ce que l'on connoîtra par une autre Table dont nous parlerons bien-tôt. Après cela on regardera quelle eſt l'épacte de cette ſuite ou cycle, qui eſt au-deſſous du nombre d'or de la même année : c'eſt l'épacte cherchée. Par exemple, ſi je veux connoître l'épacte de la préſente année 1744, je cherche dans la ſuite C qui eſt en uſage pendant tout ce ſiécle & le ſuivant, quelle eſt l'épacte qui répond au nombre d'or XVI, je trouve que c'eſt XV :

d'où je conclus que l'épacte pour cette année est XV.

La Table qu'on va donner est un peu différente de celle qui se trouve dans les livres qui traitent du Calendrier : on a cru que l'ordre en étoit plus naturel, parce que le premier nombre d'or de cette Teble est I, au lieu que le premier nombre d'or de la Table ordinaire est III. Au reste les Cycles des épactes sont les mêmes dans l'une & dans l'autre Table, & ils se suivent dans le même ordre, comme il est facile de s'en assurer par la suite des lettres indices qui est la même dans les deux Tables, je veux dire la commune & celle-ci.



TABLE DES EPACTES

NOMBRES

EPACTES.

Lettres Indices des trente ſuites ou Cycles des Epactes.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
C	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
B	xxix	x	xxj	ii	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
A	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
u	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
t	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
ſ	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
r	xxiv	v	xvj	xxvij	xiij	xix	*	xj	xxij
q	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
p	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
n	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
m	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
l	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
k	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
i	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
h	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
g	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
f	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
e	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
d	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
c	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
b	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
a	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
P	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
N	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
M	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
H	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
G	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
F	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
E	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
D	ij	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix

ETENDUE DES NOUVELLES LUNES.

D'OR.

x	xi	xii	xiii	xiv	xv	xvi	xvii	xviii	xix
EPACTES.									
ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij
vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix
xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj
xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij
xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25
xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx
x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix

Les lignes de cette page sont la continuation des lignes correspondantes de la page précédente.

94. Afin de voir aiſément quand il faut faire un changement de ſeries & comment on doit le faire, nous allons donner une autre Table contenue en deux pages, dont chacune renferme huit colomnes ſéparées en deux corps, qui contiennent chacun quatre colomnes. La premiere eſt compoſée des lettres indices qui ſont dans la Table précédente, la ſeconde contient les années ſéculaires ou les dernieres de chaque ſiécle, la troiſiéme ne renferme que l'abregé du mot biſſextile placé à côté des centiémes années qui ſont effectivement biſſextiles, la quatriéme contient les ſignes ☾ ou ☾☾. De plus on a mis dans cette quatriéme vis-à-vis des années 1800 & 11800 éloignées l'une de l'autre de 10000 ans, le ſigne double ☾☾ avec une croix † entre les deux ☾†☾.

95. L'uſage & les raiſons de la conſtruction de cette Table ne ſont pas difficiles à concevoir après ce que nous avons dit ſur les épactes. Voici l'uſage que l'on en fait : on veut ſçavoir quelle eſt la ſuite ou ſerie des épactes dont il faudra ſe ſervir dans un ſiécle, on regardera quelle eſt la lettre indice qui répond à la centiéme année qui précede ce ſiécle ; cette lettre indiquera dans la Table étendue des épactes quelle ſera la ſuite en uſage dans le ſiécle propoſé : par exemple, s'il s'agit du dix-huitiéme ſiécle qui court préſentement, on regardera la lettre qui répond à 1700, c'eſt C : on cherchera donc dans la Table étendue des épactes la ſerie indiquée par C, ſçavoir *, XI, XXII, III, &c. c'eſt la ſerie dont on fait uſage dans le 18me ſiécle.

96. Quant à la conſtruction de la Table de l'équation des épactes, il faut ſe ſouvenir 1°. que l'équation ſolaire ou la métemptoſe qui arrive par la ſuppreſſion d'un jour, fait tomber la nouvelle Lune un jour plus bas, ou plus vers la fin du mois ; 2°. que l'équation lunaire ou la proemptoſe eſt cauſe que la nouvelle Lune arrive un jour plutôt. Or l'équation ſolaire arrive trois fois en 400 ans, & l'équation lunaire de 300 ans en 300 ans

pendant 2400 ans ; mais après ce tems la premiere équation lunaire du cycle suivant ne se fait qu'au bout de 400 ans, ensorte que l'on ajoute 100 ans après les 2400 pour achever le cycle lunaire qui contient 2500 ans, parce que la nouvelle Lune n'arrive un jour plutôt qu'après 312 ans & demi, & non pas précisément après 300. Cela posé, voici la regle que l'on a suivie pour la construction de cette Table : dans les centiémes années qui ne sont pas bissextiles, & où il ne se fait pas d'équation lunaire, on prend dans la colomne à gauche de la Table étendue des épactes, une lettre au-dessous de celle qui étoit auparavant en usage. Quand il y a équation lunaire sans équation solaire, on prend une lettre au-dessus : & quand les deux équations arriv ent la même année, on ne change pas de lettres. La Table de l'équation des épactes montre quelles sont les centiémes années qui ne sont pas bissextiles : ce sont toutes celles à côté desquelles il n'y a rien dans la troisiéme colomne : par exemple, 1700, 1800, 1900. Elle montre aussi qu'elles sont les années de la Table où il y a équation lunaire ; elles sont distinguées des autres par le signe ☾ ou ☾☾ placé vis-à-vis des années dans la quatriéme colomne. Ce signe ☾☾ se retrouve après 2500 ans pour marquer la premiere des équations lunaires qui se font dans cet espace de tems. Quant au signe † qui revient après 10000 ans, c'est pour marquer que les lettres indices reviennent dans le même ordre après 10000 ans, quoique ce ne soit pas les mêmes. Elles seroient les mêmes seulement après trois cens mille ans, comme on le peut voir dans l'ouvrage de Clavius sur le Calendrier, à la fin du onziéme Chapitre.



TABLE DE L'EQUATION DES EPACTES.

Ans de N. S.			
N	1		
P	320	Biss.	
P	500	Biss.	
a	800	Biss.	☾
b	1100	Biss.	☾
c	1400	Biss.	☾
Après le retranchement des dix jours.			
D	1582		
D	1600	Biss.	
C	1700		†
C	1800		☾☾
B	1900		
B	2000	Biss.	
B	2100		☾
A	2200		
u	2300		
A	2400	Biss.	☾
u	2500		
t	2600		
t	2700		☾
t	2800	Biss.	
ſ	2900		
ſ	3000		☾
r	3100		
r	3200	Biss.	
r	3300		☾
q	3400		
p	3500		

Ans de N. S.			
q	3600	Biss.	☾
p	3700		
n	3800		
n	3900		☾
n	4000	Biss.	
m	4100		
l	4200		
l	4300		☾☾
l	4400	Biss.	
k	4500		
k	4600		☾
i	4700		
i	4800	Biss.	
i	4900		☾
h	5000		
g	5100		
h	5200	Biss.	☾
g	5300		
f	5400		
f	5500		☾
f	5600	Biss.	
e	5700		
e	5800		☾
d	5900		
d	6000	Biss.	
d	6100		☾
c	6200		
b	6300		
c	6400	Biss.	☾
b	6500		

TABLE DE L'EQUATION.

DES EPACTES.

	Ans de N. S.				Ans de N. S.		
a	6600			u	9600	Biss.	☾
P	6700			t	9700		
a	6800	Biss.	☾☾	ſ	9800		
P	6900			f	9900		☾
N	7000			f	10000	Biss.	
N	7100		☾	r	10100		
N	7200	Biss.		r	10200		☾
M	7300			q	10300		
M	7400		☾	q	10400	Biss.	
H	7500			q	10500		☾
H	7600	Biss.		p	10600		
H	7700		☾	n	10700		
G	7800			p	10800	Biss.	☾
F	7900			n	10900		
G	8000	Biss.	☾	m	11000		
F	8100			m	11100		☾
E	8200			m	11200	Biss.	
E	8300		☾	l	11300		
E	8400	Biss.		l	11400		☾
D	8500			k	11500		
D	8600		☾	k	11600	Biss.	
C	8700			i	11700		†
C	8800	Biss.		i	11800		☾☾
C	8900		☾	h	11900		
B	9000			h	12000	Biss.	
A	9100			h	12100		☾
A	9200	Biss.		g	12200		
A	9300		☾☾	f	12300		
u	9400			g	12400	Biss.	☾
t	9500			f	12500		

97. Après tout ce que nous avons dit, il paroît qu'il n'y aura jamais rien à changer dans la disposition du Calendrier pour les nouvelles Lunes : car quand bien même les équations soit solaires, soit lunaires ne seroient pas bien marquées dans la Table de l'équation des épactes pour les siécles à venir, il s'ensuivroit seulement qu'il faudroit prendre une autre suite d'épactes que celle qui seroit marquée dans la Table étendue des épactes : mais il n'y auroit point de changement à faire dans le Calendrier, qui par conséquent est perpétuel par sa forme & par sa nature.

DE L'USAGE DU CALENDRIER.

Il y a deux usages du Calendrier qui dépendent des épactes : le premier est de servir à connoître l'âge de la Lune pour tous les jours de l'année. Le second & le principal est pour trouver quel jour on doit célébrer la fête de Pasques.

98. Afin de connoître l'âge de la Lune par le Calendrier, il faut chercher d'abord quelle est l'épacte de l'année dans laquelle arrive le jour proposé : ensuite voir dans le Calendrier le dernier jour vis-à-vis duquel se trouve cette épacte avant celui dont il s'agit. Ce jour auquel répond l'épacte est celui de la nouvelle lune : il sera facile de trouver l'âge de la Lune pour tous les jours suivans. Par exemple, je veux sçavoir le quantiéme de la Lune pour le 20 Février 1744 : l'épacte de cette année sera XV. Or cette épacte se trouve vis-à-vis du 14 Février. La nouvelle lune arrive donc ce jour-là. Par conséquent le 20 Février 1744 est le 7 de la Lune. Nous avons déja remarqué (art. 77) que le Calendrier n'indique ordinairement les nouvelles Lunes que deux jours après qu'elles sont arrivées, & quelque fois même trois jours. Il a une autre méthode plus commune, indépendante du Calendrier.

99. Elle consiste à prendre la somme de trois nombres, sçavoir, de l'épacte, des jours du mois depuis le premier inclusivement jusques & compris celui pour

lequel on cherche l'âge de la Lune, & enfin des mois depuis celui de Mars exclusivement, car, je suppose qu'il s'agit de quelque-uns des mois qui sont après celui de Mars : si ces trois nombres ajoutés ensemble ne surpassent pas 30, ils marquent l'âge de la Lune : mais s'ils sont plus grands que 30, il faut ôter 30, & le reste montrera l'âge de la Lune. Par exemple, pour connoître l'âge de la Lune au 15 Août 1744, je prends l'épacte XV, qui est celle de 1744 : puis j'y ajoute 15, qui sont les jours passés depuis le commencement du mois : ensuite j'y joins encore 5, qui marque le nombre des mois depuis Mars non compris, jusqu'au mois d'Août inclusivement : la somme est 35 ; d'où j'ôte 30. & le reste 5 marque l'âge de la Lune au 15 Août 1744.

100. Voici la raison de cette méthode. L'épacte d'une année marque l'âge de la Lune avant le commencement de l'année. Ainsi l'épacte XV montre que la Lune avoit 15 jours au 31 Décembre 1743 ; & comme les mois de Janvier & de Février pris ensemble sont égaux à la durée de deux lunaisons, il s'ensuit que le dernier jour de Février 1744 étoit encore le 15 de la Lune. Par conséquent, s'il s'agissoit de sçavoir le quantiéme de la Lune pour un jour du mois de Mars, par exemple pour le 5, il suffiroit d'ajouter à l'épacte le nombre des jours passés depuis le commencement du mois. Dans l'exemple proposé il faudroit donc ajouter 5 à 15, & la somme 20 désigneroit l'âge de la Lune. D'où il est facile de voir que si tous les mois lunaires étoient égaux aux mois solaires & civils, il suffiroit d'ajouter ces deux nombres, sçavoir l'épacte & les jours du mois : mais comme depuis le mois de Mars les mois solaires excedent les lunaires d'un jour, c'est pour cela qu'il faut ajouter à ces deux nombres autant d'unités qu'il y a de mois passés depuis le mois de Mars.

101. Pour ce qui est des mois de Janvier & de Mars on prend seulement la somme de l'epacte & des jours

du mois; & quand il s'agit de Février on ajoute 1 à la somme de ces deux nombres. Ainsi pour sçavoir l'âge de la Lune au 20 Février 1744, je prends XV, qui est l'épacte de l'année. Puis j'y ajoute 20 pour les jours du mois, & 1 acause des 31 jours de Janvier, la somme est 36 : d'où ôtant 30, il reste 6, qui est l'âge de la Lune au 20 Février 1744 selon cette méthode, quoique suivant le Calendrier nous ayons trouvé que ce jour est le 7 de la Lune.

102. On peut perfectionner cette méthode 1°. en ne retranchant de la somme des trois nombres quand elle monte au moins jusqu'à 30, en ne retranchant dis-je, que 29 au lieu de 30 pour les mois pairs de la Lune, sçavoir le 2me, le 4me, le 6me, le 8me, le 10me & le 12me : ce sont comme on sçait Février, Avril, Juin, Août, Octobre & Decemb. qui ne contiennent chacun que 29 jours. 2°. En prenant plus exactement l'épacte des mois, c'est-à-dire, le 3me nombre que nous avons dit qu'il faut ajouter pour les mois passés après celui de Mars. La voici écrite au-dessus de chacun des mois selon qu'elle leur convient,

0	1	0	1	2	3
Janvier,	Février,	Mars,	Avril,	Mai,	Juin,
4	5	7	7	9	9
Juillet,	Août,	Septemb.	Octob.	Novemb.	Décemb.

On voit que les épactes de Septembre & de Novembre surpassent celles des mois d'Août & d'Octobre de deux unités. C'est parce que ces deux derniers mois sont chacun de deux jours plus longs que les mois lunaires qui y répondent. Au contraire les épactes des mois d'Octobre & de Décembre sont les mêmes que celles de Septembre & de Novembre, parce que ces deux derniers mois solaires n'excedent pas les mois lunaires qui s'y terminent. On se souviendra aisément quelles sont les épactes des mois qui suivent celui de Mars, si on fait attention qu'elles sont égales au nombre de ces mois

jusqu'à Septembre exclusivement, que celles de Septembre & d'Octobre sont chacune 7, & celles de Novembre & de Décembre sont toutes les deux 9. Quand on parle d'épacte sans spécifier ni celle de l'année, ni celle du mois, il faut entendre celle de l'année.

Selon la premiere correction l'âge de la Lune au 15 du mois d'Août 1744 est de 6 jours, parce qu'il ne faut ôter de la somme 35 que 29 au lieu de 30.

Le secod usage du Calendrier, & le principal qui a été cause que l'Eglise s'est intéressée à la réforme de l'ancien Calendrier, consiste à faire connoître le jour auquel on doit célébrer la fête de Pasques. Nous allons en expliquer la méthode.

103. Il faut sçavoir d'abord que le Concile de Nicée, qui s'est tenu en 325, a ordonné qu'on célébreroit la fête de Pasques le premier Dimanche d'après la pleine Lune qui tombe au jour de l'équinoxe du Printems, ou après cet équinoxe. Or l'équinoxe du Printems est fixé au 21 du mois de Mars: & d'ailleurs le jour de la pleine Lune est toujours le quatorze depuis la nouvelle Lune inclusivement.

104. Il suit de-là, que si la nouvelle Lune tombe au 8 de Mars, la pleine Lune tombera au 21, qui est le jour de l'équinoxe; & par conséquent cette pleine Lune sera paschale, c'est-à-dire, qu'il faudra célébrer Pasques le premier Dimanche qui la suivra. Pareillement, si la nouvelle Lune tomboit quelques jours après le 8 de Mars, la pleine Lune suivante seroit aussi paschale. Si au contraire la nouvelle Lune tomboit au 7 de Mars, ou quelques jours avant, la pleine Lune arriveroit avant l'Equinoxe; & par conséquent il faudroit attendre la pleine Lune suivante pour faire la célébration de la Pasques. Cela posé, voici comment on trouve le jour de Pasques.

105. Cherchez 1°. l'épacte & la lettre dominicale de l'année proposée. 2°. Voyez ensuite quel est le premier jour après le 7 Mars, auquel répond l'épacte de l'année

dans le Calendrier : ce jour eſt le premier de la Lune paſchale. 3°. Comptez 14 jours depuis celui de la nouvelle Lune incluſivement : le quatorziéme ſera la pleine Lune paſchale. 4°. Enfin voyez le premier jour après cette pleine Lune, auquel répond la lettre dominicale : ce jour eſt le Dimanche de Paſques.

Je veux, par exemple, ſçavoir quel jour du mois arrivera Paſques l'année 1744 : je cherche d'abord l'épacte, qui eſt XV, & la lettre dominicale, qui eſt double cette année, ſçavoir E & D : mais je n'ai beſoin que de D, parce que la premiere n'eſt que pour les deux premiers mois. 2°. Je regarde dans le Calendrier quel eſt le premier jour après le 7 Mars auquel répond l'épacte XV, & je vois que c'eſt le 16 : ainſi ce jour eſt la nouvelle Lune. 3°. Je compte 14 jours depuis le 16 incluſivement : & je trouve que le quatorziéme eſt le 29 du mois de Mars. La pleine Lune arrive donc le 29 de Mars. 4°. Je cherche à la ſuite du 29 Mars quel eſt le premier jour à côté duquel ſe trouve le D : & je vois que c'eſt le 5 d'Avril. C'eſt par conſéquent le Dimanche de Paſques 1744.

Il paroît par cet exemple, que quand on cherche le jour de Paſques pour une année biſſextile, il faut avoir égard à la ſeconde lettre dominicale de cette année, & non pas à la premiere.

106. Quand bien même le Calendrier ne montreroit pas exactement la nouvelle ni la pleine Lune, on ne laiſſeroit pas de ſuivre la méthode que nous venons d'expliquer, parce que le tems de la célébration de Paſques dépend de la nouvelle & de la pleine Lune de l'Equinoxe du Printems, non pas en tant que cette Lune eſt calculée par les Aſtronomes, mais ſelon qu'elle eſt indiquée par le Calendrier.

107. On peut remarquer que Paſques ne peut arriver plutôt que le 22 Mars, ni plus tard que le 25 Avril ; c'eſt ce que nous allons faire voir. Selon l'Or-

donnance du Concile de Nicée, afin qu'une pleine Lune ſoit paſchale, il faut qu'elle arrive le jour même de l'Equinoxe, c'eſt-à-dire, le 21 de Mars, ou après ce tems. Or le même Concile a auſſi ordonné qu'on ne célébreroit la Paſques qu'après la pleine Lune paſchale. Par conſéquent on ne peut la célébrer plutôt que le 22 Mars: c'eſt ce qui arrive quand la pleine Lune tombe au 21 de Mars, & que ce jour eſt un Samedi. En ſecond lieu, cette Fête peut être reculée juſqu'au 25 Avril. Car ſi la nouvelle Lune tombe au 7 de Mars, la pleine Lune arrivera le 20 de ce mois: elle ne ſera donc pas paſchale: ainſi il faudra attendre la nouvelle Lune ſuivante, qui n'arrivera que le 5 d'Avril; d'où comptant 14 jours pour la pleine Lune, on trouvera qu'elle doit tomber au 18 de ce mois, qui peut être un Dimanche. Par conſéquent il faudra attendre le Dimanche ſuivant pour célébrer la Fête de Paſques. Or ce Dimanche ſuivant ſera néceſſairement le 25 d'Avril.

Il eſt évident que Paſques ne peut pas être reculé plus loin: car ſi la nouvelle Lune, au lieu d'arriver le 7 de Mars, étoit tombée au 8, la pleine Lune auroit été paſchale, puiſqu'elle ſeroit arrivée le 21 de ce mois.

108. Toutes les autres Fêtes mobiles dépendent de celle de Paſques. Si, par exemple, on compte ſix ſemaines avant Paſques, c'eſt-à-dire, 42 jours, non compris celui de Paſques, le quarante-deuxiéme ſera le premier Dimanche de Carême: & le Mercredi d'avant ſera le jour des Cendres: & en remontant toujours vers le commencement de l'année, le Dimanche qui précede le Mercredi des Cendres eſt celui de la Quinquagéſime, le précédent c'eſt la Sexagéſime, & enfin le précédent eſt la Septuagéſime. Ainſi il eſt facile de voir combien il y a de Dimanches après la Fête des Rois juſqu'à la Septuagéſime.

109. Si on veut trouver les Fêtes depuis Paſques juſqu'à la fin de l'année, il faut compter ſept ſemaines

ou 49 jours depuis Pasques inclusivement, le cinquantiéme est la fête de la Pentecôte : le Dimanche d'après, c'est la fête de la Sainte Trinité, & le Jeudi qui suit cette derniere Fête, c'est celle du Saint Sacrement. Il est facile après cela de compter combien il y a de Dimanches après la Pentecôte jusqu'au premier Dimanche de l'Avent, qui est toujours le quatriéme avant Noël.

NOUVELLE MÉTHODE POUR TROUVER LE JOUR *de Pâques & l'âge de la Lune.*

110. On vient de donner au Public une autre méthode plus facile que la précédente, de trouver le jour de Pasques : elle dépend d'un changement fait dans le Calendrier, qui consiste à mettre les épactes des pleines Lunes à la place de celles des nouvelles : ce changement a été proposé par le Pere Meliton Capucin, ancien Professeur, & associé de l'Académie de Toulouse qui vient de publier un Livre intitulé : *Gregoriana correctio illustrata, ampliata & à conviciis vindicata*, Ouvrage qui a mérité l'approbation de l'Académie des Sciences de Paris : voici le jugement qu'elle en porte : » La » Compagnie a jugé qu'il étoit rempli de recherches » curieuses, que la substitution faite par l'Auteur, des » Epactes des pleines Lunes à celles des nouvelles, au » moyen de laquelle le calcul étoit considérablement » abregé & simplifié, étoit très-ingénieuse ; & qu'en » général tout l'Ouvrage marquoit beaucoup de sagacité & de connoissance de cette matiere dans l'Auteur, qui l'avoit traitée d'une maniere nette & précise. » Cet Ouvrage qui est in-4°. se vend à Toulouse chez Gaspard Henault, rue au Change. On le trouve aussi à Paris chez Ph. N. Lottin, Imprimeur-Libraire, rue S. Jacques. Cette substitution des Epactes des pleines Lunes à celles des nouvelles dont l'Académie parle, fait trouver la fête de Pasques plus aisément, & d'ailleurs elle fait connoître la bonté & la justesse

justesse du Calendrier Ecclésiastique qui doit montrer les pleines Lunes plus exactement que les nouvelles; parce que l'Eglise ne s'intéresse qu'au jour de la pleine Lune paschale qui arrive le 21 du mois de Mars, ou quelques jours après. Aussi le Pape Gregoire XIII a mieux aimé que le Calendrier marquât exactemeut la pleine Lune, qui est toujours censée le 14 du mois lunaire, que la nouvelle. Il y a tant de variétés dans l'intervalle de la nouvelle à la pleine Lune, qu'il n'est pas possible de déterminer exactement dans le Calendrier l'une & l'autre de ces deux phases d'une maniere fixe & constante: car si les nouvelles Lunes sont bien marquées, les pleines Lunes seront mal indiquées, & réciproquement si celles-ci le sont bien, les premieres le seront mal. Or, comme nous avons dit, la détermination exacte des pleines Lunes est préférable pour l'Eglise à celle des nouvelles. Il est donc à propos de prendre pour l'usage du Calendrier, des épactes qui montrent les pleines Lunes plutôt que d'autres qui indiquent les nouvelles, c'est ce qu'a fait le Pere Meliton dans son excellent Livre. Le Calendrier qu'il propose est le même que celui de Gregoire XIII avec un leger changement: mais l'usage en est différent.

111. Nous avons dit que la pleine Lune étoit toujours censée le 14 du mois lunaire. Il est cependant vrai qu'elle n'arrive ordinairement que le 16 du mois en commençant a compter ce mois du moment auquel la Lune répond au même point de l'écliptique que le Soleil, qui est le tems de la nouvelle Lune astronomique. Si donc il s'agit de celle-là, on peut dire que la pleine Lune est le 16 du mois lunaire. Mais le Calendrier marque seulement le tems de la nouvelle Lune civile, qui est le jour auquel on commence à appercevoir la Lune le soir, après qu'elle a quitté le Soleil. Or cette nouvelle Lune n'arrive qu'environ deux jours après la premiere: ainsi la pleine Lune est le 14me jour eu égard à cette nouvelle Lune. Voici le Calendrier avec le changement proposé par le Pere Meliton.

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
*	1	A	XXIX	1	D	*	1	D
XXIX	2	B	XXVIII	2	E	XXIX	2	E
XXVIII	3	C	XXVII	3	F	XXVIII	3	F
XXVII	4	D	XXVI	4	G	XXVII	4	G
XXVI	5	E	XXV	5	A	XXVI	5	A
XXV	6	F	XXIV	6	B	XXV	6	B
XXIV	7	G	XXIII	7	C	XXIV	7	C
XXIII	8	A	XXII	8	D	XXIII	8	D
XXII	9	B	XXI	9	E	XXII	9	E
XXI	10	C	XX	10	F	XXI	10	F
XX	11	D	XIX	11	G	XX	11	G
XIX	12	E	XVIII	12	A	XIX	12	A
XVIII	13	F	XVII	13	B	XVIII	13	B
XVII	14	G	XVI	14	C	XVII	14	C
XVI	15	A	XV	15	D	XVI	15	D
XV	16	B	XIV	16	E	XV	16	E
XIV	17	C	12. XIII	17	F	XIV	17	F
XIII	18	D	XII. XI	18	G	XIII	18	G
XII	19	E	X	19	A	XII	19	A
XI	20	F	IX	20	B	XI	20	B
X	21	G	VIII	21	C	X	21	C
IX	22	A	VII	22	D	IX	22	D
VIII	23	B	VI	23	E	VIII	23	E
VII	24	C	V	24	F	VII	24	F
VI	25	D	IV	25	G	VI	25	G
V	26	E	III	26	A	V	26	A
IV	27	F	II	27	B	IV	27	B
III	28	G	I	28	C	III	28	C
II	29	A				II	29	D
I	30	B				I	30	E
*	31	C				*	31	F

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

Avril.			Mai.			Juin.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXIX	1	G	XXVIII	1	B	XXVII	1	E
XXVIII	2	A	XXVII	2	C	XXVI	2	F
XXVII	3	B	XXVI	3	D	XXV	3	G
XXVI	4	C	XXV	4	E	XXIV	4	A
XXV	5	D	XXIV	5	F	XXIII	5	B
XXIV	6	E	XXIII	6	G	XXII	6	C
XXIII	7	F	XXII	7	A	XXI	7	D
XXII	8	G	XXI	8	B	XX	8	E
XXI	9	A	XX	9	C	XIX	9	F
XX	10	B	XIX	10	D	XVIII	10	G
XIX	11	C	XVIII	11	E	XVII	11	A
XVIII	12	D	XVII	12	F	XVI	12	B
XVII	13	E	XVI	13	G	XV	13	C
XVI	14	F	XV	14	A	XIV	14	D
XV	15	G	XIV	15	B	12. XIII	15	E
XIV	16	A	XIII	16	C	xii. xi	16	F
12. XIII	17	B	XII	17	D	X	17	G
xii. xi	18	C	XI	18	E	IX	18	A
X	19	D	X	19	F	VIII	19	B
IX	20	E	IX	20	G	VII	20	C
VIII	21	F	VIII	21	A	VI	21	D
VII	22	G	VII	22	B	V	22	E
VI	23	A	VI	23	C	IV	23	F
V	24	B	V	24	D	III	24	G
IV	25	C	IV	25	E	II	25	A
III	26	D	III	26	F	I	26	B
II	27	E	II	27	G	*	27	C
I	28	F	I	28	A	XXIX	28	D
*	29	G	*	29	B	XXVIII	29	E
XXIX	30	A	XXIX	30	C	XXVII	30	F
			XXVIII	31	D			

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

Juillet.			Aoust.			Septembre.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXVI	1	G	XXV	1	C	XXIII	1	F
XXV	2	A	XXIV	2	D	XXII	2	G
XXIV	3	B	XXIII	3	E	XXI	3	A
XXIII	4	C	XXII	4	F	XX	4	B
XXII	5	D	XXI	5	G	XIX	5	C
XXI	6	E	XX	6	A	XVIII	6	D
XX	7	F	XIX	7	B	XVII	7	E
XIX	8	G	XVIII	8	C	XVI	8	F
XVIII	9	A	XVII	9	D	XV	9	G
XVII	10	B	XVI	10	E	XIV	10	A
XVI	11	C	XV	11	F	XIII	11	B
XV	12	D	XIV	12	G	XII	12	C
XIV	13	E	12. XIII	13	A	XI	13	D
XIII	14	F	XII. XI	14	B	X	14	E
XII	15	G	X	15	C	IX	15	F
XI	16	A	IX	16	D	VIII	16	G
X	17	B	VIII	17	E	VII	17	A
IX	18	C	VII	18	F	VI	18	B
VIII	19	D	VI	19	G	V	19	C
VII	20	E	V	20	A	IV	20	D
VI	21	F	IV	21	B	III	21	E
V	22	G	III	22	C	II	22	F
IV	23	A	II	23	D	I	23	G
III	24	B	I	24	E	*	24	A
II	25	C	*	25	F	XXIX	25	B
I	26	D	XXIX	26	G	XXVIII	26	C
*	27	E	XXVIII	27	A	XXVII	27	D
XXIX	28	F	XXVII	28	B	XXVI	28	E
XXVIII	29	G	XXVI	29	C	XXV	29	F
XXVII	30	A	XXV	30	D	XXIV	30	G
XXVI	31	B	XXIV	31	E			

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

Octobre.			Novembre.			Décembre.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXIII	1	A	XXI	1	D	XXI	1	F
XXII	2	B	XX	2	E	XX	2	G
XXI	3	C	XIX	3	F	XIX	3	A
XX	4	D	XVIII	4	G	XVIII	4	B
XIX	5	E	XVII	5	A	XVII	5	C
XVIII	6	F	XVI	6	B	XVI	6	D
XVII	7	G	XV	7	C	XV	7	E
XVI	8	A	XIV	8	D	XIV	8	F
XV	9	B	XIII	9	E	12. XIII	9	G
XIV	10	C	XII	10	F	xii. xi	10	A
12. XIII	11	D	XI	11	G	X	11	B
xii. xi	12	E	X	12	A	IX	12	C
X	13	F	IX	13	B	VIII	13	D
IX	14	G	VIII	14	C	VII	14	E
VIII	15	A	VII	15	D	VI	15	F
VII	16	B	VI	16	E	V	16	G
VI	17	C	V	17	F	IV	17	A
V	18	D	IV	18	G	III	18	B
IV	19	E	III	19	A	II	19	C
III	20	F	II	20	B	I	20	D
II	21	G	I	21	C	*	21	E
I	22	A	*	22	D	XXIX	22	F
*	23	B	XXIX	23	E	XXVIII	23	G
XXIX	24	C	XXVIII	24	F	XXVII	24	A
XXVIII	25	D	XXVII	25	G	XXVI	25	B
XXVII	26	E	XXVI	26	A	XXV	26	C
XXVI	27	F	XXV	27	B	XXIV	27	D
XXV	28	G	XXIV	28	C	XXIII	28	E
XXIV	29	A	XXIII	29	D	XXII	29	F
XXIII	30	B	XXII	30	E	XXI	30	G
XXII	31	C				19. XX	31	A

112. On a choiſi l'épacte douze plutôt qu'une autre pour la doubler, c'eſt-à-dire, la réunir avec la précédente & la ſuivante, parce que ſans cela il n'y auroit eu que douze jours, au lieu de treize, depuis l'epacte de la nouvelle Lune non compriſe juſqu'à celle de la pleine Lune incluſivement quand l'épacte XXV ſe ſeroit trouvée entre les deux, & par-là la pleine Lune auroit été marquée un jour trop tôt. De même donc qu'en employant les épactes des nouvelles Lunes on a placé l'épacte doublée XXV au 5 Avril, qui eſt le dernier terme des nouvelles Lunes paſchales; pareillement en ſe ſervant des épactes des pleines Lunes, il faut que l'épacte doublée ſoit placée au 18 Avril qui eſt le dernier terme des pleines Lunes paſchales : ainſi cette épacte doit être douze; car c'eſt l'épacte douze qui répond à ce jour.

113. Il eſt évident que ces épactes ſervent à trouver les pleines Lunes de même que les autres font trouver les nouvelles Lunes. Par exemple, l'épacte des pleines Lunes pour 1744 étant II, il y aura pleine Lune cette année tous les jours vis-à-vis deſquels ſe trouve l'épacte II, c'eſt-à-dire, le 29 Janvier, le 27 Février, le 29 Mars, &c.

114. Si on veut ſçavoir ſans le ſecours du Calendrier à quel jour d'un mois propoſé arrivera la pleine Lune, on le trouvera de la maniere ſuivante. Il faut ajouter l'épacte de l'année à celle du mois, & retrancher la ſomme du nombre 31 ou 30 ſelon que le mois lunaire ſera plein ou cave, le reſte marquera le jour de la pleine Lune. Quand on aura trouvé le jour de la pleine Lune on en retranchera 15, le reſte ſera le jour de la nouvelle Lune précédente : mais ſi au jour de la pleine Lune on ajoute 15 ou 14, ſuivant que le mois lunaire eſt plein ou cave, la ſomme ſera la nouvelle Lune qui ſuit la pleine Lune qu'on a trouvée d'abord. Par exemple, ſi on veut avoir le jour de la pleine Lune d'Octobre de 1744, on ajoutera l'épacte 2 à 7 qui eſt

l'épacte du mois, & on retranchera la somme 9 de 30, parce que le mois lunaire d'Octobre est un mois cave, le reste 21 sera le jour de la pleine Lune. Si de 21 on ôte 15, le reste 6 sera le jour de la nouvelle Lune précédente : mais si à 21 on ajoute 15 à cause que la lunaison de Novembre est pleine, la somme sera 36, dont il faut ôter les 31 jours d'Octobre, le reste 5 marquera la nouvelle Lune pour le 5 de Novembre : elle arrivera cependant le 4, mais cela ne doit pas paroître surprenant à cause de l'irrégularité du mouvement de la Lune.

115. S'il s'agit de la pleine Lune de Septembre 1743, laquelle année a eu XXI pour épacte de la pleine Lune, on la trouvera en cette maniere : l'épacte 21 plus celle de Septembre 7 font la somme 28 qu'il faut ôter de 31, parce que le mois lunaire de Septembre est plein, le reste 3 marquera le jour de la pleine Lune. Pour avoir le jour de la nouvelle Lune précédente on ôtera 15 jours, sçavoir trois du mois de Septembre, & 12 du mois d'Août qui en a 31, le reste 19 marquera le jour de la nouvelle Lune d'Août. Mais si à 3 on ajoute 15, la somme 18 désignera le jour de la nouvelle Lune d'Octobre. La pleine Lune est arrivée le 4 à 2^h. 44^m. du matin. Il n'y a pas à beaucoup près un jour entier d'erreur.

116. Voici la raison de cette méthode : l'épacte des pleines Lunes d'une année désigne le nombre des jours depuis la pleine Lune du mois de Décembre précédent jusqu'à la fin de ce mois, y compris le jour de la pleine Lune : ainsi l'épacte II de 1744 exprime que vers la fin de 1743 il y avoit deux jours depuis celui de la derniere pleine Lune inclusivement jusqu'à la fin de Décembre. Par conséquent si tous les mois solaires étoient égaux à ceux de la Lune, la pleine Lune arriveroit deux jours avant le commencement de chaque mois solaire. Mais les mois solaires sont plus longs que les lunaires d'environ un jour pour chaque mois : & cet excès

du mois ſolaire recule la pleine Lune d'une quantité de jours égale à la ſomme des excès des mois ſolaires qui ſont déja écoulés. Il faut donc ajouter cette ſomme qui eſt l'épacte des mois à l'épacte de l'année, afin de connoître de combien de jours la pleine Lune a précédé le commencement de chaque mois. Cela poſé, comme il y a un mois lunaire depuis une pleine Lune incluſivement juſqu'à la ſuivante non compriſe, il faut pour trouver la pleine Lune d'un mois ſolaire connoître ce qui reſte du mois lunaire, qui s'étend d'une pleine Lune à la ſuivante, ce qui reſte, dis-je, après la ſomme des deux épactes, & ajouter un jour à ce reſte pour la pleine Lune cherchée. Par exemple, pour avoir la pleine Lune d'Octobre 1744, il faut connoître ce qui reſte du mois lunaire, qui s'étend d'une pleine lune à l'autre, après la ſomme des épactes 2 & 7, & ajouter un jour au reſte 20 pour la pleine Lune, ce reſte ainſi augmenté d'une unité, c'eſt-à-dire 21, donne le jour de la pleine Lune d'Octobre 1744. Or afin de connoître ce reſte augmenté d'une unité, il n'y a qu'à retrancher d'un mois lunaire augmenté d'une unité la ſomme des épactes, c'eſt-à-dire, la retrancher de 31 pour les mois pleins & de 30 pour les mois caves. Donc pour trouver la pleine Lune d'un mois il faut retrancher la ſomme des deux épactes de 31 ou de 30, ſelon que le mois lunaire eſt plein ou cave.

117. Quand on a trouvé les jours de la pleine Lune, il en faut ôter 15 ; le reſte marque la nouvelle Lune précédente, parce que le jour de la nouvelle Lune précede de 15 jours celui de la pleine Lune, ou ce qui revient au même, la pleine Lune eſt ordinairement le 16 du mois lunaire. Enfin ſi au jour de la pleine Lune on ajoute 15 pour les mois pleins, & 14 pour les mois caves, on aura la nouvelle Lune ſuivante, parce que dans les mois pleins il y a 14 jours entre la pleine Lune & la nouvelle Lune ſuivante, & 13 dans les mois caves.

118. Afin de trouver l'âge de la Lune ſans Calendrier pour quelque jour que ce ſoit d'un mois ſolaire, il faut obſerver ce qui ſuit : on ajoutera enſemble l'épacte de l'année, celle du mois & enfin les jours du mois depuis le commencement juſqu'au jour propoſé qui doit y être compris, la ſomme marquera les jours depuis la derniere pleine Lune incluſivement : enſuite ſi cette 1re ſomme ne ſurpaſſe pas 15 dans les mois pleins, & 14 dans les mois caves, il faudra l'ajouter à 15, on aura une autre ſomme qui ſera l'âge de la Lune. Mais ſi la 1re ſomme excede le nombre 15 ou 14, il faudra en retrancher le 1er ou le 2d de ces nombres ſelon que la lunaiſon eſt pleine ou cave, le reſte ſera l'âge de la Lune. Ainſi pour connoître l'âge de la Lune au 6 Juillet 1744, j'ajoute enſemble l'épacte annuelle 2, celle du mois 4 & les 6 jours du mois ; la ſomme eſt 12 : il faut donc ſelon le 1e cas ajouter 12 à 15, & la 2de ſomme 27 ſera l'âge de la Lune au 6 Juillet. Pareillement pour ſçavoir l'âge de la Lune au 22 du même mois, j'ajoute enſemble l'épacte annuelle 2, l'épacte du mois 4 & les jours du mois 22, la ſomme eſt 28, laquelle eſt plus grande que 15 ; c'eſt pourquoi ſelon le 2d cas j'ôte 15 de la ſomme 28, & le reſte 13 marque l'âge de la Lune au 22 Juillet 1744.

Si on cherchoit l'âge de la Lune pour le 12 du mois d'Août 1744, il ne faudroit ôter que 14 de la ſomme 19 qu'on trouveroit en ajoutant les trois nombres 2, 5 & 12, parce que la Lune qui finit au mois d'Août eſt cave, & par conſéquent n'a que 14 jours depuis la pleine Lune incluſivement juſqu'à la fin.

119. Dans le 1er cas de la méthode, c'eſt-à-dire, quand on ajoute la ſomme des trois nombres à 15, on trouve l'âge de la Lune qui a commencé avant la pleine Lune du mois ſolaire précédent, c'eſt-à-dire, du mois de Juin dans notre exemple : dans le 2d cas on trouve l'âge de la Lune qui a commencé après cette pleine Lune.

120. La raiſon de cette méthode eſt facile à concevoir après ce que nous avons dit dans l'article 116, car puiſque la ſomme de l'épacte annuelle & de celle du mois propoſé marque les jours depuis la pleine Lune du mois ſolaire précédent, juſqu'à la fin de ce même mois, il eſt évident que ſi à ces deux épactes on ajoute les jours du mois propoſé juſqu'au jour dont il s'agit, la ſomme marquera le nombre des jours depuis la derniere pleine Lune juſqu'à ce jour: ainſi s'il s'agit du 6 du mois de Juillet 1744, en ajoutant enſemble les deux épactes 2, 4, & le nombre 6, la ſomme 12 exprimera combien il y a de jours depuis la pleine Lune de Juin juſqu'au 6 du mois de Juillet. On conçoit pareillement que ſi la ſomme des trois nombres ne paſſe pas 15 ou 14, comme dans cet exemple, le mois lunaire n'eſt pas fini. Or ce mois lunaire a commencé 15 jours avant la pleine Lune: donc en ajoutant à 15 la ſomme qui marque le nombre de jours depuis la pleine Lune incluſivement, la nouvelle ſomme exprimera l'âge de la Lune pour le jour marqué. Que ſi la ſomme des deux épactes & des jours du mois juſqu'à celui dont il s'agit, ſurpaſſe 15 ou 14, ſelon que la lunaiſon eſt pleine ou cave, le mois lunaire ſuivant ſera commencé après ces 15 ou 14 jours: ainſi pour connoître l'âge de cette Lune commencée il faudra de la ſomme des trois nombres ôter les 15 ou 14 jours.

121. On trouve plus facilement le jour de Paſques par les épactes des pleines Lunes que par celles des nouvelles Lunes; en voici la méthode. Il faut avoir d'abord l'épacte de l'année & la lettre dominicale: enſuite on regarde dans le Calendrier quel eſt le jour auquel l'épacte répond entre le 20 de Mars & le 19 Avril, non compris ces deux termes: le premier Dimanche après ce jour auquel répond l'épacte, eſt la fête de Paſques. Si par exemple je veux trouver le jour de Paſques de 1744, dont l'épacte eſt II, & la 2[de] lettre dominicale

eſt D, je regarde dans le Calendrier entre les deux termes marqués, quel eſt le jour auquel répond l'épacte II, & je vois que c'eſt au 29 Mars: après quoi je regarde encore quel eſt le premier jour après le 29 Mars, qui a la lettre dominicale D, & j'apperçois que c'eſt le 5 Avril, d'où je conclus que c'eſt le jour de Paſques. On trouvera par la même méthode que dans l'année 1745 qui aura pour épacte XIII, & pour lettre dominicale C, Paſques arrivera le 18 Avril.

122. On peut auſſi trouver le jour de Paſques ſans le ſecours du Calendrier, quand on connoît l'épacte de l'année & la lettre dominicale : en voici la méthode appliquée aux années 1744 & 1745. L'année 1744 à II d'épacte & D pour lettre dominicale: je cherche d'abord la pleine Lune de Mars de cette année en retranchant de 31 la ſomme des épactes d'année & de mois. (art. 114.) Mais comme l'épacte de Mars eſt zero, il n'y a que l'épacte annuelle II à retrancher de 31, le reſte eſt 29: ainſi la pleine Lune eſt le 29 de Mars: par conſéquent Paſques ſera le 1er Dimanche après le 29 de ce mois. Or pour connoître quel ſera le 1er Dimanche, il faut obſerver que D eſt la lettre dominicale attachée au 22 de Mars qui eſt le 1er jour auquel Paſques puiſſe arriver; ainſi D ſe trouve encore au 29, & enſuite au 5 Avril, de ſept jours en ſept jours. Par conſéquent le 5 Avril eſt le 1er Dimanche après la pleine Lune paſchale en 1744: ainſi c'eſt le jour de Paſques.

123. Pour ce qui eſt de l'année 1745, qui a pour épacte XIII, & pour lettre dominicale C, je retranche l'épacte 13 de 31; le reſte eſt 18: ainſi la pleine Lune de Mars n'eſt pas paſchale dans cette année, parce qu'elle ne peut arriver plutôt que le 21 de Mars. La pleine Lune paſchale de 1745 eſt donc celle d'Avril: c'eſt pourquoi je cherche cette pleine Lune en retranchant de 31 la ſomme de l'épacte annuelle 13, & de celle d'Avril qui eſt 1: il faut donc ôter 14 de 31; & le

reste 17 fait connoître que la pleine Lune arrivera le 17 d'Avril. Il ne s'agit plus que de trouver le 1[er] Dimanche après le 17. Pour cela j'observe que la lettre G répond au 1[er] d'Avril; donc le C répond au 4; ainsi il répond encore au 11 du mois, ensuite au 18, en ajoutant toujours 7 : par conséquent le 18 est le 1[er] Dimanche après la pleine Lune paschale. C'est donc la Fête de Pasques.

124. On voit bien qu'il faut ôter l'épacte annuelle de 31 & non pas de 30 quand il s'agit de Mars, parce que le mois lunaire de Mars est plein. Il semble d'abord au contraire qu'il faut retrancher la somme des deux épactes de 30 & non pas de 31 pour trouver la pleine Lune d'Avril, à cause que le mois lunaire d'Avril est censé cave. Mais il faut remarquer que ce mois ne devient cave par rapport aux épactes que par la réunion de deux épactes en un même jour ; & par conséquent le mois ne doit être regardé comme cave que pour les pleines Lunes marquées par les épactes, qui par la réunion des deux sont rapprochées d'un jour vers le 1[er] du mois, c'est-à-dire, pour l'épacte douze quand elle est designée par 12 & placée à côté de XIII, & pour les autres épactes inférieures XI, X, IX, &c. Mais le mois lunaire doit être censé plein pour les pleines Lunes marquées par les épactes qui ne sont pas remontées d'un jour par la réunion des deux : ce sont les épactes supérieures à l'épacte douze, sçavoir XXIX, XXVIII, XXVII, &c. & même l'épacte douze quand elle est marquée par XII placée à côté de XI. Par conséquent pour avoir la pleine Lune d'Avril marquée par ces épactes supérieures à XII & par XII même, il faut ôter de 31 la somme des épactes annuelle & de mois. Au lieu qu'il faut ôter cette somme de 30 seulement pour les pleines Lunes marquées par les autres épactes.

125. Il ne reste plus qu'à dire comment on trouve les épactes des pleines Lunes. On peut connoître les

épactes des pleines Lunes par celles des nouvelles Lunes : il n'y a qu'à ôter 13 de l'épacte de la nouvelle Lune, le reste sera l'épacte de la pleine Lune. Si on ne peut ôter 13 de l'épacte de la nouvelle Lune, il faut d'abord y ajouter 30, & de la somme ôter 13, le reste sera encore l'épacte de la pleine Lune. Par exemple, l'épacte de la nouvelle Lune de 1745 est XXVI : or si on ôte 13 de 26 le reste est 13 : ainsi l'épacte de la pleine Lune pour 1745 est XIII. L'épacte de la nouvelle Lune pour 1746 est VII : il faut y ajouter 30, & de la somme 37 ôter 13, le reste sera 24. Ainsi l'épacte des pleines Lunes pour 1746 est XXIV. Cette pratique est fondée sur ce que dans le Calendrier la pleine Lune n'est éloignée de la nouvelle que de 13 jours.

126. Quand on a l'épacte de la pleine Lune pour une année, il faut y ajouter onze afin d'avoir l'épacte de l'année suivante, & ôter trente toutes les fois que la somme est au-dessus de 30. L'épacte de 1744 est 2. Ainsi en y ajoutant onze, la somme 13 est l'épacte de 1745. Lorsque le nombre d'or est 19 il faut ajouter 12 à l'épacte de cette année pour avoir celle de l'année suivante, comme pour les épactes des nouvelles Lunes.

127. Voici une Table étendue des épactes des pleines Lunes faite sur les mêmes principes que la Table semblable pour les épactes des nouvelles Lunes. La suite C de cette Table est la même que celle qui est 13 siéges au-dessous de la suite C de la Table pour les épactes des nouvelles Lunes. Il en est de même des autres suites ou series.



TABLE
DES EPACTES

NOMBRES

EPACTES.

Lettres Indices des trente ſuites ou Cycles des Epactes.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
C	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
B	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
A	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
u	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
t	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
ſ	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
r	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
q	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
p	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
n	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
m	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
l	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
k	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
i	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
h	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
g	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
f	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
e	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
d	xxix	x	xxj	ii	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
c	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
b	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
a	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
P	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
N	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
M	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
H	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
G	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
F	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
Œ	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
D	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj

ETENDUE

DES PLEINES LUNES.

D'OR.

EPACTES.

X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv
xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj
xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij
xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv
v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12
ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj

Les lignes de cette page ſont la continuation des lignes correſpondantes de la page précédente.

128. On ajoute ici une autre Table pour trouver facilement les Epactes des nouvelles & pleines Lunes pour 1000 ans à commencer à 1700. On a mis au haut de la Table les centiémes Années de chaque Siécle, & sous chacune de ces années on a placé deux colomnes d'Epactes : la premiere marquée par *N* contient les Epactés des nouvelles Lunes ; la seconde marquée *P* contient celles des pleines Lunes : enfin on a mis à gauche des Epactes toutes les années des Siécles qui sont entre les centiémes. Voici comment on trouve par cette Table les deux Epactes d'une année proposée. 1°. Si cette année est une centiéme, les deux Epactes qui lui conviennent sont les premieres sous cette année au haut des colomnes. Ainsi l'épacte des nouvelles Lunes de l'année 1700 est IX, & celle des pleines Lunes est XXVI. 2°. Si l'année dont on cherche les épactes est après une centiéme, par exemple 1745, on cherchera 45 parmi les années marquées à la gauche des Epactes. Ensuite on regardera dans les deux colomnes qui sont sous 1700, quelles sont les épactes qui se trouvent vis-à-vis de 45 : on verra que c'est XXVI & XIII, la premiere est celle des nouvelles Lunes de 1745, & la seconde est celle des pleines Lunes de la même année.

Les centiémes années des Siécles qu'on a mises à la marge à gauche, montrent quelles sont les années de chaque Siecle qui ont le Nombre d'Or I ; & dans lesquelles par conséquent on ajoute 12 à chaque Epacte de l'année précédente, pour avoir celles de l'année qui a I pour Nombre d'or. Ainsi 1700 qui répond aux années 10, 29, 48, 67, 86 fait voir que les années 1710, 1729, 1748, 1767, 1786 ont I pour Nombre d'or, & que ces deux épactes de chacune de ces années viennent de celles de l'année précédente, augmentées de 12. C'est ce que l'on peut reconnoître dans les deux colomnes qui sont sous 1700. On a placé au-dessus des colomnes les lettres indices qui désignent dans la Table étendue des épactes les series convenables aux siécles auxquels répondent les colomnes.

TABLE

TABLE DES EPACTES DES NOUVELLES ET PLEINES LUNES
pour toutes les années depuis 1700 jusqu'à 2700.

			C		C		B		B		B		A		u		A		u		t	
			1700		1800		1900		2000		2100		2200		2300		2400		2500		2600	
			N.	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*	*N.*	*P.*
			ix.	xxvj	iv.	xxj	xxix.	xvj	xxiv.	xj	xix.	vj	xiij.	*	viij.	xxv	jv.	xxj	xxviij.	xv	xxij.	ix
	1. 20. 39.	58. 77. 96.	xx.	vij	xv.	ij	x.	xxvij	v.	xxij	*.	xvij	xxiv.	xj	xix.	vj	xv.	ij	ix.	xxvj	iij.	xx
	2. 21. 40.	59. 78. 97.	j.	xviij	xxvj.	xiij	xxj.	viij	xvj.	iij	xj.	xxviij	v.	xxij	*	xvij	xxvj.	xiij	xx.	vij	xiv.	j
2600	3. 22. 41.	60. 79. 98.	xij.	xxix	vij.	xxiv	ij.	xix	xxvij	xiv	xxij.	ix	xvj.	iij	xj.	xxviij	vij.	xxiv	j.	xviij	xxvj.	xiij
2200	4 23. 42.	61. 80. 99.	xxiij.	x	xviij.	v	xiij.	*	viij.	xxv	iij.	xx	xxviij.	xv	xxij	ix	xviij.	v	xij.	xxix	vij.	xxiv
1800	5. 24. 43.	62. 81.	iv.	xxj	*	xvij	xxiv.	xj	xix.	vj	xiv.	j	ix.	xxvj	iij.	xx	xxix.	xvj	xxiij.	x	xviij.	v
	6. 25. 44.	63. 82.	xv.	ij	xj	xxviij	v.	xxij	*	xvij	25.	12	xx.	vij	xiv.	j	x.	xxvij	iv.	xxj	xxix.	xvj
	7. 26. 45.	64. 83.	xxvj.	xiij	xxij.	ix	xvj.	iij	xj.	xxviij	vj.	xxiij	j.	xviij	xxv.	xij	xxj.	viij	xv.	ij	x.	xxvij
2500	8. 27. 46.	65. 84.	vij.	xxiv	iij.	xx	xxvij.	xiv	xxij.	ix	xvij	iv	xij.	xxix.	vj.	xxiij	ij.	xix	xxvij	xiv	xxj.	viij
2100	9. 28. 47.	66. 85.	xviij.	v	xiv.	j	viij.	xxv	iij.	xx	xxix.	xvj	xxiij.	x	xvij.	iv	xiij.	*	viij.	xxv	ij.	xix
1700	10. 29. 48.	67. 86.	*	xvij	xxv.	xij	xix.	vj	xiv.	j	x.	xxvij	iv.	xxj	xxviij.	xv	xxiv.	xj	xix.	vj	xiij.	*
	11. 30. 49.	68. 87.	xj.	xxviij	vj.	xxiij	*	xvij	25.	12	xxj.	viij	xv.	ij	ix.	xxvj	v.	xxij	*	xvij	xxiv.	xj
	12. 31. 50.	69. 88.	xxij.	ix	xvij.	iv	xj.	xxviij	vj.	xxiij	ij.	xix	xxvj.	xiij	xx.	vij	xvj.	iij	xj.	xxviij	v.	xxij
2400	13. 32. 51.	70. 89.	iij.	xx	xxviij.	xv	xxij.	ix	xvij.	iv	xiij.	*	vij.	xxiv	j.	xviij	xxviij	xv	xxij.	ix	xvj	iij
2000	14. 33. 52.	71. 90.	xiv.	j	ix.	xxvj	iij.	xx	xxix.	xvj	xxiv.	xj	xviij.	v	xij.	xxix	ix.	xxvj	iij.	xx	xxvij.	xiv
	15. 34. 53.	72. 91.	xxv.	xij	xx.	vij	xiv.	j	x.	xxvij	v	xxij	xxix.	xvj	xxiij.	x	xx.	vij	xiv.	j	viij.	xxv
	16. 35. 54.	73. 92.	vj.	xxiij	j.	xviij	25.	12	xxj.	viij	xvj.	iij	x.	xxvij	iv.	xxj	j.	xviij	xxv.	xij	xix	vj
	17. 36. 55.	74. 93.	xvij.	iv	xij.	xxix	vj.	xxiij	ij.	xix	xxvij.	xiv	xxj.	viij	xv.	ij	xij.	xxix	vj.	xxiij	*	xvij
2300	18. 37. 56.	75. 94.	xxviij.	xv	xxiij.	x	xvij.	iv	xiij.	*	viij.	xxv	ij.	xix	xxvij.	xiv	xxiij.	x	xvij.	iv	xj.	xxviij
1900	19. 38. 57.	76. 95.	ix.	xxvj	iv.	xxj	xxix.	xvj	xxiv.	xj	xix.	vj	xiij.	*	viij.	xxv	iv.	xxj	xxviij	xv	xxij.	ix

Page 72, ligne 6, il faut changer de la maniere suivante :

Cela posé, pour trouver la pleine lune d'un mois je fais attention qu'il y a un mois lunaire depuis une pleine lune inclusivement jusqu'à la suivante non comprise, lequel est composé de deux parties, la premiere est la somme des deux épactes, ou la fin du mois solaire précédent, la seconde est le commencement du mois suivant jusqu'au jour de la pleine lune cherchée. Or de ces deux parties on connoît la premiere, ou la somme des épactes : si donc on retranche cette somme du mois lunaire le reste augmenté d'une unité marquera le jour de la pleine lune qu'on cherche. Par exemple, pour trouver la pleine lune d'Octobre 1744, je retranche la somme des épactes 2 & 7 de 29, le reste est 20; ainsi le nombre 21 qui est le reste 20 augmenté d'une unité donne le jour de la pleine lune d'Octobre 1744. Au lieu d'augmenter le reste d'une unité on retranche la somme des épactes de 31 pour les mois pleins, & de 30 pour les mois caves. Donc pour trouver la pleine lune d'un mois il faut retrancher la somme des deux épactes de 31 ou de 30 selon que le mois lunaire est plein ou cave.

117. Quand on

TABLE DES MATIERES

CONTENUES DANS CE TRAITÉ.

Fin de la Table.

PERMISSION DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien-amé le Sieur RIVARD, Nous a fait exposer qu'il désireroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage qui a pour titre: *Traité du Calendrier*, s'il nous plaisoit de lui accorder nos Lettres de Permission pour ce nécessaires. Nous lui avons permis & permettons par ces présentes, de faire imprimer ledit Ouvrage, en un ou plusieurs volumes, & autant de fois que bon lui semblera, & de le faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de *trois années consécutives* à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à tous Libraires, Imprimeurs & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere, dans aucun lieu de notre obéissance; A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres conformement à la feuille imprimée & attachée pour modele sous le contre-scel desdites Présentes. Que l'Impétrant s'y conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725; qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le

même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre-dit très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Le tout à peine de nullité des Présentes : du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouïr ledit Exposant & ses ayans-causes, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement : Voulons qu'à la copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & lettres à ce contraires : Car tel est notre plaisir. Donné à Versailles le vingt-sixiéme jour du mois d'Avril, l'an de grace mil sept cens quarante-trois, & de notre regne le vingt-huitiéme.

Par le Roi en son Conseil. SAINSON.

Registré sur le Registre XI. *de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris.* N°. 173, fol. 146, *conformément au Reglement de* 1723, *qui fait défenses Art. IV.* à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires Imprimeurs, de vendre débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement ; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, huit Exemplaires prescrits par l'Article 108 du même Réglement. *A Paris le* 2 *Mai* 1743.

SAUGRAIN, *Syndic.*









LA
GNOMONIQUE











	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (A)	12	13	14	15
L*	39.12	65.43	49.87	44.26	55.56	70.82	63.51	39.92	52.24	97.06	92.02	87.34	82.14	72.06	62.15
a*	13.24	18.11	-4.34	-13.80	9.82	-33.43	34.26	11.81	48.55	-0.40	-0.60	-0.75	-1.06	-1.19	-1.07
b*	15.07	18.72	-22.29	22.85	-24.49	-0.35	59.60	-46.07	18.51	1.13	0.23	0.21	0.43	0.28	0.19
Density										0.04	0.09	0.15	0.22	0.36	0.51

	16 (M)	17	18 (B)	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
L*	49.25	38.62	28.86	16.19	8.29	3.44	31.41	72.46	72.95	29.37	54.91	43.96	82.74	52.79	50.87
a*	-0.16	-0.18	0.54	-0.05	-0.81	-0.23	20.98	-24.45	16.83	13.06	-38.91	52.00	3.45	50.88	-27.17
b*	0.01	-0.04	0.60	0.73	0.19	0.49	-19.43	55.93	68.80	-49.49	30.77	30.01	81.29	-12.72	-29.46
Density	0.75	0.98	1.24	1.67	2.04	2.42									

D50 Illuminant, 2 degree observer

Density →

Golden Thread

Colors by Munsell Color Services Lab

Don Williams

inches 4 3 2 1 0

centimeters 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10